TRATTATO

DELLA COGNIZIONE PRATICA

DELLE RESISTENZE

GEOMETRICAMENTE DIMOSTRATO

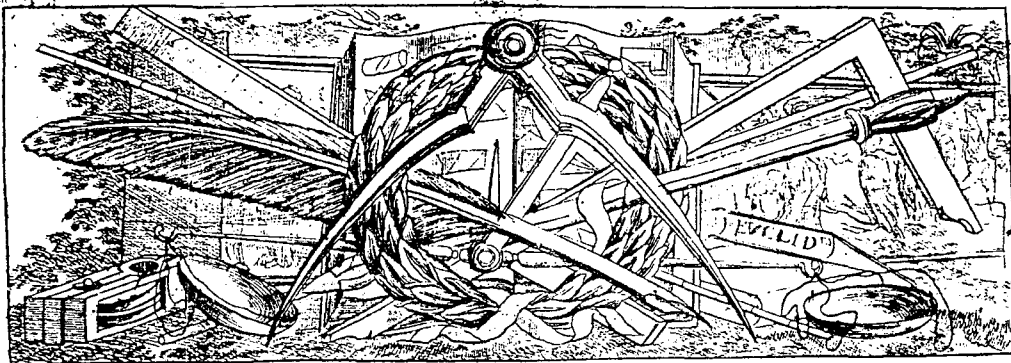
DALL' ARCHITETTO

GIAMBATISTA BORRA

AD VSO D' OGNI SORTA D' EDIFIZJ,

Coll' aggiunta delle Armature di varie maniere di Coperti, Volte, ed altre cose di tal genere.

IN TORINO. MDCCXLVIII.

NELLA STAMPARIA REALE.

PREFAZIONE.

’Unico oggetto, ch’ ebbero in tutti i ſecoli i primi Uomini del mondo riguardo alle Scienze, fu il ridurle a tal ſegno, che ſi perpetuaſſero a’ poſteri, affinchè più agevolmente i Moderni ſu degli ſpianati da loro ſentieri camminando, poteſſero con molto minore ſtudio, e fatica arrivare alla cognizione della più ſublime dottrina. In ogni genere di facoltà raccogliamo, che i noſtri Antichi erano verſatiſſimi, e queſto ce lo additano tanti de’ loro monumenti, d’ alcuni, varj de’ loro ſcritti, d’altri, le ſteſſe loro opere, e di certuni, de’ quali o per traſcuratezza, o per malizia ſi ſono o perdute le opere, o neglette le ſcritture, altra idea non ſe ne ritiene, che qualche avanzo, il quale induritoſi all’ ingiurie de’ tempi, ci dà a conoſcere, quali foſſero le gran-

dezze,

dezze, le proporzioni, e le maestrie di que' secoli. Fra le altre cognizioni, quella che ne' passati tempi più d'ogn' altra fioriva, si era l'Architettura, della quale ne fanno fede i frammenti degli antichi Edifizj di Roma, le famose Piramidi degli Egizj, le sontuose Fabbriche de' Greci, ed altre infinite cose, che quasi a tutti gli Uomini son note: la qual Scienza essendo poi interamente decaduta, allora quando fu invasa l'Italia dai Barbari, i quali non so se prevenuti da falsa idea formata in essi dall' assuefazione di vedere la loro cattiva struttura, per riformare lo stile di fabbricare, o piuttosto convinti dell' errore, in cui si trovavano, credendosi, che niun' altra Nazione gli superasse, per pura malizia rovesciarono tante moli cospicue, delle quali la più grande idea ricavasi dalle scritture. Quello per altro, che truovasi di più ammirabile in qualcuno degli Edifizj antichi, si è l' osservare, come non solamente pensassero quegli Uomini alle proporzioni, grandezza, e maestà de' loro Edifizj, ma che anche avessero in idea di fabbricare all' eternità, coll' intendere la forza delle resistenze; la qual cognizione di tutta necessità deesi unire inseparabilmente all' Architettura, talmente che mai non potrassi ben ordinare una Fabbrica senza l' aiuto di questa Scienza. E per l' appunto la stessa Architettura, come cosa più apparente, dalle proprie rovine risorta, a poco a poco si è ristabilita nell' antico splendore, come ne fanno fede le Opere del famoso Paladio, Vignola Scamozzi, Sanzovino, e quantità d' altri: Ma la

Scienza

Scienza delle Resistenze, come cosa più astratta, non ebbe luogo di farsi altrettanto conoscere, mentre che vediamo ben soventi rovinare a' tempi nostri Fabbriche di considerabile spesa, rotture d' Archi, Volte, ed altre cose di simil genere, violenze di terrapieni contro de' muri, quando tutto questo avviene, perchè la Resistenza d' un corpo non fecesi proporzionata alla forza dell' altro. Non lasciasi però d' attribuire di questo la cagione alla diversa qualità de' materiali, de' quali di presente si servono i Moderni, ben diversi da quelli degli Antichi, avvegnachè il cotto, che adoperavasi a' tempi di Vitruvio in Grecia, non potevasi cuocere l' anno medesimo, che si formava, ma bensì se gli dava luogo a depurarsi da ogni sorta d' umidità nel corso d' un anno; neppure si esponeva a' raggi ardenti del Sole nel più forte della State, sendo che attraendone con violenza l' umido, indurivasi di repente l' esteriore superficie, tanto che più difficilmente poteva traspirare il restante, che si ritrovava nel mezzo, e su questo fatto presiedeva un Magistrato, come egli stesso afferma al capo terzo del suo libro secondo; ed infinite altre singolari attenzioni aveansi tanto a riguardo della struttura, che delle pietre, legnami ec.; nè per questo tutte le suddette cose sarieno state bastevoli a perpetuare i loro Edifizj, se non avessero avuto riguardo al soggetto importantissimo delle Resistenze, avvegnachè tutte le avanti nominate attenzioni non avrieno fatto cangiar di natura a una forza, contro la quale la Resistenza,

ſiſtenza, che per contenerla ſe le applicava, foſſe ſtata di grado alla prima inferiore. Perilchè il primo punto da oſſervarſi ſu queſto particolare, ſarà il mettere in conſiderazione, che ogni forza, e Reſiſtenza abbiano l' effetto loro finito, e come tale poſſaſi queſt' effetto o aumentare, o ſcemare; di quì avviene, che avanti ogni coſa avraſſi ad oſſervare, quale ſia queſta forza, la quale ſecondo i caſi diverſi può eſſere da ſe ſteſſa o maggiore, o minore; quindi conoſciuta, dovraſſi applicarle la dovuta Reſiſtenza, la quale per aſſolutamente determinare, ſendo che varie ſono le qualità de' materiali, mi feci a conſiderare qualunque forza quanto al proprio peſo, come ſi vedrà nel corſo del Trattato in diverſe maniere conſiderato, affinchè precedute tali oſſervazioni non abbiaſi ad eccedere di ſoverchio nella ſpeſa, quando avraſſi a fabbricare, nè per altra parte quando ſi pretenda di edificare con riſparmio, vedaſi la Fabbrica rovinare avanti tempo, come fa di meſtieri, che accada, qualora la Reſiſtenza non truovaſi alla forza proporzionata. Per dimoſtrar la qual coſa precederanno alcuni principj della Statica, col mezzo de' quali ſi conoſceranno le differenti azioni di qualunque forza, o Reſiſtenza, i quali eſſendo evidentiſſimi, ſerviranno di Aſſiomi, e di baſe al reſtante delle dimoſtrazioni; quindi applicatone il loro effetto a' muri, oſſerveremo per qual ragione debbaſi in alcuni fare quella baſe, che ſi riſtringa nella cima, detta comunemente ſcarpa, con qual proporzione debbaſi queſta determinare giuſta il maggiore, o mi-

nore

nore impeto d' un terrapieno, e ſecondo la propria altezza. Paſſando indi alla ſeconda Parte, quivi ſi vedono le forze, i colligamenti, e contraſti degli Archi, e Volte, dividendoſi il loro peſo parte in preſſione, e parte in impeto; e ſi dimoſtra, come annientato, o ſcemato uno d' eſſi, poſſa l' altro agire verſo del muro, che lo ſoſtiene; Nella terza ſi conoſce, quale ſia la forza di qualunque ſolido, come ſarieno travi di legno, di ferro, di pietra, ed altri generi, per giudicare di quanta abilità ſieno a ſoſtenere peſi in proporzione della loro lunghezza, e diametro. E finalmente nell' ultima ſegue un ragionamento pratico, riguardante la coſtruzione de' Coperti, le armature delle Cupole, ed ogni altra ſorta di lavori di ſimil genere, con far vedere di quanta importanza ſia il colligamento di dette parti per la conſervazione, e perpetuità degli Edifizj; eſſendo queſti l' ornamento delle Città, Ville, Giardini, Chieſe ec., come pur anche il beneficio, che qualunque perſona ne ricava col ripararſi dalle ingiurie del tempo, e coll' avere i proprj comodi ſin dal principio del mondo a queſt' ora ricercati.

PARTE

Imprimatur. Vicarius Generalis S. Officii.

V. Rivautella A. L. P.

Se ne permette la Stampa. Morozzo per la Gran Cancellaría.

PARTE PRIMA
DELLE RESISTENZE.

SUPPOSIZIONE PRIMA.

HE due gravi d' ugual peſo diſpoſti in bilancia di braccia uguali facciano l' Equilibrio.

SUPPOSIZIONE SECONDA.

CHe ogni qualunque gravità abbia per ſuo naturale iſtinto il propendere verſo il comune centro delle coſe gravi.

SUPPOSIZIONE TERZA.

CHe ogni gravità ridotta ſul ſuo centro non poſſa da quello eſſer rimoſſa, ſe non da forza, che di lei ſia più potente, ſopra le quali tre Suppoſizioni, come aſſiomi certi, ed infallibili appoggeraſſi tutto il corſo del noſtro Trattato.

DEFINIZIONE PRIMA.

MOmento assoluto d'un grave, o vogliam dir mobile intenderassi quella total forza, o energía, la quale un mobile rimosso, o elevato dal proprio centro esercita nell' approssimarseli, quando si lascia in libertà per la perpendicolare, il qual momento trovasi essere sempre il massimo.

I I.

MOmento rispettivo, o vogliam dir secondario, intendesi quello, ch'esercita un grave rimosso parimente dal centro nell'approssimarseli per una linea inclinata, o curva, o mista ch'ella siasi, quale sempre sminuisce dall'assoluto momento.

I I I.

FOrza, o potenza assoluta intenderassi la contrapposizione, o vogliam dir opposizione, che fassi ad un mobile scendente per la perpendicolare per arrestarlo, quale richiedesi per lo meno sempre uguale al momento assoluto dello stesso mobile.

I V.

FOrza, o potenza rispettiva sarà quel contrasto, che fassi ad un mobile scendente non per la perpendicolare, ovvero quella forza, che si esercita coll' ajuto di qualche macchina, o vette &c.

PRO-

PROPOSIZIONE I.

Dati due solidi ugualmente gravi sospesi dalle estremità d' una Bilancia, come in essa possasi ritrovare il ponto d' appoggio, su del quale s' equilibrino i due gravi suddetti.

Sia adunque la Bilancia espressa per la linea DC, alle estremità della quale applicandosi due gravità uguali AB, dico, che il punto d' appoggio, sul quale equilibrar si devono dette due gravità, sarà nel punto E, che corrisponde appunto alla metà d' essa bilancia, in qual luogo situate saranno ambedue ugualmente distanti dal loro comune centro, qual deve corrispondere ad angoli retti della linea CD nel punto E, stante qual cosa fassi luogo a dimostrare, come i due fili AD, BC, che sostengono i suddetti solidi non sieno tra di lor paralelli, la qual Proposizione contiene in se due Parti, la prima delle quali così si prova.

Tav. 1. Fig. 1.

Fu nella prima Supposizione esposto, che due uguali gravità fossero tra di loro equilibrate, ogni qualvolta si appendessero a bilancia di braccia uguali, per il che fassi luogo alla prova della prima Parte della nostra Proposizione, supposte le due gravità uguali: che poi i bracci della leva CE, ED sieno tra di loro uguali, tirisi dal punto E la linea EO ad angoli retti della CD; di poi uniscasi il punto O cogli due termini della bilancia CD avremo due triangoli uguali *per la Prop.* 26. *lib.* 1. *Elem.*, de' quali le basi CE, ed ED sono uguali tra di loro, ovvero *per la Prop.* 10. *detto lib.*, ove insegna a dividere una linea per mezzo, dal che conchiu-

Tav. I. Fig. I. desi essere le sovr' accennate gravità in equilibrio sul punto E, sotto del quale di tutta necessità dovrà ritrovarsi il loro comune centro; dal che fassi luogo alla prova della seconda Parte della nostra Proposizione, qual è, che i due fili CB, DA non sieno nè tra di lor paralelli, nè ad angoli retti colla linea DC; in prova del che se troncando i detti due fili CB, DA si lasciassero in libertà i due mobili suddetti, non già potrieno, col moversi in moto paralello, venire ad incontrare il lor proprio centro, ma bensì ognuno d'essi avrebbe un particolar centro, lo che non solo ripugna alla natura delle cose, ma pur anche direttamente opponesi alla seconda nostra Supposizione. Stando adunque i detti due gravi in ugual distanza dal loro comune centro, come nella prima Parte della nostra Proposizione dimostrossi, dovranno co' loro fili formare gli angoli interni EDA, ECB acuti, che allora rimossi i due gravi dalla quiete, e lasciati in libertà, s'incontreranno appunto nel loro comune centro, il qual trovasi sotto del punto E, come doveasi dimostrare.

SUPPOSIZIONE QUARTA.

CHe due solidi di varia grossezza della stessa materia, e per conseguenza di diverso peso facciano l'equilibrio, ogni qualunque volta disposti in una bilancia, essa abbia i bracci contrariamente rispondenti a' loro pesi.

PRO-

PROPOSIZIONE II.

Tav. I. Fig. 2.

Dati due solidi diversamente gravi, sospesi alle estremità d' una data Bilancia, come in essa possasele ritrovare il punto d' appoggio, o sostegno, per mezzo del quale s' equilibrino le due gravità suddette.

SIeno i due solidi AB, e la bilancia CD, alle estremità della quale sieno essi solidi affissi, dico allora equilibrarsi, quando il loro punto d' appoggio dividerà la lunghezza della bilancia in parti a' detti pesi proporzionali, però contrariamente applicate.

Per più chiara intelligenza di quanto sovra suppongasi il solido B essere il doppio più grave del solido A, quali dovendosi equilibrare nella bilancia CD divideraffi la medesima in parti tali, che la parte verso A, cioè AE sia della restante ED doppia, nè molto lungi se ne ricava il motivo, imperciocchè laddove il maggior grave B eccede il grave A in peso; questo per contrario tiene il maggior braccio in sollievo; che poi la lunghezza CE sia doppia della ED si dimostra, se formatine d' ambedue i rispettivi quadrati troverassi il quadrato EC essere del quadrato ED quadruplo; per lo che conchiudesi *con Euclide nel Guarini nel Coroll. della Prop. 6. lib. 2. Elem.*, che la proporzione dei quadrati in riguardo all' aera loro sarà suddupla in rispetto ai lati, come doveasi dimostrare.

Tav. I. Fig. 2.

COROLLARIO.

DI qui si raccoglie, che qualunque volta due gravità sospese alle estremità d'una bilancia faranno l'equilibrio, o uguali, o disuguali che elleno sieno, sarà evidentissimo essere il loro comune sostegno in una parte d'essa bilancia proporzionale alle gravità sostenute contrariamente applicate, e pel suo converso equilibrandosi due diverse gravità in una bilancia, dirassi parimente essere i pesi contrariamente proporzionati alle distanze, da quali vengono sostenute.

Fig. 3.

Qual virtù, proprietà, o natura del minor grave nel sospendere, ed equilibrare il maggiore ottiene a motivo dell'impeto maggiore, col quale formandosi il moto, raggirasi in rispetto al maggiore; avvegnachè se questo muovesi un dito, quello muovesi con distanza proporzionata alla lunghezza dell'asta, o braccio al proprio peso proporzionato, con qual proporzione di velocità sarà parimente per moversi il minor peso in riguardo al maggiore; lo che giornalmente osservasi nella stadera, ove un piccol grave, come è il Romano, equilibra qualunque altro maggior di se stesso dieci, venti, e cento volte ancora, ove osserverassi continuamente tal proporzionalità sì nel moto, che nel braccio; dal che si può anche dedurre, che disuguali pesi facciano l'equilibrio, qualora le velocità, che ritengono nel moversi, saranno contrariamente rispondenti a' pesi loro, come era l'intento.

CO-

COROLLARIO SECONDO.

Tav. 1. Fig. 3.

DA questo ancora deducesi, che trovandosi due gravità affisse agli estremi d' una bilancia essere equilibrate, se la contralleva opposta descriverà movendosi un arco proporzionato al descritto dalla piccola leva, come tra loro sono proporzionate le diverse lunghezze dell' aste, come nella Fig. 3., essendo i due gravi A, B equilibrati nelle distanze CD, qual leva movendosi, o raggirandosi da D in F, e da C in G, sopra il sostegno E descriverà colla lunghezza ED l'arco DF; coll' altra poi EC descriverà l'arco CG, le corde de' quali saranno ancora nella stessa proporzione de' pesi. Da tutte le quali cose assai chiaramente si può conoscere quanta possa essere la forza della leva, col mezzo della quale ogni minimo movente è capace di reggere, o sostenere qualunque gravità di gran lunga a se sovrabbondante; dal che anche stanno per dipendere le principali cagioni di tutti gli avvenimenti mecchanici, come siamo qui in appresso per dimostrare.

Tav. I.
Fig. 4.

PROPOSIZIONE III.

Data una Bilancia, o leva di braccia uguali, alle estremità della quale applicati sieno uguali pesi, ricercasi, se collocando in angolo retto i detti bracci, qual sia l' effetto, che da tal variazione seguir debba circa l' equilibrio de' pesi suddetti.

Sia la leva, o bilancia AB, al cui termine B sia applicato il grave C, ed abbia questa per contralleva l' asta AD, quali in vece di formare una retta linea formino l'angolo retto A, dico, che prescindendo dal mezzo, cioè dal maggior peso, che crescer possa dell' asta AB sopra l' asta AD, ed applicato al termine D un peso uguale a quello affisso nel termine B, e che la forza del grave E sia assoluta, cioè agisca con direzione perpendicolare alla contralleva DA coll' ajuto della girella F, formerassi ugualmente tra i gravi suddetti l' equilibrio, come se la bilancia DAB fosse in linea retta.

Dimostrerassi l' ugualità de' bracci AB BD, se fatto centro in A coll' intervallo AB descriverassi il cerchio, o suo quadrante BD, ed essendo ambedue raggi dello stesso circolo, saranno uguali fra loro *per la def. 17. degli Elem. d' Euc.* dimostrasi per altra parte ridursi all' impossibile, che la positura loro in angolo possa farli cambiar natura, essendo che sì l' uno, che l' altro di detti pesi esercitano l' assoluto loro momento per avere la direzione ad angoli retti alle respettive loro bilance: anzi che di più dirò io seguire appunto

lo

lo stesso effetto nella bilancia rettangola, come nella bilancia retta in tutti i movimenti loro, e diverse posizioni. Per maggior dichiarazione del che osservisi nella susseguente figura la libbra AB, la quale rimossa dall'orizzontale CD formerà con i fili AG, BH due angoli interni; uno, cioè GAB acuto, e l'opposto ABH ottuso, la somma de' quali agguaglierassi a due angoli retti; ed abbenchè s' alterasse in questa libbra il valor degli angoli, mai però scemerà la somma loro, quale sarà sempre uguale a due angoli retti, *come nella Prop. 29. lib. 1. Elem.*, qual proporzione, corrispondenza, o ugualità d'angoli conserverà sempre la libbra rettangola, come nella qui appresso descritta figura, ove vedesi la libbra AB colla contralleva AC poste in angolo retto nel punto A, nella quale il peso F tirando con direzione perpendicolare all' orizzonte forma colla Zanza AB l' angolo ABF ottuso, e pel contrario il grave E tirando per l'orizzontale DC forma coll'altra Zanca AC l'angolo ACD acuto, il quale congiunto coll'ottuso poc' anzi descritto faranno la somma uguale a due angoli retti; dal che si conchiude, se le due direzioni de' pesi saranno fra loro perpendicolari, come nella libbra rettangola si scorge, faranno l'equilibrio, astratto però sempre il peso della Zanca, o leva, che si considera come nulla pesante, riserbandomi nelle future dimostrazioni il mettere in conto anche le gravità stesse delle leve unitamente a' suoi pesi.

Tav. 6.

Fig. 5.

Fig. 6.

Nè qui io dubito, che lo stesso non sia per accadere in una leva Zancata sotto qualunque altro angolo, cioè a dire non potersi equilibrare due gravità uguali poste in bilancia angolare, salvo che il di loro angolo non

Fig. 7.

Tav. 1. Fig. 7. resti diviso per metà dalla perpendicolare eretta dal punto loro d' appoggio, come nella Fig. 7., ove dico non potersi altrimenti equilibrare due gravità uguali nella leva angolare ABC, salvo che 'l di lei angolo non resti diviso dalla perpendicolare BD per mezzo. In maggior prova del che eletti a piacimento i bracci della leva uguali AB, BC congiunti nell' angolo B descrivasi col centro B all'intervallo d'un d'essi il mezzo cerchio EDF, il di cui diametro EF sia ad angoli retti col semidiametro, o vogliam dir perpendicolare BD; è manifesto, che collocati i bracci nel sovra espresso angolo, sarassi tra le gravità applicateli l'equilibrio, per essere le estremità AC de' medesimi bracci ugualmente distanti dal centro, e come tali provenienti da braccia uguali, *onde per la Supposizione prima* si dimostrano equilibrati, nè altrimenti darassi equilibrio. Per più chiara intelligenza del che facciasi abbassare la Zanca AB sino in E, e sia EB, l'altra opposta di necessità dovrà salire da C in H, ostante in qual positura la nostra libbra sospendansi di bel nuovo le suddette gravità a' di lei estremi in E, ed H, sarassi per se manifesto come mai potranno equilibrarsi, stante che il grave I sostenuto in E trovasi più distante dal centro, che il grave K sostenuto in H, conoscendosi tale maggiore, o minore distanza sopra la linea EF, essendo tutte le altre in quanto alla misura incerte, ed indeterminate, *come asserisce Ptolomeo nel suo libro de Annalemmate*, ma solamente appropriarsi a questa con ragione la certezza della misura; stante la qual cosa vedrassi questo direttamente opporsi alla nostra Supposizione prima, e quarta, avvegnachè ove nell' una ricercansi a'

pesi

pesi uguali anche uguali leve, manca quivi tal condizione, premendo il grave I coll' ajuto della leva EB, quando il grave K preme soltanto colla leva BL perciò disuguali, e nell' altra, ove vedesi, che disuguali braccia non sostengono proporzionati pesi. Dal che si potrà conchiudere, che pesi uguali sempre faranno l' equilibrio collocati in distanze d' ugual valore, e che le leve angolari in niun altra positura faranno l' equilibrio, se non quando o sono rettangole, che abbiano le direzioni loro anche ad angoli retti, come s' è dimostrato di sopra, ovvero che l' angolo dell' inclinazione loro sarà diviso per metà dalla perpendicolare dedotta dal ponto d' appoggio.

Fig. 8. Dimostrato che la bilancia rettangola di braccia uguali abbia in tutte le sue parti uguale corrispondenza alla bilancia retta anche di braccia uguali, non dovravvi più essere difficoltà veruna in ammettere, e convenire, che le proprietà sin ora nella bilancia retta dimostrate di braccia disuguali, sieno pur anche per corrispondere alla bilancia rettangola di braccia pur disuguali, ogni qualvolta questa conterrà le stesse proporzioni de' pesi verso delle distanze, come si è nella seconda Proposizione dichiarato. Perlochè intendasi nella figura 8. la leva AB colla contralleva AC rettangola, quale suppongasi di lunghezza doppia d' AB, dico, che se i pesi D, ed F avranno fra loro la stessa proporzione, che le lunghezze delle leve contrariamente prese, saranno allora le gravità in equilibrio, essendosi per le sovra dichiarate cose dimostrata la leva rettangola di braccia uguali in tutte le sue parti corrispondente alla leva retta della stessa natura; così nel nostro propo-

sito

Tav. I. sito contenendo la leva rettangola CAB le stesse proprietà della leva retta di braccia disuguali, manifestasi, che gli effetti dalle stesse proprietà cagionati saranno sempre anche in tutto corrispondenti alle cause loro, dal che si potrà conchiudere, che colla leva rettangola potrannosi ottenere i medesimi ajuti della leva retta, servata però sempre la proporzione, o corrispondenza sin ora dichiarata tra i bracci, ed i pesi ad essa affissi.

Fig. 9. In altro modo ancora si può esercitare la forza della leva, ed è questo espresso nella figura 9., ove collocato l'appoggio in B, sovra d'esso, deesi collocare la stanga, o leva AB pel suo estremo B, nella quale si applicherà la gravità D sopra il punto C, che divide la linea AB in tal guisa, che la parte verso A sia doppia di quella verso B, ciò nulla ostante dico, che se per l'estremo A sarà affissa una gravità E, la quale abbia col peso D quella proporzione, che tiene la lunghezza CB verso la CA, quella equilibrerà il peso D, e tutto come se nel punto C fosse collocato l'appoggio, e nel punto B il grave D, s'altera soltanto il moto

Fig. 10. in riguardo al movente, come vedesi nella figura 10., ove supposto l'appoggio in C, il grave in B, e la forza in A, qual peso avendosi a sollevare da B in H, la forza posta in A s'abbasserà sino in F, e descriverà l'arco AF, la di cui corda sarà doppia di quella dell' arco BH, quando per altra parte collocando il sostegno in B, il grave in C, e la potenza in A, per sollevare il peso all'altezza di H, cioè in E, la forza dovrà moversi con maggior estensione, cioè a dire da A in D, la di cui corda sarà sesquialtera di quella

dell'

dell' arco AF. Conchiudasi pertanto, che in bilance Tav. I. di questo genere, la forza per equilibrarne la gravità sarà in proporzione delle sin ora dimostrate, ma avendosi alle medesime da dare il moto, questo crescerà sempre in proporzione della contralleva, e l' arco, o corda di questo dovrà sempre sottrarsi dalla maggiore, per ottenerne in tutto la simile corrispondenza.

Nè fuor di proposito sarò per asserire, che esercitandosi nella stessa maniera la forza coll' ajuto della libbra rettangola sieno per seguirne gli stessi effetti, qualora il grave le sia appeso in una parte del braccio, ed il sostegno nell' estremità, conservando però sempre le sovra accennate proporzioni.

PROPOSIZIONE IV.

Come possasi perpetuare la stessa forza nella leva.

LA maggior parte degli strumenti, de' quali servesi la Meccanica, dipendono dalla natura della leva, ma dovendo il più delle volte adoprar tali strumenti in sollevar pesi, erger macchine, e altre simili cose, è manifesto, che la leva sin ora dichiarata, qualora si sarà mossa per un quarto di circolo solleverà soltanto il grave appesole per quanto è la di lei corda; onde per più sollevarlo saria bisognevole replicar più, e più volte la stessa azione con gran fatica, oltre del che saria pur anche necessaria una forza seconda, quale in se ritenesse il peso già sollevato sin a tanto, che colla replicazione della leva novamente si sostenesse. Per il che rimediare fu ritrovato un Fig. XII

mezzo

Tav. I. Fig. 11. mezzo assai comodo, e facile ad effetto di perpetuare la detta forza, quale ottiensi col mezzo d' una girella, come nel nostro esempio si vede fig. 11., ove proposto il grave B da attrarre all' altezza di D, e che tal gravità sia appesa all' istesso termine D della bilancia AD, il di cui sostegno sia nel mezzo d'essa, cioè nel punto C; si fa palese, che tanto solamente alzerassi il grave B, quanta è la lunghezza DC, e quivi avendo a reiterarne l'azione, farà d' uopo ritrovarvi una forza, che stando il grave in tal sito elevato quello possa sostenere, acciò colla replicazione della leva possasi novamente far risalire, al cui effetto si fa manifesto esservi necessarie due forze, una per sostenere, o piuttosto conservare nel peso l' elevazione acquistata, e l' altra per aggiungere allo stesso più, e più di salita. Lo che pel contrario non sarà per avvenire, se col centro C, e semidiametro CA, ovvero CD descriverassi il circolo DAC, in figura del quale farassi una girella, o Cilindro, sopra di cui raccolta la fune EABD perpetuerassi il moto alla leva AD; dal che anche si comprende, come il peso B resti sostenuto da forza a se uguale, nè altrimenti poter noi dall'ajuto di detta Macchina ottenere benefizio veruno in riguardo alla diminuzione di fatica; e che ne sia il vero, se intenderemo pel centro C, che è il luogo del sostegno, passar una linea, o diametro AD, nelle estremità della quale le corde pendenti toccano la circonferenza, avremo una libbra di braccia uguali, essendo che la girella circondottale altro non diventa, che una libbra perpetuata. Dal che possiamo comprendere quanto s' ingannino coloro,

che

che stimando col far maggiore il Cilindro, o Girella poter con minor forza levar lo stesso peso, senza aver riguardo veruno, come nell'accrescimento di tale girella s' accrescano pur anche le distanze, essendo i semidiametri sempre uguali. Conchiudasi intanto nullo essere il benefizio, che da tale stromento ricavasi in ordine alla diminuzion di fatica, e se mai si desiderasse saper la cagione; per la quale in varj casi si servono i Meccanici di tale stromento tanto in levar pesi, quanto in estraer aque da' pozzi, ed altre simili cose, rispondesi ciò farsi, perchè il modo d' esercitar la forza in tal guisa trovasi più comodo, stante che dovendo tirare all' ingiù ci presta ajuto anche la gravità delle nostre membra, ove che avendo ad attrarre lo stesso peso senza tale ajuto resta necessaria tutta la forza per sostenere col grave anche il peso del corpo, dal che si conosce non apportare tal Girella vantaggio veruno alla forza semplicemente considerata, ma solamente al modo d' applicarla, come era l' intento.

Tav. 1. Fig. 11.

PROPOSIZIONE V.

Come coll' ajuto della Girella, ma diversamente applicata possasi da una semplice forza reggere un doppio peso, effetto diverso dalli sin qui dimostrati.

Prima però, che alla specifica dimostrazione si pervenga, resta necessario anteporre una diffinizione, ed è, che proposto un grave appeso alla metà d' una leva, i di cui estremi sieno appoggiati, o sostenuti

Fig. 12.

Tav. 1. Fig. 12. ſtenuti da due forze, diceſi la ſuddetta gravità ugualmente ripartita ſopra ciaſcuna delle forze ſuddette, che la ſoſtengono, l'evidenza del che a ſufficienza ci convince, avvegnachè ſe due uomini portano un peſo unito attaccato ad una ſtanga, o altro ſimile, ſtando il detto peſo ugualmente lontano da ciaſcun de' ſoſtegni premerà ſoltanto verſo ciaſcun de' medeſimi con momento ſudduplo al ſuo momento aſſoluto, che vale a dire, che ognuno di detti uomini ſoffrirà ſoltanto la metà del grave ſuddetto. Per il che intendaſi la leva AB, dal mezzo della quale ſtia pendente il grave D, qual leva eſſendo appoggiata per una parte ſu del ſoſtegno A, dico, che dovendoſi reggere, o ſoſtenere la leva ſuddetta per l'altro eſtremo B, la forza da applicarſi in quel ſito dovrà eſſere ſoltanto ſuddupla al peſo di D.

Fig. 13. Ciò ſuppoſto ſia il grave A da ſollevarſi in alto, quale ritenendo in ſe per eſempio gradi venti di reſiſtenza, altro non abbiaſi, che contro applicarli una forza, o contrappeſo maggiore di gradi 10., ſarà in quel caſo neceſſario il far raccorſo all'arte. Preparata adunque la girella BC s'accomoderà nella ſua Caſſetta BDCE, alla quale ſarà attaccato il grave A, appeſo adunque un capo della corda al punto F, quella faraſſi paſſare ſotto la girella CB; da poi all'altro capo applicata la forza, o contrappeſo di gradi 10., dico, che queſta equilibrerà il peſo del grave A, e che ſe a' detti gradi 10. s'aggiungerà ogni minima forza, ſarà queſta baſtevole a ſollevarlo in alto. Lo che facilmente ſi prova, avvegnachè conſiderando nella girella BC una leva perpetuata, dal mezzo della

quale

quale penda il grave A, ed appoggiandosi co' suoi Tav. 1. estremi BC sopra le due parti della corda sarà manifesto, che il grave A tanto premerà verso C, come verso B; nè viene in conseguenza, che la metà del solido gravando sopra del punto F non sarà che l'altra metà quella, che dovrà essere sostenuta dalla gravità G; e quantunque vegganzi nella circonduzione della corda alterare i termini, cioè i punti BC, non variasi però la virtù loro, e quivi appunto seguiranne quanto dimostrossi *nella seconda Proposizione*, che il moto di dette gravità contrariamente risponda a' pesi loro, imperocchè quando il grave A sarà elevato un palmo, il grave G ne avrà scesi due, del che nella sovr'accennata Proposizione assegnossi il motivo.

PROPOSIZIONE VI.

Che col mezzo d'una piccola forza possasi superare una resistenza quadrupla alla medesima, ed anche di qualsivoglia altra moltiplicità, che ci venga proposta, ogni qualvolta l'eccesso del peso verso della forza sia in quantità pari.

INtendasi in primo luogo, come nella precedente Fig. 14. Proposizione il grave da sollevarsi A, quale essendo sostenuto da due leve BC, ed ED, ciascuna delle quali soffra ugual porzione del detto peso A; dico, che collocando gli estremi delle dette leve sopra i sostegni EB, e dovendovi applicare nelle opposte estremità due altre forze, che lo sostentino, ciascuna d'esse dovrà avere momento uguale alla quarta parte del

 peso

Tav. 1. peso del solido A, lo che essendosi per l'antecedente Proposizione dimostrato, sarà manifesto, che moltiplicandosi i sostegni, o vogliam dir le leve, ripartirassi sempre il peso in tutti i punti delle medesime.

Fig. 15. La qual considerazione applicata alle taglie, o girelle procederemo nel seguente modo; suppongasi per esempio il grave A ritenere gradi 40. di resistenza, o peso; il quale avendolo a sollevare, altra forza non abbiasi, che una equivalente a' gradi 10., considereremo in primo luogo come se detta gravità fosse appesa a due leve; per il che collocate in una cassetta due girelle, come nella fig. 15. CD, si sovrapporrà un'altra simile cassetta munita parimente d'altre due simili girelle, quindi fermato, come nello scorso esempio un capo della corda nella cassetta superiore in I, si farà passare attorno una girella inferiore, dappoi avvolta superiormente all'opposta girella replicherassi lo stesso per le altre due restanti, attaccato poi finalmente all'altro capo della corda il grave K, quale ritenendo gradi 10. di resistenza, o vogliam dir di peso, sosterrà il grave A in equilibrio, sicchè congiunta col grave K ogni benchè menoma forza, sarà quello da questo superato, stando il peso A affisso all'asse di due girelle inferiori, i diametri delle quali fanno l'uffizio di due leve perpetuate, come si è avanti dichiarato, e collo stesso ordine proseguendo nella moltiplicità delle girelle aumenterassi la forza secondo qualunque moltiplicazione pari. La considerazione poi di tal cosa toglie affatto la maraviglia, se avuto riguardo al moto, o strada, che movendosi dette varie gravità diversamente riguardansi, vedrannosi tra

di

Tav. 1. Fig. 15.

di loro conservare tale proporzionalità trà i pesi, ed i moti, avvegnachè nel tempo istesso, che il grave A s'alzerà un palmo, il grave K s'abbasserà quattro palmi; le quali osservazioni ci fanno manifesto essere effetti tutti già considerati *nella Proposizione 2. della semplice leva.*

Ma se avessimo a proporzionare una forza secondo qualche moltiplicità impari, come per esempio avendo un grave, il di cui momento fosse di gradi 50., i quali dovendo equilibrare con gradi 10., osserverassi con qual proporzione il numero 50. riguarda il numero 10., cioè con proporzione quintupla, ed essendo il numeratore di tal proporzione il numero cinque impari, opererassi diversamente, cioè in vece di fermare il capo della corda alla cassetta superiore, come operassimo nell'antecedente esempio, fermerassi nell' inferiore, proseguendo in tutto il restante come nella figura 15. si averà l'intento, ciò non ostante vedrannosi i detti due mobili conservar sempre le stesse proporzioni in riguardo al moto, come avanti si è dimostrato.

COROLLARIO.

RAccogliesi da quanto sovra essere soltanto vantaggiosi gli stromenti della Meccanica, qualora avendo noi una gran mole unita come una colonna, od altra simile gravità, che non soffra d'esser divisa, ovvero che per sollevar tali pesi si serviamo di forze inanimate, come del corso dell'acque, a riserva del che avendo a sollevar pesi, quali possansi dividere, e

Tav. 1. Fig. 15. trasportar disuniti ugualmente, e colla stessa comodità si trasferiscono senza macchina, che coll' ajuto di essa, abbenchè sembri impossibile, che quella mole, che col mezzo della macchina sollevasi, possasi senza la medesima rimoversi, per il che detta macchina renda facilità incredibile, ma se per altra parte avrassi riguardo al tempo, cui salì detta mole, unitamente alla strada, che fece il movente per attrarla, vedrassi, che nello tempo stesso, e con ugual fatica si sarebbe sollevata a quel segno senza l'uso della macchina, se fosse stata disgiunta, come nel principio di questo discorso si è proposto, e sia per principio certissimo, che tutti gli stromenti Meccanici esercitano il loro potere coll' ajuto di qualche leva, o semplice, o composta, come l' argano, la vite, ed altri simili, ove si può vedere, che la forza muovesi sempre con moto corrispondente alla gravità, e che la natura in questo particolare non cangia istinto, nè soffre d' essere ingannata, avendo per constituzione fermissima, che niuna resistenza mai possa essere superata, se non da forza, che di quella sia più potente, come nella Supposizione terza.

PROPOSIZIONE VII.

SUpposti, ed ammessi questi principj come reali, ed infallibili, altro non restaci, che far ingresso nella sostanza della materia, sovra della quale si ha da discorrere, la quale sarà denominata scienza delle Resistenze, o sia cognizione Meccanica delle cose naturali, non che con questo termine di Meccanica pretendasi

tendasi d'avvilire tal cognizione, ma però vien così detta, perchè l'utilità, che da tal scienza ricavasi, s'applica totalmente a cose Meccaniche, come sono strutture di muri, taglj di pietre, sostegni di terrapieni, resistenze de' travi, ed in somma per rendere ogni cosa proporzionata in un edifizio, per il che si procurerà al possibile di provare, e dimostrare con principj, e prove certissime, come sono le Matematiche, quanto assumerassi a proporre.

Tav. I.

Come dato un solido, Tavola, o altro di figura quadrata, e di qualsivoglia materia, purchè sia d'ugual grossezza in tutte le sue parti, possasegli ritrovare il centro di gravità, pel quale sospeso esso solido possasi elevare in equilibrio.

SIa dato il solido ABCD fig. 16., al quale avendosi a ritrovare il centro di gravità, si condurranno dagli opposti angoli AD, BC le rispettive diagonali, le quali s'incontreranno di necessità nel punto E, nel quale dico essere il centro, per cui volendo sospendere, o sollevare il solido ABCD s'eleverà equilibrato.

Fig. 16.

Provasi quanto sovra per la Supposizione prima di questo Trattato, per l'ugualità de' triangoli, che la detta figura compongono, li quali per essere d'ugual materia, e grossezza, saranno per conseguenza d'ugual peso, de' quali ritrovandosi il centro E sul mezzo dimostrasi uguale pur anche la distanza da E in A, come da E in D, ed anche da E in B, come da E in C, per il che sarà pur anche diviso ugualmente il peso, lo che senza altra dimostrazione si fa manifesto.

Tav. 1. Fig. 17.

Ma se ci fosse proposto il paralellogrammo AHCF, al quale dovendo ritrovare il centro di gravità, potrebbonsi parimente condurre dagli opposti angoli le diagonali AF HC, nell'incontro delle quali, cioè nel punto E per la precedente dimostrazione dovrà essere il centro di gravità; ma per aprir la strada col presente discorso al restante delle dimostrazioni s'opererà diversamente, per il che troncato in primo luogo dal paralellogrammo AHCF il quadrato BHDF, il quale diviso (per i documenti dell' antecedente colle sue diagonali BF HD) sarà il di lui centro nel punto O; venendo di poi al piccol paralellogrammo annessogli, replicherassi la stessa operazione delle diagonali, per mezzo delle quali ritroverassi il di lui centro nel punto I, le quali due solidità considerandosi disunite, e disgiunte, e dovendosi equilibrare, si supporranno appese alle estremità d'una bilancia, qual sarà IO. Supposta adunque tal bilancia colli detti pesi nelle di lei estremità applicati, ritroverassegli *per la Prop. seconda* il punto d'appoggio, o vogliam dir centro di gravità, cioè dovendo dividere la linea IO nella stessa proporzione de' pesi, ed essendo doppia dovrassi in tal guisa dividere la detta linea IO, che la parte verso I dell'altra verso O sia doppia, qual divisione cadrà nel punto E, nel quale già s'intersecarono le diagonali, pel quale se si sospendesse il solido predetto AHCF saria equilibrato, per essere i bracci della leva IE, EO proporzionali ai solidi applicatili, e contrariamente a' medesimi rispondenti, come nella Supposizione quarta.

Ripi-

Ripigliato ora il solido della passata figura AHCF, Tav. 1.
l di cui centro sia O si consideri, come se al medesi- Fig. 18.
no solido fosse aggiunto il pezzo BDEI, al quale per
e precedenti trovisi il centro di gravità, qual sia K,
ome dalla fig. 18., quale essendo unito all' antece-
lente AHCF formi un sol solido, a cui dovendo ri-
rovare il centro di gravità, condurrassi in primo
uogo dal centro O della prima al centro K della se-
onda figura una retta linea, che gli unisca, questa
lirassi asse del solido, la quale se si prolungasse oltre
detti termini, o centri, dividerebbe tutta la figura
n due parti uguali, proprietà innata dell' asse, nel
uale dovrà necessariamente cadere il punto d' appog-
io, il quale per ritrovare divideras si come prima la li-
ea, o vogliam dir asse KO secondo le stesse propor-
ioni, che tra di loro ritengono i due solidi, ma di-
ersamente applicate, che allora formerassi una bilan-
ia di braccia disuguali, alle di cui estremità saranno
pplicate gravità parimente disuguali, però contraria-
iente rispondenti ai braccj della leva; dal che si con-
hiude *per la Prop. 2., e Supposizione 4.*, che resti tutto
 solido equilibrato per il punto X, come si era
roposto.

E collo stesso ordine potrassi procedere per ritrovare Fig. 19.
centro di gravità in qualunque solido, considerandolo
empre diviso in due porzioni o uguali, o disuguali,
he sieno appese alle estremità d'una bilancia, la quale
ividasi pur anche nelle stesse proporzioni, che le gra-
ità rispettive, e per più chiara intelligenza ripiglisi
antecedente figura BDHFCIE, il di cui centro sia
, alla quale dovendosi aggiungere la porzione FKLM,

il di cui centro ſia O, s'uniſcano i punti X, ed O colla retta OX, che ſarà l'aſſe della figura, nel quale pur anche cadrà il centro di tutto il ſolido. Conoſciuta indi quella ragione, colla quale il ſolido KM riguarda l'altro anneſſogli, con quella ſteſſa, e non altrimenti taglieraſſi la linea XO, la di cui diviſione cadrà nel punto P, ove ſaravvi il centro, pel quale ſi ſolleverà tutto il ſolido intieramente preſo. Ritrovato adunque in queſta guiſa il centro ne' ſolidi, s'eleveranno i medeſimi non ſolo orizzontalmente, ma ſotto qualſivoglia altra inclinazione indiſtintamente, qualunque volta il punto, pel quale vengono ſoſpeſi, riſponda direttamente al centro di mezzo, come in queſt' eſempio; volendo elevare verticalmente il ſolido ſovra deſcritto, ſi ſoſpenderà pel punto Q, quale incontrandoſi perpendicolarmente col centro P, conſerverà l' equilibrio ſin ora dichiarato.

PROPOSIZIONE VIII.

IN tutte poi le figure regolari, come Triangoli, Eſagoni, Pentagoni, Ottagoni, ed altre infinite figure di lati uguali, che inſcrivere, o circonſcrivere ſi poſſano a' circoli, ed anche ne' circoli ſteſſi, i centri di gravità loro riſponderanno ſempre ne' centri de' circoli, ne' quali vengono eſſe figure inſcritte, come in tutti gli eſempli della fig. 20., le quali coſe da ſe ſono aſſai manifeſte ſenza ulteriori prove.

PRO-

PROPOSIZIONE IX.

Tav. 2. Fig. 21.

Come possasi ritrovare il centro ad un Triangolo, o Iscoscele, o Scaleno.

ESsendo che non tutti i Triangoli, che possono inscriversi a' circoli gioiscono delle proprietà dell' Equilatero, che vale a dire, non in tutti essere, o servire il centro del circolo pel centro di gravità alla fig. loro inscritta; fa perciò di mestieri proporre un altro metodo, coll'ajuto del quale possasi ritrovare in qualunque triangolo il proprio centro di gravità, abbenchè non sia inscritto nel cerchio. Per il che avendo il triangolo ABC, nel quale debbasi ritrovare il centro, sarà in primo luogo necessario trovarvi l'asse, nel quale dovrà cadervi il centro suddetto, siccome in qualsivoglia figura, l'asse deve passare pel centro. Per il che divisa la linea BC *per la Prop. 10. lib. 1. Elem.* in due parti uguali, la di cui divisione cadrà in E, dal qual punto se si condurrà una retta linea al punto A, questa sarà l'asse, il quale diviso in parti tre uguali, per esse si faranno passare linee paralelle alla base BC, le quali si prolungheranno oltre i lati AB, BC, come vedonsi 1. 6., 2. 5., 3. 4., coll'ajuto delle quali circonscriverassi una figura di superfizie rettilinee, e rettangole, come sono la 3 G, 2 K, C j; dopo del che osservata la proporzione, colla quale dette superfizie s'eccedono, che sarà in proporzione aritmetica, ed eletta una bilancia, come nella figura 22. ODV divisa in due parti uguali nel punto D, per quai punti saranno sospese Fig. 22.

tre

Tav. 2. Fig. 22. tre grandezze in tutto proporzionali alle già enunciate, ed esposte nella figura 21., che vale a dire come stia la prima grandezza 3. G verso della seconda 2. K fig. 21. così stia la prima grandezza N verso della seconda M fig. 22., e successivamente come la grandezza 2. K. verso 1. C fig. 21., così stia parimente la grandezza M verso la terza grandezza V fig. 22.; per farne ora delle tre ultime grandezze NMV l'equilibrio incomincierassi ad operare *secondo i documenti della Prop. 2. di questo Trattato*, ritrovando alle due grandezze MN solamente il punto d' appoggio, il quale ritroverassi col dividere la linea DO in parti contrariamente rispondenti a' pesi attaccatigli, e cadrà nel punto P, pel quale le sovra descritte due grandezze faranno l'equilibrio. Ma dovendovi ancora inchiudere la terza grandezza V, e ritrovarvi il comune loro centro, formerassi un'altra libbra, alle estremità della quale per una parte s' applicherà la grandezza V, e per l'altra la libbra DO unitamente a' suoi pesi MN; osservata indi la proporzione, colla quale stanno fra di loro le grandezze alle estremità di detta libbra applicate colla medesima, dividerassi la detta bilancia, che le sostiene, ma trovandosi uguali, essendovene tre per parte, si dividerà ugualmente nel punto Y, dal quale saranno sospese tutte le sei grandezze in equilibrio, e se vorrassi ritrovare il detto punto nella bilancia OV, altro non farassi, che dedurre dal punto Y una perpendicolare alla linea suddetta OV, qual cadrà nel punto X, pel quale parimente farassi l'equilibrio. Rivolgendosi di bel nuovo alla fig. 21. troverassi alle tre solidità circonscrittegli il loro proprio, e particolar centro di gravità

per

Tav. 2. Fig. 23. e 24.

nosi in tal guisa due grandezze nella libbra DO fig. 22. come sono MN, che colla stessa proporzione s'eccedano, onde troverassi il loro comune centro nel punto P, come avanti dimostrossi; ciò supposto dividasi la linea XV fig. 21. nelle stesse proporzioni della libbra DO per le sovra citate Proposizioni 10. e 12. *lib. 6. Elem.*, e vedrassi cadere in R il centro dell'inscritta figura, dal che si comprova quanto si è sovra proposto, che la parte RA verso l'apice del triangolo trovasi più che doppia della parte verso la base, lo che da principio si è preso a dimostrare.

Venendo indi alla dimostrazione del centro di gravità del medesimo cadrà in una distanza, o punto medio proporzionale ai centri dell'inscritta, e circonscritta figura, o vogliam dire, che il centro suddetto dividerà in tal guisa l'asse AE, che la parte verso l'apice sarà doppia di quella verso la base. Imperocchè avuto riguardo alla proporzione, colla quale s'eccedono le parti del triangolo, vedrassi come nella fig. 24. la parte IH contenga tre volte la porzione, o triangolo IAK, per il chè disposte in un'altra libbra fig. 25. due altre grandezze, una delle quali, cioè I ecceda l'opposta H in proporzione tripla, e fatto tra queste due grandezze l'equilibrio *per la Proposizione seconda*, vedrassi cadere il punto loro d'appoggio nel punto P; quindi prodotta altrettanto la libbra, finchè la distanza IH s'uguaglj alla distanza IK, ivi sarà applicata una grandezza K quintupla della prima H, e saranno constituite in una libbra tre grandezze in tutto proporzionali alle tre inscritte nel triangolo ABC fig. 24., dopo del che applicate all'estremità della libbra

LN

LN le due grandezze IH sostenute nel punto P, e dall' altra parte se si farà opposizione colla grandezza K, e fatto nuovamente tra queste grandezze l'equilibrio *per la sovra citata Prop.* 2. troveraissi il comune loro centro nel punto M, dal quale eretta una perpendicolare segherà la libbra sottopostale nel punto O. Ciò supposto trovisi il centro di gravità al triangoletto AIK fig. 24. collocandolo nel terzo dell' asse prossimiore alla base, come si è in questa Proposizione accennato, e parimente all'altra porzione GHBC, la quale cadrà nell' asse suddetto del triangolo ABC, uno de' quali cadrà in E, e l'altro in D. Dopo del che presa la lunghezza ED fig. 24. porteraissi da C in A fig. 26., e presa la lunghezza di KH fig. 25. talmente s'addatterà per qualunque de' suoi estremi nel punto C, che faccia colla prima CA qualunque angolo, e farà ABC, quindi congiunti gli estremi A, e B colla retta BA, e presa la distanza KO fig. 25. porteraissi da C in D fig. 26., da qual punto dedotta una paralella alla sovra menzionata linea BA, segherà la AC nel punto E nella proporzione della CB. Per il che presa la distanza CE fig. 26. si porterà nell' asse del triangolo fig. 24. da E in F, ed ivi farà il centro di gravità di tutto il triangolo, essendosi dimostrate le rispettive grandezze tanto nel triangolo incluse, che nella bilancia appese proporzionali, ed essendosi pur anche dimostrati gli assi, e bilancie loro divisi nella stessa proporzione, non potrà altrimenti cadere il centro di gravità del triangolo, che nel punto E; altro per ora non restaci a dimostrare, che la linea FE nella fig. 21. indicante il centro di gravità del triangolo ABC

Tav. 2. Fig. 25. e 26.

Tav. 2. Fig. 25. e 26. sia media proporzionale alle lunghezze ES, ed ER centri rispettivi dell'inscritta, e circonscritta figura; per il che fatto raccorso *alla Prop. 17. lib. 6. Euclide* si dimostreranno in continua proporzione le tre linee suddette, ogni qualvolta il rettangolo dalle estreme composto uguaglierassi al quadrato della media, lo che da qualsivoglia persona si può vedere.

COROLLARIO.

DI qui raccogliesi, che il centro di gravità in qualsivoglia triangolo sempre dividerà il di lui asse in parti tali, che la parte verso l'apice resti doppia di quella verso la base, come si era proposto.

PROPOSIZIONE X.

Come ritrovar possasi il centro di gravità ad un solido irregolare diviso in varj triangoli.

Fig. 27. SIa dato il solido ABCDKI, al quale debbasi ritrovare il centro di gravità, divideransi il medesimo in tanti triangoli, come ne dimostra la figura, uno de' quali sarà ABD, il di cui centro sarà *per l'antecedente Proposizione*. E; dipoi venendo all'altro triangolo CBD troverassegli *per la detta Proposizione* il centro, il qual sarà G, quali centri congiunti insieme per via della retta FG cercherassi nella medesima *per i documenti della Proposizione 2.* il comune centro, il qual sarà H, che vale a dire, dividerà la linea FG nelle stesse proporzioni de' pesi annessili, però contrariamente applicate, e

tutto

tutto come nella sovra citata Proposizione meglio si è dichiarato; volgendo finalmente il pensiero sul terzo triangolo IDK troverassegli nella stessa guisa il centro, qual sarà M, che unirassi col punto H per via della linea, nella quale caderà necessariamente il centro di tutto il solido, quale sarà nel punto O, per cui sospesando tutta la gravità suddetta equilibrerassi, come si è sin ora provato, ed essendo, che tutte le solidità possono participare o del rettangolo, o del triangolare, o circolare, o d'altre varie figure di queste composte, o participanti, troverassi facilmente col presente metodo in qualunque figura il rispettivo centro di gravità, come si vede. Tav. 2. Fig. 27.

PROPOSIZIONE XI.

NE' Prismi, o Cilindri in qualunque modo segati i centri delle lor gravità risponderanno sempre al mezzo degli assi loro, essendo solidità uguali in tutte le sue parti; perciò dividendosi in porzioni uguali gli assi loro, resteranno per conseguenza le gravità ugualmente ripartite, come nella seguente figura 28. si scorge appunto corrispondere il loro centro al mezzo degli assi rispettivi, come ne' punti ABC; di più aggiungo, che lo stesso accaderanne, qualora ciascuno di tali solidi fosse per elevarsi sotto qualunque inclinazione, come vedesi nella stessa figura, ove essendo l'asse del solido AB diviso per metà in D, farà colla perpendicolare DO l'angolo acuto D, stando in qual inclinazione sarà parimente equilibrato, perchè nella stessa guisa dividesi ugualmente Fig. 28.

il

Tav. 2. Fig. 28. il solido AB colla sezione obbliqua OD, come se la sezione fosse rettangola all'asse, ogni qualvolta ciascuna d'esse passerà per il punto D, *come insegna Euclide nelle Proposizioni 26. 29. 30. 31. lib. 1. Elem.*

PROPOSIZIONE XII.

AVendo sin ora ragionato solamente di que' solidi, che ritengono uguale grossezza per ritrovarle il proprio centro di gravità disposti su varie figure. E come che non solamente quelli possono venire alle mani, ma moltissime altre, come Coni, Piramidi di diverse basi, Coni Parabolici, ed infinite altre solidità, o d'esse varj composti, de' quali ragionerassi quì appresso, e prima dimostrerassi.

Come ad una data Piramide di basse quadrata possasi ritrovare il centro di gravità per equilibrarla.

Fig. 29. SIa la data Piramide nella fig. 29. espressa pel triangolo ABC, il di cui asse sia AD, nel quale cadendo il centro di gravità della Piramide, dico, che sarà per dividere in tal guisa l'asse sovra esposto, che la parte verso la base sia subtripla di quella verso l'apice. Qual cosa per dimostrare si ha da mettere in considerazione la natura di detta Piramide, e la proporzione, colla quale cresce nell' approssimarsi alla sua base. Per il che diviso l'asse della sovra enunciata figura AD in parti uguali a piacere, come nell' esempio vedesi diviso in parti quattro, dappoi per i documenti della Proposizione ottava circonscrivansi ad essa figura

figura varie solidità, che s' eccedano secondo il taglio de' lati, o vogliam dir angoli di detta Piramide, come vedesi nella figura dimostrato, dal che assai facilmente conosceranssi con qual proporzione possano dette solidità eccedersi, il qual eccesso sarà come i quadrati delle linee transversali LM, IK, GH, EF. Essendo adunque la linea GH doppia di EF, sarà il di lei quadrato per *conseguenza del Coroll. della Prop. 4. lib. 2. Elem.* quadruplo al quadrato di EF; perciò eletta nella figura 30. la libbra DB s'applicheranno agli estremi d'essa due grandezze, che secondo le sovra accennate proporzioni s'eccedano, cioè che la grandezza G appesa in D sia quadrupla alla grandezza H appesa in B, alle quali trovato per la *Proposizione seconda il punto d'apoggio* caderà in I. Ritornando di poi alla figura 29., ed osservando con qual proporzione il quadrato di IK riguardi il quadrato di EF, quello ritroveranssi esser nonuplo, prolungheranssi la libbra BD sino in C, per il qual punto sospesa una grandezza nonupla alla grandezza H, dovrassi questa colle due sovra accennate equilibrare; per il che eletta nella stessa figura la bilancia LK per una parte applicherassele la libbra DB coi suoi pesi affissi a lei G, ed H, e per l' altra parte la grandezza F, di poi fatto l'equilibrio caderà il centro nel punto N; e finalmente avuto riguardo all' eccesso del quadrato di LM sopra il quadrato di EF prolungheranssi di bel nuovo la libbra CB sino in A ad uguale distanza, di poi in A sospendasi la grandezza E proporzionale al quadrato di LM, la la quale sarà sedeci volte maggiore della grandezza H. Fatto finalmente l' equilibrio tra la grandezza E

Tav. 2. Fig. 30.

Tav. 2. Fig. 31. massima, e le altre tre FGH nella libbra PO sarà il lor comune centro nel punto Q. Dopo del che trovinsi per *la Prop.* 7. li centri alla prima, ed ultima solidità nella fig. 29., quali caderanno ne'punti NO; dappoi trasferta la libbra AB fig. 30. in GH fig. 31. piglierassi la linea NO fig. 29., e collocherassi per uno de' suoi estremi nel punto G fig. 31. in modo che faccia colla GH qualunque angolo; unirannosi quivi gli estremi di dette due linee H, ed O colla retta OH, e presa la distanza PQ ovvero AM fig. 30., quella porterassi nella linea GH da C in S fig. 31.; dappoi dal punto S dedotta una paralella alla HO, questa segherà la linea GO nel punto V, qual distanza GV porterassi nella linea ON fig. 29. da O in P, ed ivi sarà il centro ricercato di tutto il solido circoscritto alla già detta piramide ABC, essendo che tutte le grandezze equilibratesi nella fig. 30. pel punto Q corrispondono in tutto, e per tutto alle solidità ad essa piramide circoscritte, così parimente trovandosi le distanze AM, ed QP nelle due prime figure tra di loro proporzionate farassi manifesto, come il punto P nella fig. 29. sia il centro di gravità di tutto il solido circoscritto, come erasi proposto.

Fig. 32. Inscrivasi ora alla detta piramide un'altra figura di simili solidi, che ugualmente, o regolarmente s'eccedano, come vedesi trasferta l'operazione per più chiara intelligenza nella fig. 32., nella quale le tre grandezze inscrittegli conserveranno tra di loro le stesse proporzioni, come le tre prime circoscritte alla fig. 29.; per il che consideratone il di loro effetto nella bilancia DB fig. 30. troverassi il comune loro centro nel

punto

Tav. 2.
Fig. 34.

TEOREMA PRIMO.

PROPOSIZIONE XIII.

Ogni Prisma di base triangolare dividesi in tre Piramidi uguali di base parimente triangolare.

SIa adunque dato il Prisma ABCDEF di base triangolare vestito con tre rettangoli superfizie ACDF, ABDE, BECF, dividasi qualunque d'esse colla diagonale CE, saranno i due triangoli BEC, e CEF uguali tra di loro per *la Prop. 34. lib. 1. Elem.*; per il che dico, che se sopra questi due triangoli uguali si alzeranno due piramidi d'ugual altezza, saranno tra di loro anche uguali; lo che dimostra pur anche *Euclide nella Prop.* 31. *lib.* 11. parlando de' Paralellepipedi, e la terza alzerassi sopra la base ABC, terminando tutte e tre nel punto D saranno uguali tra di loro, e la somma di tutte uguaglierassi a tutto il Prisma proposto.

Provasi quanto sovra primieramente per l'uguaglianza delle due piramidi BCDE, e CEFD d'ugual base, ed altezza. La piramide poi ABCD dimostrerassi uguale all'altra DEFC, per avere ambedue le basi uguali, cioè ABC della prima uguale alla base DEF della seconda, e l'altezza DA dell'una uguale all'altezza dell altra, ma alla ECFD dimostrossi anche la prima BCED uguale, adunque tutte e tre sono uguali tra di loro, e compiscono l'intiera solidità di tutto il Prisma, come si era proposto.

TEO-

punto V, quindi ritrovati i centri ai due estremi solidi della fig. 32., quali *per la Prop.* 7. cadranno ne' punti AB, si prenderanno le due linee CB fig. 30., ed AB fig. 32. quelle si uniranno colle estremità loro nell' angolo D fig. 33., quindi trasferta la distanza CV fig. 30. da D in E fig. 33., ed unite le estremità d' esse due linee FG colla retta GF, ad essa condurrassi dal punto E una paralella, finchè incontri la linea DG nel punto H, ed avrassi la linea DG segata nel punto H colle stesse proporzioni, che vien tagliata la DF in E, *come insegna Euclide nelle Prop.* 10., *e* 12. *lib.* 6. *Elem.*, e presa indi la distanza da D in H fig. 33. porterassi da O in R fig. 29., ed in R caderà il centro della figura inscritta, qual punto dividerà in tal guisa l' asse, che la parte verso l' apice sarà piucchè tripla di quella verso la base.

Tav. 2. Fig. 32.

Restaci più soltanto da ritrovare il centro di gravità nella Piramide stessa, o Cono che vogliam dire, per il che sarà necessario anteporre alcuni Teoremi per facilitare, e conchiudere maggiormente le dimostrazioni susseguenti.

Tav. 2.
Fig. 34.

TEOREMA PRIMO.

PROPOSIZIONE XIII.

Ogni Prisma di base triangolare dividesi in tre Piramidi uguali di base parimente triangolare.

SIa adunque dato il Prisma ABCDEF di base triangolare vestito con tre rettangoli superfizie ACDF, ABDE, BECF, dividasi qualunque d'esse colla diagonale CE, saranno i due triangoli BEC, e CEF uguali tra di loro per *la Prop.* 34. *lib.* 1. *Elem.*; per il che dico, che se sopra questi due triangoli uguali si alzeranno due piramidi d'ugual altezza, saranno tra di loro anche uguali; lo che dimostra pur anche *Euclide nella Prop.* 31. *lib.* 11. parlando de' Paralellepipedi, e la terza alzerassi sopra la base ABC, terminando tutte e tre nel punto D saranno uguali tra di loro, e la somma di tutte uguaglierassi a tutto il Prisma proposto.

Provasi quanto sovra primieramente per l'uguaglianza delle due piramidi BCDE, e CEFD d'ugual base, ed altezza. La piramide poi ABCD dimostrerassi uguale all'altra DEFC, per avere ambedue le basi uguali, cioè ABC della prima uguale alla base DEF della seconda, e l'altezza DA dell'una uguale all'altezza dell altra, ma alla ECFD dimostrossi anche la prima BCED uguale, adunque tutte e tre sono uguali tra di loro, e compiscono l'intiera solidità di tutto il Prisma, come si era proposto.

TEO-

THEOREMA SECONDO.

Tav. 3. Fig. 35.

PROPOSIZIONE XIV.

I Coni, ed i Cilindri in tal guisa riguardansi tra di loro, come le piramidi, e prismi di simil base in essi inscritte, ed ogni Cono, o piramide sarà sempre la terza parte d'un Cilindro, o prisma, ogniqualvolta avranno la stessa base, ed altezza.

SIa il Cilindro ADFE, nel quale sia inscritto il prisma quadrangolare, ed il Cono IKL, nel quale parimente sia inscritta la piramide IKMOL di ugual base a quella del prisma inscritto nel Cilindro; dico pertanto, che come tra di loro riguardansi le inscritte figure, così anco riguarderannosi i Cilindri, ed i Coni, che le contengono.

Per le Proposizioni 40. 41. *lib. 6. Elem. d'Eucl. nel Guar.* si dimostra paragonarsi due figure simili moltilatere inscritte in due circoli, come i circoli stessi; ma come sono le basi, così saranno le figure da esse basi elevate ad uguale altezza, *come dimostra Euclide nella Prop.* 15. *lib.* 12., dal che si deduce, che come sta il prisma inscritto nel Cilindro verso della piramide inscritta nel Cono, così tutto il Cilindro a tutto il Cono. Che poi il Cono d'ugual base, ed altezza d'un Cilindro sia soltanto la terza parte della solidità d'esso Cilindro, si dimostra, avvegnachè avendo dimostrato poc'anzi così stare il prisma al Cilindro, come la base del prisma al circolo, nel quale inchiudesi, e così parimente della pira-

Tav. 3. Fig. 35. mide inſcritta nel Cono. Ma dimoſtrandoſi *per l'undecima del lib.* 5., che quelle qnantità, che colla ſteſſa ragione riguardano una terza, riguardanſi anche tra di loro. Così adunque ſarà il priſma al Cilindro, come la piramide al Cono. Adunque permutando così ſarà il priſma alla piramide, come il Cilindro al Cono. Ma il priſma *giuſta la Propoſizione antecedente* dimoſtroſſi contenere tre volte la piramide, ogni qualvolta ſieno ſopra ugual baſe, e colle medeſime altezze. Adunque parimente ſarà il Cilindro in riguardo al Cono, e lo conterrà tre volte, ciò che doveaſi dimoſtrare.

PROPOSIZIONE XV.

Fig. 36. SIa data la Piramide, o Cono, che dir vogliamo, alla quale debbaſi ritrovare il centro di gravità, e ſia tal figura eſpreſſa pel triangolo ABC, e ſia il ſuo aſſe AD, quale diviſo in parti uguali a piacere, come vedeſi in parti 4., per eſſe ſi faranno paſſare linee paralelle alla baſe BC, come ſono EF, GH, IK.

Fatto queſto, e conoſciuta la ſolidità d'un priſma, la di cui baſe ſia il quadrato della linea EF moltiplicata per l'altezza della perpendicolare del triangolo AEF, la qual grandezza, o priſma nomineraſſi M, nel quale inchiudendoſi la piramide AEF, qual nomineraſſi O, eſprimeraſſi la ſolidità del priſma per M–O, di più conoſceraſſi facilmente il valor di detta piramide dalla conoſciuta ſolidità del priſma *per la Prop. decima quarta*.

Dovendo

Dovendo indi conoscere la proporzione, colla quale la porzione EFGH della piramide ecceda la conosciutasi porzione AEF, formerassi pur anche un prisma sulla base GH, e colla altezza RA, quale nominerassi P, che sarà ottuplo del prisma M, che vale a dire P ⊏ a † 8 M, in cui se inchiuderassi parimente una piramide, questa ritroverassi essere la terza parte del prisma P, ma a questa terza parte del solido P, che chiameremo Q, avrassi a sottraere la grandezza, o piramide O, che sarà Q–O, ed essendo la grandezza Q ottupla parimente della conosciuta grandezza O, verrà, che fatta l' espurgazione di Q–O sarà la grandezza Q ⊏ a † 7. O.

Tav. Fig. 36.

Proseguendo con simil ordine formerassi imaginamente un prisma sopra la base IK, e colla altezza TA, quale paragonato al primo M, sarà uguale a † 27. M, in cui racchiusa parimente un' altra piramide, che dimanderemo R, e denominando tal prisma S, così potrassi esprimere S–R, e tal grandezza R sarà ⊏ a † 27. O, dalla quale sottratte le due grandezze ultimamente conosciute † 7. O, e † O, esprimerassi la grandezza R ⊏ a † 27. O – 8. O, del che fatta l' espurgazione, troverassi ridotta la grandezza R ⊏ a † 19. O.

Fatto finalmente sopra la base BC, e coll' altezza DA un'altro prisma, nel quale inchiusa, come sin ora fecesi una piramide sopra la stessa base, e terminante nella medesima altezza, troverassi tal prisma, o grandezza, che chiameremo V ⊏ a † 64. M, come anche la piramide, che nomineremo X ⊏ a † 64. O, dalla quale avendo a sottrarre tutte e tre le poc'anzi conosciute

Tav. 3. Fig. 36.

grandezze componenti 27.O, in tal guisa esprimerassi il di lei valore $X = a + 64.O - 27.O$, lo che espurgato ci darà $X = a + 37.O$, come si era proposto dimostrare.

Sicchè l'eccesso della seconda sopra la prima parte della piramide sarà come 7. a 1., del terzo sul primo sarà come 19. a 1., e finalmente del quarto sopra il primo sarà come 37. a 1., dal che facilmente potrassi conoscere, e proporzionare il centro di gravità a qualunque piramide, o Cono, che ci venga proposto, come vedrassi qui appresso.

Dispongasi adesso una libbra, come nella fig. 37. divisa in quattro punti, come vedesi ABCD, e per essi affigganfi varie grandezze proporzionali alle di già ritrovate sezioni del Cono, o piramide, che vogliam dire, per il che applicata una conosciuta qualunque grandezza in A, quella da affiggersi in B, sarà $= 7.A$, quella di C sarà uguale a 19. A, e quella di D uguaglierassi a 37. A; quali dovendo equilibrare opererassi giusta i documenti della *Prop.* 2. talmente che il centro delle due AB caderà in E; delle tre ABC caderà il centro in F; di tutte quattro in G; dopo del che ritrovati i centri alle due estreme porzioni della piramide fig. 36., uno de' quali caderà in O, e l'altro in L, prenderassi la linea LO, e congiunta colla DA sotto qualunque angolo, taglierassi nella LO una porzione proporzionale alla DH, qual sarà LS, qual distanza presa, e rapportata da L in T fig. 36. dinoterà nel punto T nel centro di gravità di tutta la piramide, o Cono, come si era proposto.

Fig. 37. e 38.

CO-

Tav. 3.

COROLLARIO.

RAccogliesi da questo, che qualunque sia la base della piramide, o Cono, sempre seguiranne lo stesso effetto, se inchiuderassi da un prisma, o Cilindro di ugual base, come anche se la piramide, o Cono fosse tronca, considerandola come intiera, di poi facendone il diffalco di quel che manca, come nella *Prop.* 15. si è praticato.

PROPOSIZIONE XVI.

Fig. 39.

RItrovandosi di diversa figura alcuni Coni dalli sin quì descritti, resta necessario quivi ancora farne menzione d'alcuni, il primo de' quali sarà quello, che in vece di terminare in punta finisce in una linea retta, la di cui figura osservasi nella Tavola 3. fig. 39., la proporzione del quale in rispetto al Cono semplice sarà come 3. a 2., o piuttosto sudduplo ad un Cilindro elevato nelli stessi termini.

Sia adunque il Cono di base circolare ABCD, il di cui apice termini nella linea retta EF, nel quale se inchiuderassi un prisma di base triangolare, questo sarà sudduplo d'un altro prisma della stessa altezza, e di base doppia *per la Prop.* 40. *lib.* 11. *Euclide*. Ma il prisma di doppia base, e d'uguale altezza, inchiudesi in un Cilindro d'ugual base del Cono, come vedesi nella fig. 40., ed essendosi dimostrato *nella Prop.* 14. *di questo* in tal guisa paragonarsi i Coni, ed i Cilindri tra di loro, come le solidità moltilatere di ugual base in essi

Fig. 40.

inclu-

Tav. 3. Fig. 40.

incluſe, ed eſſendoſi dimoſtrata la ſolidità incluſa nel Cono ſuddupla a quella incluſa nel Cilindro, deduceſi eſſere il Cono eſpreſso nella fig. 39. ſudduplo del Cilindro d'ugual baſe, ed altezza, ma al Cilindro ſuddetto dimoſtroſſi ſubtriplo per la ſovrà accennata *Prop.* 14. qualunque Cono terminante in un punto ſolo, ogni qualvolta foſse coſtituito nei medeſimi termini di baſe, ed altezza, ne verrà in conſeguenza, che la proporzione, che ſaravvi tra il Cono ſemplice, e quello, che termina in una linea retta ſarà ſeſquialtera, cioè come 2. a 3.

PROPOSIZIONE XVII.

Come ad un priſma inſcritto in un Cono di tal guiſa poſſa ritrovaſegli il centro di gravità per equilibrarlo.

Assai facilmente ritroveraſsi il centro di gravità ad un tal priſma, avvegnachè ſe ſi conſidera la di lui figura, altro non vedraſsi eſsere, che un triangolo ſolido, per lo che fatto raccorſo alla *Prop.* 9., ove particolarmente trattoſsi di tali ſolidità, ed ivi ſe ne ſciolſero i dubbj, onde baſta a quella rifferirſi.

PRO-

PROPOSIZIONE XVIII.

Tav. 3.

Data una piramide compresa dal ravvolgimento d'una parabola, come in essa possasi ritrovare il centro di gravità per equilibrarla, come fecesi nell' altre figure sin ora descritte.

PRima però d'inoltrarsi nella dimostrazione di quanto si è proposto fa di mestieri anteporre due delle più principali passioni della parabola, delle quali ne siamo nel presente discorso bisognosi, ricavandole dalla pura generazione d' essa parabola, e prima formasi la parabola dalla sezione d' un Cono paralella ad uno de' suoi lati, come per esempio dato il Cono ABC, la di cui base sia il cerchio BDCE, nel qual cono facciasi una sezione paralella al lato AC, che passi per la linea FG, dico, che se dal sovra nominato cono separerassi la porzione BDEF, e quella sovraposta ad una superfizie piana, imprimerà il vestigio d' una linea parabolica, come vedesi per la curva DMFNE, il di cui asse sarà GF, e la base ED, quale resterà sempre ad angoli retti col diametro della base del cono BC, le di cui proprietà sono tali, che eletta qualsivoglia distanza nell' asse della parabola GI, e pel punto I, facendo passare una linea paralella alla base ED, questa descriverà nella suddetta parabola una sezione, che sarà MN; ciò supposto, dico, che se colla retta IN, ovvero IM formerassi un quadrato, e colla lunghezza GE, ovvero GD se ne formi un altro, avrà il maggiore verso il minore la

Fig. 41.

stessa

Tav. 3. Fig. 41. ſteſſa proporzione, che ha la linea GF verſo della FI.

Per ciò provare faremo raccorſo *alla Prop.* 35. *lib.* 3. *Elem.*, ove dimoſtraſi eſſere uguali tra di loro i rettangoli, ed i quadrati generati dalle ſezioni delle linee nel cerchio applicate, avvegnachè queſta a quella ſi riferiſce. Eſſendo adunque nella noſtra figura i circoli provenienti dalle ſezioni del cono KNLM, e BDCE paralelli, ed i diametri loro ſegati ad angoli retti dalle corde HG, e DE, formiſi colli ſegmenti BG, e GC un rettangolo, queſto ſarà *per la ſovra accennata Prop.* 35. uguale al quadrato fatto da GE, ovvero da GD, così parimenti, ſe colli altri ſegmenti KI, ed IL faraſſi un altro rettangolo, uguaglieraſſi parimente al quadrato fatto da MI, ovvero da IN; ma di queſti due rettangoli ſaranno uguali le altezze, per eſſer prodotte da ſegmenti uguali, come ſono IL, e GC, eſſendo paralelli, e conſtituiti pur anche tra due paralelle FG, e CA, avranno adunque *per la Prop.* 1. *lib.* 6. *Eucl.* la ſteſſa proporzione fra loro, come hanno le baſi IN, e GE. Lo che ſuppoſto dimoſtraſi *per la Prop.* 4. *lib.* 6. *d.*, che come ſta BG verſo della KI, eſſendo paralelle conſtituite nel triangolo BGF, così ſtarà la linea GF verſo la FI. Ma come ſta il lato del maggior rettangolo GB al lato del minore IK, così ſtarà il quadrato fatto dalla metà della corda DE, il di cui lato ſarà DG, ovvero GE verſo il quadrato fatto dalla metà dell'altra corda MN, il di cui lato ſarà MI, ovvero IN; avrà adunque *per la Prop.* 16. *lib.* 5. *Elem.* la ſteſſa proporzione il quadrato della ſemicorda del maggior circolo al quadrato della ſemicorda

del

del minore, che hanno tra di loro le due porzioni del diametro, o asse della parabola GF, ed FI, come aveasi a dimostrare. Tav. 3.

PROPOSIZIONE XIX.

Come possasi descrivere l' ambito, o vestigio d' una Parabola data l' altezza dell' asse, e la latitudine della Base.

SIA la base della parabola AB, la quale divisa per metà in C s' elevi dal detto punto ad angoli retti l' asse della medesima CE, e dal punto E si condurranno due rette a punti A, e B, colle quali formerassi il triangolo AEB, al quale dovrassi circoscrivere la suddetta parabola. Divisa adunque l' altezza CE in parti uguali a piacere, come per esempio in tre, per i punti della divisione sovra accennata, passeranno rette linee paralelle alla base AB, come sono FG, HI, le quali termineranno nei lati del triangolo ABE ne' punti FHIG, da poi presa la distanza dal punto I sino in D, si porterà sopra la base AB da C in K, ed avremo due punti k, ed I, pe' quali passerà una retta prolungata oltre il punto I quanto fa di mestieri, e parimente presa la distanza LG, si trasferirà sopra la base AB da C in M, e per i punti GM passerà di bel nuovo un' altra linea paralella all' asse EC, la quale prolungherassi quanto fa di mestieri. Facciasi indi partire dall' angolo opposto A un' altra retta linea, la qual passi pel punto L, prolungherassi fin che incontri la linea GM nel punto N, indi facendone Fig. 42.

partir

Tav. 3. partir un'altra dal detto angolo A; e passando per il punto D incontri la KI nel punto O, avremo per una parte varj punti, come sono EONB, pe' quali conducendo destramente una curva, sarà una semiparabola, lo che replicando per l'altra parte compirà tutta la parabola, come dalla figura si vede.

PROPOSIZIONE XX.

Come in altra guisa possasi formare una parabola circondotta per i punti, data la base, ed altezza.

Fig. 43. SIA data l'altezza AB, e la base CD, sulle quali dobbiamo descrivere una parabola, dividasi la base CD per metà in B, quindi eletta una d'esse metà, come CB, divideranssi in parti uguali a piacere, come vedesi nella figura divisa in parti quattro, da poi quadrate le parti della base ci daranno il numero 16., ed in altrettante uguali dividasi la determinata altezza BA, quindi dedotta dal punto F prima divisione una paralella alla linea AB, osserveransi, che siccome il quadrato di j. si è j, partiransi nella stessa guisa dal punto E come prima divisione con una linea paralella alla base CD, quale incontreranssi colla poc' anzi condotta nel punto G. Proseguendo indi dalla seconda divisione H, eleveranssi pur anche una paralella alla BA, e quadrata la seconda distanza, cioè 2. via 2. fa 4., partiranssi per l'opposto dal quarto punto di divisione, incominciando per A, che sarà I, e venendo con una paralella alla base BC incontreremo la seconda H nel punto L, e finalmente dal

terzo

terzo punto k di divisione nella base suddetta eleve- Tav. 3.
rassi un' altra paralella alla linea BA , e quadrando Fig. 43.
pur anche la terza distanza, cioè 3. via 3. fa 9. ,
incontrerassi questa con una normale, che provenga
dal quadrato del numero 3 , cioè dal nono punto di
divisione nell' asse AB , principiando però sempre da
A , che sarà M, che incontrerassi colla k nel punto
N , ed avremo i punti CNLGA , per i quali se con-
durrassi una curva , questa sarà parabola , che così
si prova .

Dimostrammo nella Prop. 17., che i quadrati for-
mati da varie linee paralelle alla base della parabola
riguardansi in tal guisa tra di loro , come le sezioni,
che esse paralelle formano nell' asse della parabola
suddetta , lo che si verifica al nostro proposito in
questa figura , imperocchè se avrassi riguardo alla pro-
porzione , colla quale il quadrato di GE riguarda
quello di CB , che lo uguaglia sedici volte , troverassi
essere la medesima , colla quale tutta la linea BA
eccede la AE , così pur anche se formerassi un quadrato
di LI , qual sarà subquadruplo di quello di CB , ve-
drassi nella stessa guisa , e non altrimenti la linea
BA colla sua porzione AI , osservandosi lo stesso in
ogni altro punto , nè d'altra più facil maniera si ser-
vono gli Artiglieri nell'osservare gli effetti del moto di
qualunque mobile, che muovasi in linea parabolica ,
dividendone tutta l'altezza secondo la proporzione de'
tempi , la quale eccedesi in proporzione aritmetica, o
come dicono alcuni, secondo i numeri impari, prin-
cipiando dall'unità , potendosi con tal' arte proseguire
in infinito qualunque parabola .

PRO-

Tav. 3. Fig. 44.

PROPOSIZIONE XXI.

Come ad un Corpo parabolico possasi ritrovare il centro di gravità.

SIA adunque il corpo suddetto, che comunemente dicesi conoidale parabolico espresso per la semiparabola ABC, che tanto basta per la dimostrazione, al quale dovendosi ritrovare il centro di gravità, sarà in primo luogo di mestieri, dopo d' averne ritrovata la di lei solidità, paragonarlo in proporzione ad un solido, la di cui costruzione siaci di già palese, acciò da questa possasi dedurre una sicura conseguenza, per il che inscritto in essa parabola il triangolo ABC, e colla stessa base, ed altezza formatone il rettangolo ABCI, dico, che se di queste due figure formerassene un prisma, i di cui lati perpendicolari sieno due triangoli ROT, ed SNE, ambedue uguali al triangolo ABC nella parabola inscritto, e gli altri tre restanti lati sieno tutti uguali al rettangolo ABCI, questo non solo uguaglierassi intieramente in riguardo alla solidità col corpo parabolico, ma pur anche in ogni sua particolar parte, ogni qualvolta le sezioni di detti due solidi riterranno la medesima altezza.

Si prova, avvegnachè fatto raccorso *alla Prop. 59. Trat. 24. del Guar. nel suo Euclide delle sezioni Coniche* troverassi, che tutte le linee, che s' applicheranno all' asse della parabola paralelle alla base CB, segando nello stesso tempo il rettangolo, la parabola, ed il triangolo insieme, come sono KV, ed FY, e qualunque

que altra di tal genere, compresane però solamente di ciascuna d'esse la parte applicata nella parabola, essere media proporzionale tra la parte compresa nel triangolo, ed il diametro, o lato del rettangolo, come vedesi nella figura la parte KM della linea KV essere media proporzionale tra KL, e KV, e lo stesso verificarsi d'ogn'altra; dal che ne siegue *per la Prop.* 17. *lib.* 6. *Euclide*, che il rettangolo formato dalle due linee estreme KV, e KL uguaglierassi al quadrato di KM, e per conseguenza i paralellepipedi sopra queste due diverse basi ad uguali altezze elevati, giusta *la Prop.* 8. *lib.* 11. *Eucl.*, come pure le quarte di cerchio inscritte nei quadrati s'uguaglieranno alle quarte d'ellissi inscritte nei rettangoli, *come insegna il Guarini nella sua Geodesia alla Prop.* 16., per il che ancora le solide quarte dei cilindri saranno uguali alle solide quarte delle ellissi in uguali altezze; dal che deducesi, che la quarta parte d'un Cilindro elevata sul quadrante KM, uguaglierassi alla quarta parte del Cilindro ellittico, la di cui base sia PQX, e così delle restanti riguardandosi sempre colla stessa proporzione tutte le solidità di tal genere in pari altezze constituite.

Tav. 5. Fig. 44.

Essendo adunque, che tutte le solidità d'uguale altezza inscritte, o circoscritte alla quarta parte della Conoide ABCD s'uguagliano alli altri solidi inscritti, o circoscritti nel prisma RSNT, per il che se queste solidità si moltiplicheranno secondo qualsivoglia bisognevole moltiplicazione, accosteranosi finalmente all'ugualità d'ambe le figure, cioè che i quadranti di Cilindro compiranno la solidità della Conoide, come i paralellepipedi di base ellittica uguaglierannosi alla

Tav. 3. Fig. 44. solidità del prisma, ne siegue, che tutta la quarta parte della Conoide uguaglierassi al prisma sovra esposto, laddove quadruplicate ambe queste solidità, l'una troverassi essere l'intiera Conoide, e l'altra sarà un prisma a quella uguale, come si era proposto.

COROLLARIO.

DI qui si raccoglie, che trovandosi il prisma poc' anzi menzionato essere sudduplo ad un paralellepipedo elevato sopra ugual base, ed altezza, trovasi parimente sudupla la Conoide predetta ad un Cilindro pure d' ugual base, ed altezza. Ma a questo tal Cilindro dimostrossi anche sudduplo quel cono, che finisce in una linea retta, *come nella Prop. 16. di questo*, seguiranne, che sì il cono di tal genere, che la conoide saranno sesquialteri del cono in esse figure inscritto sopra ugual base, e con uguale altezza, per il che avendovi ancora a questa tal conoide da ritrovare il centro di gravità, si serviremo della regola praticata nella Prop. 9. parlando del triangolo, per il che il prisma, di cui poc' anzi si fece menzione, che altro mai non è, che una figura solida, che ritiene un triangolo per base di uguale grossezza in tutte le sue parti; dal che si conchiude, che il centro di gravità nella conoide parabolica dividerà l'asse della medesima in tal guisa, che la parte verso la base sia sudduplа di quella verso l' apice, come aveasi a dimostrare.

Nè diversamente dovrassi operare tanto ne' coni di varie spezie, che conoidali, quando tali figure si ritrovassero tronche, per il che agevolmente loro si potrà ritrovare il centro di gravità, considerandole intiere, deducendo poi da esse i loro residui, ogni qualvolta si paragoneranno a' prismi, o cilindri di base, ed altezze uguali, con qual' ordine troverassi il centro a qualunque solido, o sia porzione d' esso, senza che particolarmente si assumiamo a dimostrare tutte le varie figure de' solidi, lo che sarebbe troppo tedioso.

Tav. 3. Fig. 44.

Tav. 3. Fig. 44.

CAPO II.

Dei varj effetti, che cagionano i solidi, ogni qualvolta collocati sull' orizzonte, che vale a dire sul lor proprio centro, nell' averli da quello a rimovere, secondo i quali effetti, precedente la cognizione delle loro rispettive cagioni addurrassene il motivo nelle seguenti dimostrazioni.

NON evvi al certo dubbio veruno, che diversi sieno per essere gli effetti, che seguono dal sollevar in alto un solido, al rimoverlo solamente, avvegnachè nel sospendere, sostenere, o equilibrare un solido nell' aria richiedesi altrettanta gravità, quanta è quella dello stesso solido, ovvero una gravità, sebben minore, che abbia però momento uguale alla resistenza del grave, che ne vien sostenuto; ma nel grave appoggiato sull' orizzonte scema la resistenza in suddupla proporzione al suo peso, per il che dovrà pur anche nella stessa guisa scemare la forza da applicarvisegli nel rimoverlo, le quali cose andremo scoprendo qui appresso.

PRO-

PROPOSIZIONE XXII.

Tav. 4. Fig. 45.

Come possasi dal proprio centro rimovere un cubo, senza sollevarlo nell'aria, ma solamente rovesciarlo.

Sia dato il solido ABC, il quale trovandosi sull' orizzonte BC, ed avendosi da quello a rimovere, dico, che sarà necessario in primo luogo equilibrarne la di lui resistenza, di più aggiunto alla forza qualche benchè piccolo peso, sarà senza dubbio per superarne la resistenza, la quale sarà suddupla al proprio peso.

Suppongasi per più chiara intelligenza ritenere il solido ABCD gradi 10. di resistenza, e per conseguenza di peso, il quale per essere d' uguale grossezza, e solidità in tutte le sue parti troverassegli corrispondere il di lui centro di gravità al mezzo appunto d' esso solido, sicchè collocato esso grave sopra il piano BC, appoggierassi ugualmente, e premerà tutto il piano sottopostogli. Abbiasi ora una grandezza in F suddupla al peso del suddetto solido, colla quale sia stabilito di equilibrarlo, disposta questa ad una estremità d' una stanga FB, che sottoposta per l' altro suo estremo B al solido, coll' ajuto dell' appoggio G corrispondente al mezzo d' essa stanga, equilibrerassi il solido in tal guisa, che se alla grandezza F aggiungerassi una benchè menoma forza, sarà sufficiente a rimovere dal proprio sito il solido ABCD.

Per lo che dimostrare ripigliato lo stesso solido ABCD si collocherà sull' orizzonte CD fig. 46., quindi sotto- Fig. 46.

Tav. 4. Fig. 46. sottopostegli due leve, o bilancie di braccia uguali FHD, ed EGC, alle estremità delle quali F, ed E sieno applicate due gravità, che contrappesino ciascuna la metà del solido ABCD, è manifesto, che ogniuna d'esse gravità troverassi suddupla del peso di tutto il solido, se ambedue lo equilibran tutto, dal che facilmente si conosce, come il peso di detto solido dividasi metà per parte, lo che ci dà motivo, e certezza nello stesso tempo d'affermare, essere la resistenza ne' solidi collocati sull'orizzonte, che esercitano nell'essere rimossi, o roversciati, suddupla al proprio loro peso, come si era proposto.

PROPOSIZIONE XXIII.

Come possasi con una piccola forza equilibrare, o vincere una qualunque resistenza, che sia d'essa forza di gran lunga superiore.

Fig. 47. SIA dato il solido A, il quale avendo per esempio gradi 12. di peso, ne abbia per l'antecedente 6. di resistenza, e debbasi muovere non con altro, che con una forza di gradi 3. suddupla alla resistenza, o subquadrupla al peso, dico ciò non ostante, che se collocato il peso, o forza in C di gradi 3. all'estremità d'una leva, dividerassi questa in tal guisa, che i bracci restino proporzionati tra di loro, come sta il peso, o forza in C verso la resistenza di A farsi tra queste due varie grandezze l'equilibrio, a segno che se alla forza in C aggiungerassi un minimo peso, supererassi con questo la resistenza di A.

Facil-

Tav. 4. Fig. 47.

Facilmente si può dimostrare quanto si è sovra proposto, avendo pria d'ora *nella seconda Prop. di questo* fatto vedere, che pesi disuguali fanno l'equilibrio, allora quando saranno constituiti in bilancia di braccia proporzionali contrariamente applicate, per lo che manifestasi quivi l'evidenza, avendo la forza in C suddupla alla resistenza A, divideraffi in tal guisa la leva CB, che la parte verso C partendo dal sostegno D sia doppia di quella verso B, incominciando dallo stesso punto d'appoggio D, dal che ne siegue, che quanto manca alla forza in C per equilibrarsi colla resistenza A, tanto eccede il braccio CD sopra del braccio DB, per il che aggiunto al peso in C qualunque minimo grave sarà sufficiente a rimuovere tutto il solido A, che in gravità sarà quadruplo al peso posto in C, e sempre collo stesso ordine potrassi procedere, qualora con minor peso si desiderasse ottenere il medesimo effetto, cioè che nella stessa proporzione, con che una forza riguarda una resistenza, potrannosi contrariamente disporre i bracci della leva, le ragioni, e motivi de' quali effetti furono assai distintamente esposti nella suddetta Proposizione seconda, alla quale mi riferisco.

Tav. 4. Fig. 48.

PROPOSIZIONE XXIV.

Con qual forza possasi rimovere un qualunque solido posto in diverse inclinazioni.

SIA adunque il solido, di cui s'agisce espresso pel quadrato ABCD fig. 48., il quale collocandosi in diverse inclinazioni, come per gli altri quadrati CGEF, e CKIH si dimostra, dico, che il peso, o forza da applicarsi per equilibrare la resistenza di detti solidi diminuirà con doppia proporzione di quella, colla quale ciascuna di dette solidità uscirà dalla perpendicolare CI, dedotta dal punto d'appoggio C.

Dalla cognizione della resistenza d'un solido, e della gravità, o momento, che ricercasi avere un peso nell' equilibrarla, stando tal solido sull'orizzonte, come poc'anzi osservossi, e dalle reciproche proporzioni, colle quali si riguardano dette resistenze, e forza, le quali azioni intenderannosi sempre inalterate, cioè, che si esercitino sempre colle medesime leve; avvegnachè in quel caso cangieria intieramente natura, e condizione il nostro proposito, dedurrassi certamente la proporzione della forza, o peso da applicarsi nell' equilibrare la resistenza. Ma avendo dimostrata *alla Prop. 22. di questo* essere la resistenza d'un solido nel venire dall' orizzonte rimosso suddupla alla di lei gravità, ricercasi per conseguenza nell' equilibrarla una forza, che per essere uguale alla resistenza del solido, sia anche suddupla in peso al suddetto solido.

Elevato

Tav. 4. Fig. 48.

Elevato adunque il ſolido nella prima inclinazione. come vedeſi in CGFE, uſciranne una parte del medeſimo ACG fuori della perpendicolare CI, che troveraſſi per conſeguenza fuori del ſuo centro in tal guiſa, che per equilibrarla deveſi dedurre dal ſolido uguale quantità, ma per più chiaramente dimoſtrare tal coſa, diremo, che tutto il ſolido in tal maniera inclinato CGEF ſarà = alla grandezza Θ, per il che la parte GAC del medeſimo, che trovaſi fuori del centro ſarà uguale ad un' altra grandezza B, che dedotta dalla prima O, ſarà il reſiduo O−B, che dovrebbeſi equilibrare, quando la grandezza B foſſe troncata affatto dalla grandezza O, ma eſſendo a quella unita, e trovandoſi, come abbiam detto fuori del centro, ne ſiegue, che impiegheraſſi ugual porzione alla grandezza B preſa dalla grandezza O−B per equilibrarla, talchè vedraſſi il ſolido = alla grandezza O−2.B, trovandoſi, che la grandezza B non ſolo più non reſiſte, ma opera come forza per diſtruggere, ed annientare la reſiſtenza, dal che ſi conoſce, che trovandoſi una parte d'un ſolido fuori del ſuo centro, mancare in eſſo ſolido la reſiſtenza in doppia proporzione di quella quantità, che trovaſi fuori del centro, adunque ſcemando la reſiſtenza nel ſolido, ſarà pur anche per ſcemare la forza nell' equilibrarlo, ed eſſendo la proporzione della forza verſo la reſiſtenza ſempre uguali, dovendoſi far l'equilibrio ſi può conchiudere, che ſcemando nel ſolido in doppia proporzione la reſiſtenza, ſarà pur anche in tal guiſa per diminuire la forza da applicarviſi, come ſi era propoſto.

Nè

Tav. 4. Fig. 48. Nè più sarà per esservi dubbio veruno in convenir di tal cosa, se fatto riflesso all' altra inclinazione del solido CKIH, osserverassi, che la metà del medesimo trovandosi fuori della perpendicolare CI, starà tutto il solido in equilibrio tale, che una minima gravità, o forza sarà sufficiente a muoverlo; sicchè non solo la resistenza in esso solido scema in proporzione di quella parte d'esso, che trovasi fuor del suo centro, ma in proporzione doppia, dimostrandovi essere quivi affatto estinta la resistenza, abbenchè il solido sovra accennato non trovisi, che per la sua metà fuori del centro.

COROLLARIO.

DA questo si conosce di quanta necessità sia la diligenza, ed attenzione, che devono avere i Capi Maestri nell'eseguire le muraglie, acciocchè sieno sul loro centro, ed evitare quanto si può le inclinazioni d'esse, essendo che mancavi allora la resistenza in esse muraglie in doppia proporzione di quella parte, che è fuor del piombo della base.

PROPOSIZIONE XXV.

Fig. 49. NON sempre però avviene, che per conoscere, e ritrovare la resistenza d'un solido possiamo servirsi d'una leva, come è quella sin ora dimostrata coll' aiuto d'un legno, o stanga, ma dovendo il più delle volte far impeto contro dello stesso solido per rimoverlo, considereremo quivi altrimenti praticata la forza della

leva,

leva, prendendo per leva la base del solido, e per contralleva l'altezza del medesimo, presa però dal punto, ove s'applica la forza, all'ingiù venendo verso la base, formandosi ne' lati dello stesso solido una leva zancata, come dimostrammo *nella Proposizione terza di questo*, secondo qual contralleva può la forza aquistare più, o meno impeto, come siamo per dimostrare qui appresso.

Tav. 4. Fig. 49.

Sia dato il solido ABCD fig. 49. posto sull'orizzonte CD, quale dovendo rimovere dal detto sito, o dovendone ricercare la resistenza senza l'aiuto d'alcuna leva, dico, che applicandosi nel punto B una forza uguale alla resistenza del suddetto solido, farassi pur anche l'equilibrio servendosi delli due lati del solido CD, e BD per leve. Lo che si dimostra, se supposto il solido suddetto ritenere gradi 12. di peso, ridurrassi *per la Prop. vigesima seconda* soltanto in gradi 6. di resistenza, per il che se fatto impeto nel punto B con una forza di gradi 6. sarà equilibrata la resistenza nel solido, formandosi l'appoggio nel punto C, sicchè se minimo sarà il peso da aggiungersi alla forza sovra accennata, sarà bastevole a roversciare il solido, ovvero che se applicherassi un grave E parimente di gradi 6., quale attragga con direzione rettangola il solido suddetto, come dalla figura si vede, questo equilibrerà pur anche la resistenza del solido, dalle quali cose si può chiaramente dedurre, che lo stesso aiuto, che ci può prestare una leva nel movimento d'un solido, possiamo pur anche ricavare dai lati del medesimo, trovandosi anche in questa guisa l'effetto della leva, abbenchè diversamente praticata, non essendovi nel

solido

Tav. 4. solido altra ripugnanza all'esser dal suo luogo rimosso, che quella della propria gravità.

PROPOSIZIONE XXVI.

Come possasi riconoscere la resistenza, che ritengono varj solidi a diverse altezze elevati.

Fig. 50. SIA il solido della figura 50. EFGH di doppia altezza della sua base, il quale dovendosi rimovere, intendasi applicata una forza nel punto E, per il che avremo la lunghezza FH per leva, e la lunghezza HG per contralleva, ciò non ostante dico, che la forza posta in E dovrà essere uguale alla resistenza di tutto il solido, nè essere la maggior lunghezza della leva sopra della contralleva bastevole ad alterarle in verun modo il valore, ritrovandosi crescere nella stessa guisa la mole nel solido, come aumentasi la lunghezza della leva a segno tale, che trovandosi un prisma, o Cilindro, che nel quadrato della sua base abbia gradi 6. di resistenza, elevandosi a doppia altezza crescerà colla stessa guisa pur anche in esso la resistenza; trovandosi adunque di tal natura il suddetto prisma, che richiedendo una forza suddupla al suo peso per equilibrarlo, questa si collocherà nel punto F; ma siccome nella libbra rettangola FHG formata co' lati del prisma trovasi doppia la proporzione de' bracci, come poc' anzi osservossi, seguiranne *giusta la Prop. seconda di questo*, che la forza posta in F avrà doppio momento. Sicchè avendo il solido EH gradi 12. di resistenza, alla quale deesi contrapporre ugual forza, si spingerà contro del

detto

detto punto F con un peso di gradi sei congiunti con altri sei, che aquistansi a motivo della lunghezza FH doppia di HG, renderassi al peso I di gradi 6. doppio momento, dovendosi in questi casi sempre considerare la forza se trovasi assoluta, o composta, assoluta intenderassi una forza quando esercita il suo valore soltanto per via del proprio peso, e composta sarà quella, quando unirassi anche in conto col peso la lunghezza della leva, col mezzo della quale essa forza cresce di valore, o momento, secondo le quali cause molto si possono alterare gli effetti, come vedremo in appresso.

Tav. 4. Fig. 50.

COROLLARIO.

DI qui ricavare dovriasi, che conosciuta la resistenza d' un prisma nel quadrato della sua base, che vale a dire facendogli forza in un tal punto, che la leva, e contralleva s' uguaglino tra di loro, e per conseguenza la forza nell' equilibrarla, se detto prisma si elevasse a qualunque altezza possibile, sempre dalla stessa non alterata forza saria equilibrato, ogni qualvolta s' applicherà al punto più sublime della di lei altezza, ritrovandosi che la forza sempre crescerà di momento in virtù della maggior leva, come il prisma cresce di resistenza.

Non così però accade, qualora ricercasi superare la resistenza d' un solido, non facendoli forza nella sommità, ma bensì in qualsivoglia altro punto, e chiaramente dimostrerassi tal cosa, se fatta osservazione sul solido KLMN, che ritenga gradi 12. di resistenza, la di cui altezza sia a piacere, come quivi ritrovasi

Fig. 51.

doppia

Tav. 4. Fig. 51. doppia della sua base, dico, che secondo i varj punti, in cui può applicarsi la forza, dovrà crescere, o scemare il di lei momento, in modo che la forza composta s'equilibri colla resistenza.

Divisa adunque l'altezza NL del prisma in parti uguali nel punto O, seguiranne, che trovandosi l'altezza LN doppia della base NM, sarà sì la lunghezza LO, che l'altra ON uguale alla base MN; per il che considerisi quale debba essere la forza da applicarsi in O per superare la resistenza di tutto il prisma LM, nel quale la leva ON uguagliasi, come abbiam visto di sopra alla contralleva MN, e per conseguenza osservasi, che la detta forza sarà assoluta, non ricavando alcun vantaggio dalla leva, dal che ne siegue, che il peso Q esprimente la forza, dovrà uguagliarsi in gravità alla resistenza del prisma di gradi 12, non uguale però ricercherassi una forza per conoscere la resistenza del suddetto solido, che s'applicasse nel punto S, avvegnachè trovandosi la leva NS sesquialtera della contralleva NM, dovrà essere composta parte dal peso, e parte dall'aiuto di leva, per il che i gradi 12. necessarj nel punto O non ci son bisognevoli nel punto S, ma bensì soltanto 9., prestandoci gli altri tre restanti l'eccesso SO della leva SN sopra della NM, e tutto, come *nella Proposizione* 2. della semplice leva.

Ma quando il punto, in cui devesi applicare la forza, si trovasse più basso del quadrato della base dello stesso prisma, come nel punto R, allora si applicherà una forza, che sarà composta dalla resistenza del solido, e dalla proporzione del braccio, imperocchè ritrovata una forza, che equilibri la resistenza del prisma,

ma, quella dovrà essere di gradi 12., considerandola assoluta, ma dovendola applicare nel punto R, ove vedesi la leva RN essere suddupla della contralleva NM, per il che aggiungerassi alla forza di gradi 12. il suo suddupla, che sono gradi 6., che applicati in R equilibreranno tutto il prisma, dalle quali cose si può conoscere, come la maggior, o minor lunghezza della leva operi in riguardo al momento d'un peso nell' equilibrare un prisma, imperocchè se nel punto R la forza deve avere gradi 18. di momento, proporzione sesquialtera alla resistenza di gradi 12., questo si è a motivo, che la leva RN trovasi suddupla della contralleva NM, per il che congiunta la lunghezza RN colla NM, tutta la MR sarà sesquialtera della MN. Nel punto poi O la forza uguaglierassi alla resistenza, come abbiamo dimostrato di sopra, e questo a cagione, che il peso trovasi avere momento assoluto, operando pel punto O, in cui la leva ON uguagliasi alla contralleva MN, e questo è per se evidente *per la Prop. 1., e 3. di questo Trat.*. Nel punto poi S rendesi la forza composta dal proprio peso, e dalla differenza de' bracci, ove trovandosi la lunghezza SN pur sesquialtera della contralleva NM, crescerìa nella stessa proporzione il peso, onde avendone del superfluo, sarà necessario il scemarlo, essendo che la forza applicata in O se si ponesse in S avria momento di gradi 18., ma non avendone che 12. da equilibrare nel prisma, proporzionerassi in tal guisa il momento della forza, che uguaglisi a gradi 12., sicchè collocati gradi 9. nel punto S di peso assoluto, si renderà il momento loro uguale a gradi 12., crescendo in virtù

Tav. 4. Fig. 51.

della

Tav. 4. Fig. 51. della lunghezza SO subtripla della lunghezza SN per li restanti gradi 3., proporzione appunto subtripla dei gradi 9., come si è avanti dimostrato.

COROLLARIO.

DI qui raccogliesi, che qualora vorremo conoscere la resistenza d'un prisma, contro del quale si applichi una forza in qualsivoglia punto, questa si esprimerà sempre come forza assoluta, essendosi dimostrato poc'anzi, che quantunque sieno alterate le forze in varj punti applicate, non può alterarsi il loro momento, come nella presente figura, abbenchè sia vero, che la forza posta in L sia soltanto necessaria di gradi 6. per equilibrarne 12., ciò non ostante il di lei momento uguagliasi a gradi 12. per virtù della doppia leva, e così d'ogni altra forza applichevole in qualunque altro punto, dal che potrassi pur anche dedurre, che il momento di qualunque forza bastevole ad equilibrare un solido, abbenchè sia composta, uguaglierassi ciò non ostante all' assoluto momento d' un grave, che l' equilibri in uguali leve.

Fig. 52. E che ne sia il vero osservisi nella fig. 52. la libbra ABC, il di cui sostegno sia B, che ritenga i lati BA, BC uguali, non avravvi dubbio veruno *per i documenti della Prop.* 3., che se alle di lei estremità s'applicheranno due gravità uguali traenti in angolo retto di detti bracci, faranno l' equilibrio, ma se poi la gravità sostenuta in C si trasferisce in D, allora non solamente non si potranno più equilibrare, ma tanto questa supererà la gravità posta in A, quanto la lun-

ghezza

ghezza DB trovasi maggiore di BA, dal che si conosce, che il grave posto in A non ritiene più quel momento, che aveva in rispetto alla propria resistenza, ma che tanto ne perde, quanto la lunghezza DB supera la BA, come per esempio se equilibrandosi due gravità ne' bracci uguali BA BC, ciascuna di queste riteneva gradi 12. di resistenza assoluta, trasferendone una da C in D fassi manifesto, o che questa acquista valore in proporzione della maggior lunghezza della leva, la quale trovandosi sesquialtera alla CB, ovvero BA avrà forza di gradi 18., o che la gravità sostenuta scema in simil proporzione di peso riducendosi a gradi 8., e così parimente trasferendo la stessa gravità da D in E, e trovandosi la lunghezza EB doppia di BA, sarà evidente, che o il momento del grave posto in E cresce il doppio del suo natural valore, o che il momento del grave posto in A scema la metà. Crescendo adunque il grave posto in E con momento doppio, sarà bisognevole nel punto A doppia forza, la quale sarà di gradi 24. uguale al doppio di 12. posta in E, ovvero, che diminuendo il solido posto in E per la metà del suo peso ridurrassi ad operare con gradi sei di valore, che avendone 12. da equilibrare dovrassi augumentare per il doppio di se stesso, cioè altrettanta gravità, che concorre cogli stessi effetti di prima, per il che si conchiude, che colla stessa proporzione dell'allungamento del braccio un solido, o vogliam dir gravità acquista momento, o che l'altra opposta lo perde, le quali cose comparate fra loro trovansi sempre uguali.

Tav. 4 Fig. 52.

Tav. 4. Fig. 53.

PROPOSIZIONE XXVII.

Date due gravità equilibrate in una bilancia, come possansi in essa ritrovare due altri punti nella stessa bilancia, in cui novamente affisse le dette gravità formino l' equilibrio.

SIa la bilancia IFM, alle di cui estremità IM sieno applicate due gravità, che facciano tra di loro l' equilibrio, dico, che in niun altro punto di detta bilancia novamente s' equilibreranno, se non saranno i bracci della medesima divisi nelle stesse proporzioni tra di loro, come si trovano questi due, IF, ed FM, cioè con eguale corrispondenza de' bracci, lo che è manifesto, avvegnachè uniti gli estremi della libbra MI colla retta IM, avremo un triangolo FIM, di poi se si vorrà trasferire il peso da I in H, e segare il braccio FM in un tal punto, in cui trasferta la gravità dal punto M sia di bel nuovo equilibrata, si condurrà dal punto H una paralella alla IM, questa segherà la linea FM in L in tal guisa, che FL avrà la stessa proporzione verso FM, come la linea FH verso FI, come insegna Euclide *nelle Prop. 10., e 12. lib. 6. Elem.*, e così proseguendo si segherranno sempre i bracci della leva proporzionatamente, come doveasi dimostrare.

PRO-

PROPOSIZIONE XXVIII.

Tav. 4. Fig. 54.

Come, ed in qual punto graviti più un solido appoggiato su d'una bilancia.

SIa la bilancia CAB, sull'estremità della quale siavi il solido DB, dico, che il total momento del medesimo graviterà nel punto E in rispetto alla lungezza della leva BA, in prova del che sospeso pel punto E il suddetto solido BD, come ci rappresenta la figura, nulla più graviterà in tal guisa, che se vi fosse collocato al dissopra, abbenchè la libbra AE sia prolungata sino in B, e quantunque sia vero, che quella metà del solido, che soprapposta trovasi alla linea EB, come più rimota dal centro graviti più dell'ordinario, trovasi pur anche dall'altra parte, che la restante metà gravita di meno, onde compensando l'eccesso col manchevole troveremo essere uguale il momento del solido tanto nel collocarlo sulla leva, come nell'applicarlo a quello pel punto E, abbenchè la libbra EA trovisi minore della libbra AB.

Conosciute tutte queste dimostrazioni si faremo ad esporre quale, e quanta sia la resistenza d'un solido contro varie forze in più d'un punto applicategli, per lo qual solido intenderassi un muro, il quale debbasi opporre alla forza di qualche terrapieno, o contro qualunque gravità, come sono Archi, Volte, ed altre simili forze, che per lo più spingono all'incontro de' muri, ed acciocchè questi sieno bastevoli per contrapporsi a simili forze, addurrassi quivi in appresso

 un

Tav. 4. Fig. 54. un metodo facile di proporzionare in tal guisa un muro per abilitarlo ad una determinata resistenza, e nello stesso tempo di non eccedere in soverchia, ed inutile spesa, come ben soventi nella struttura di certe fabbriche si prova, o che mancano in resistenza, onde poi le medesime veggonsi d' indi a poco minacciare rovina, o se pur stanno in piedi, è che trovasi una eccessiva, e soverchia grossezza ne' muri, d' onde ne nasce una inutile spesa, alle quali cose nelle osservazioni seguenti porgerassi l' opportuno rimedio.

PROPOSIZIONE XXIX.

Dato un solido, o muro elevato a doppia altezza della sua base, contro del quale sieno applicate due forze in due diversi punti, la somma delle quali ecceda la di lei resistenza, ricercasi in che modo possasi accrescere la resistenza in esso solido per abilitarlo contro le due forze suddette.

Fig. 55. Sia adunque dato il solido, o muro ABCD fig. 55., la di cui altezza sia doppia alla sua larghezza, o vogliam dir base, contro del quale sia applicata una forza in E, che sia bastevole per equilibrare la metà di tutto il solido, cioè la di lui parte EC, nella quale supposti gradi 8. di resistenza ricercherassegli una ugual forza applicata in E per equilibrarla. Siali poi di bel nuovo applicata nel punto B un' altra forza, che da per se sola sia sufficiente d' equilibrare tutto il solido ABCD, la di cui resistenza sarà di gradi 16., ma avuto riguardo alla differenza delle due leve, cioè

dei

dei lati dello stesso solido, vedrassi *giusta la Prop.* 26. dover essere la forza da applicarsi in B gradi 8. di momento assoluto, che aumentandosi per la maggior lunghezza del braccio, crescerà in proporzione del medesimo; cioè in proporzione doppia; sicchè il momento composto della forza posta in B sarà di gradi 16. Congiunti adunque i momenti d'esse forze, e radunati ambedue in uno, applicherassi questo all'incontro del punto E, dove seguiranne la stessa azione della forza sopra la resistenza, come dissopra, e che ne sia il vero, che altro mai evvi di momento assoluto nelle due forze disgiunte poste in B, ed E, se non che gradi 16., intanto poi il lor momento composto s'uguaglia a gradi 24. per virtù della leva, come *nella già accennata Prop.* 26. dimostrossi, a segno che sarà la somma della forza sesquialtera alla resistenza, laddove se una tal forza s'applicherà nel punto E, questa senza dubbio opererà nella stessa guisa, come le avanti descritte forze separate, e disgiunte ne' punti B, ed E.

Tav. 4. Fig. 55.

Proverassi tal cosa, se considerando nei lati del solido CD, e DB esservi una libbra rettangola, il cui punto d'appoggio sia D, e la leva DC abbia per contralleva la lunghezza DB doppia, non evvi dubbio, *giusta la Prop.* 3., che il peso posto in B, abbenchè sudduplo di quello posto in C, lo equilibri, essendosi fatto vedere, che quanto manca nella disuguaglianza de' pesi, tanto eccede la lunghezza de' bracci, in prova del che se dalla leva DB segherassi una porzione uguale alla leva CD, qual sia BE, e dovendo applicare una forza in E, che equilibri lo stesso grave posto in C, sarà necessario accrescere nel punto E la

Tav. 4. Fig. 55. gravità colla stessa proporzione, con cui scema il braccio della leva, talmente che trovandosi la lunghezza DE suddupla di DB, dovrà crescere la forza posta in E di doppio valore per uguagliarsi a quella posta in C: adunque nell'applicare le forze in varj punti per investigare la resistenza d'un solido, si disporranno sempre in tal guisa, che il momento loro s'equilibri colla resistenza, ovvero se di quella trovasi o maggiore, o minore, o assoluta, o composta non dovrà mai alterarsi, che in quel caso sarà indifferente lo applicarlo in qualsivoglia punto senza variarne gli effetti.

Ritornando poi a considerare quale sia la resistenza del solido in rispetto alla forza, che se gli oppone, la quale avendosi dimostrata sesquialtera, ben si comprende di quanto manchi la resistenza per contrapporsi alla forza, per il che fatto raccorso *alla Prop.* 2. troverassi, che per abilitare la resistenza nel solido sarà bisognevole allungarne la base, nella stessa guisa che la forza eccede la resistenza, onde prolungata la base del solido in modo che tutta sia verso la base DC, come l'eccesso della forza verso la resistenza, cadrà il punto, o estenderassi tal base sino in F, che in tal maniera il solido ABCD sarà resistente contro la forza posta in E, corrispondendosi contrariamente i bracci, come si trovano i pesi.

Ma trovandosi, che coll'allungamento della base abbisognaci accrescer pur anche il solido, ne viene, che introdurressimo soverchia resistenza, non avendo altro in pensiero, che d'equilibrare puramente la forza, che ci viene proposta, non essendo cosa pratica-

bile

bile il potere in un solido aumentarne la base, senza che sopra della medesima s' accresca la mole, e conoscendo essere tale aggiunta di mole inutile, e soverchia, abbisognerà proporzionare in guisa tale la larghezza della base, che la resistenza, cha mancaci, sia composta dall' aggiunta di mole, e dall' allungamento di braccio, come era necessario dimostrare.

Tav. 4. Fig. 55.

Stante qual cosa apparentemente si vede, che doveriasi dividere la distanza CF per metà in O, talmente che tutta la base fosse DO, perchè allora parrebbe, che la lunghezza CF fosse compensata colla mole AO, lo che senza dubbio avverrebbe, se il solido fosse da sostenersi nell' aria, ma essendo questo collocato sull' orizzonte, la metà della mole AO sarà quella soltanto, che accrescerà di resistenza nel muro BO, dal che si scorge, che la resistenza non viene bastevole per compensa della troncata lunghezza OF, rispondendo il centro di gravità del solido AO alla metà giustamente della base CO; per lo che accommodare altro mezzo non sarà più opportuno, che il prendere tra le lunghezze CF, CO la media proporzionale CQ, sino alla quale dovrassi produrre il solido, che allora la resistenza aggiunta per la nuova solidità QA, colla maggior lunghezza del braccio CQ, s' equilibreranno giustamente colla forza sovra proposta.

Per maggiormente dimostrare tal verità convertirassi la Proposizione in questa guisa: sia la resistenza nel solido BQ di gradi 24., come si è poco fa dimostrato, la quale agisca pel punto E, ed ora si scemi la forza suddetta applicata nel medesimo punto E, e da gradi

Tav. 4. Fig. 55. 24., che si propose, riducasi a gradi 16., sul qual riflesso dimostreriasi la resistenza nel solido BQ soverchia, la quale dovendosi ridurre al giusto valore, col mezzo del quale s'equilibri la forza predetta, osserverassi in primo luogo con qual proporzione si riguardino i due numeri 16., e 24., e colla stessa divideraffi la base DQ nel punto R, lasciandone da R in D due terze parti, sulla qual lunghezza, o vogliam dir base dovriasi costituire il solido, che equilibrasse la forza posta in E, ma osservandosi, che la forza, e resistenza abbenchè conosciute uguali, affinchè conservino sempre ugual valore, resta necessario, che esercitino il momento loro coll'ajuto d'uguali leve, lo che vedesi all'opposto nella figura, ritrovandosi la lunghezza DR minore della lunghezza DE, per il che o resta bisognevole trasferire la forza da E in S, ovvero ingrandire la base da R in C, ma la forza si è costituita, e considerata immutabilmente fissa nel punto E. Adunque saremo in dovere di dilatare la base fino in C, la qual larghezza riconverrà appunto colla prima proposta, dal che si conosce quale sia la corrispondenza, che trovasi tra queste converse proporzioni, imperciocchè laddove primieramente il solido ABCD mancava di resistenza, onde fummo in dovere d' accrescergli la porzione AQ; in secondo luogo ritrovandosi il solido BQ eccessivo in resistenza per la minorata forza supposta in E riducesi al primiero stato, nel quale erasi presunto uguale a gradi 16. di forza.

PRO-

PROPOSIZIONE XXX.

Tav. 4. Fig. 56.

Come dato un solido, o muro equilibrato contro una forza, possasi quello accrescere in altezza senza alterarne la resistenza.

SIa dato il solido ABCD equilibrato sulla base DC tra la resistenza, e forza, che se gli possa applicare, ma dovendo questo accrescere secondo l' altezza DE, cioè coll' aggiunta del solido ABEF osservasi, che crescerà pur anche in esso la resistenza in proporzione sudduplа del peso, come *per la Proposizione* 22., ma non dovendo quella alterare, ricercherassi in primo luogo un solido, il quale sia d' ugual mole del primo ABCD, e che sia contenuto tra l' altezza DE, il quale avrà *per la Prop.* 44., *e* 45. *lib.* 1. *Eucl.* la base DH, il qual prisma abbenchè uguale in solidità al primo, non riterrà però uguale resistenza per avervi abbreviata la leva DC sino in H, per il che scemerà la resistenza nella stessa proporzione, che la linea DH scema dalla DC, laddove sarà necessario ritrovarvi una base tale, che tra essa, e l' aggregato del peso, che seco porta, ritenga momento uguale a quella forza, che equilibravasi col solido poc' anzi descritto ABCD, per il che tra le lunghezze DH, e DC prenderassi la media proporzionale DI, questa sarà la base, sopra la quale elevato un solido IE conterrà uguale resistenza, come il solido ABCD, lo che era necessario dimostrare.

Ma

Tav. 4. Fig. 56. Ma ſe il ſolido EI equilibrato ſulla ſua baſe ID doveſſeſi traſformare in un altro, la di cui altezza foſſe ſolamente AD, conſervata però la reſiſtenza ridurraſſi in primo luogo il rettangolo EDIL eſprimente il profilo del ſolido in un altro uguale per le ſovra accennate *Prop.* 44., *e* 45.. *lib* 1. *Elem.*, che ſarà AMDN, che pur anche a motivo dell' accreſcimento di leva da I in N creſcerà in eſſo la reſiſtenza in proporzione di detta lunghezza IN, ne ſiegue, che avremo la ſuddetta reſiſtenza ſuperiore alla forza, laonde altro non avraſſi ad operare, che il prendere tra le due lunghezze DI, e DN la media proporzionale DC, e ſu queſta elevato un ſolido ABCD, ſarà d' ugual reſiſtenza, come l' altro ELDI, abbenchè di diverſa baſe, ed altezza; dal che ſi conoſce come ſiavi il converſo della Propoſizione, imperciocchè laddove data la poc' anzi eſpoſta altezza AD, e volendolo elevare ſino in E taglieraſſi in tal guiſa la baſe DC in I, che il ſolido contenuto tra la larghezza DI, ed altezza DE ſia uguale in reſiſtenza all' altro coſtituito tra la altezza AD, e larghezza DC, quivi per lo contrario dimoſtraſi, come data, e conoſciuta la reſiſtenza del ſolido ELDI poſſaſi la medeſima conſervare con alterarli l'altezza, e la baſe, per la qual coſa dimoſtroſſi primieramente, che la baſe DI doveſſe ritrovarſi media proporzionale tra la baſe DC del ſolido ABCD, e la baſe DH del ſolido EDOH al primo uguale in mole, ma non in reſiſtenza, così in ſecondo luogo dimoſtreraſſi, che la baſe DC del ſolido ABCD troveraſſi pur anche media proporzionale tra la baſe DI del ſolido DIEL, ed all' altra DN del ſolido AMDN, all' oppoſto ELDI uguale in mole,

mole, e superiore in resistenza, dal che si vede, come le quattro linee, o basi DH, DI, DC, DN sieno in continua proporzione, come si vede la linea DC trovandosi media tra la DI, e DN trovasi terza proporzionale tra la DI, e DH, come si era preso a dimostrare.

Tav. 4.

PROPOSIZIONE XXXI.

Fig. 57.

Dato un solido, la di cui altezza sia tripla della di lei base, contro del quale sieno applicate tre forze in tre diversi punti, la somma, o momento loro composto ecceda in doppia proporzione la resistenza d'esso solido, si ricerca, come debbasi abilitare il suddetto solido alla resistenza, e quale debba essere l'accrescimento della di lei base.

SIa adunque il solido, o muro, di cui s'agisce espresso ne' termini ABCD, la di cui base sia CD, ed altezza DB, quale sia tripla d'essa base, che dividendosi in tre parti uguali ne' punti FG abbia ad opporsi ad una forza applicatagli nel punto F, che sia bastevole per equilibrare la porzione FD d'esso solido, collocatane indi un'altra simile nel punto G, questa equilibrerà la porzione GD del medesimo solido; e finalmente constituitane un'altra uguale in B, questa pur anche equilibrerà tutto il solido AD; le quali tre forze radunate in un sol punto, ed applicate in F supereranno la resistenza del suddetto solido in doppia proporzione, la quale per abilitare *giusta i documenti della Prop.* 2. dovrebbesi allungare la base sino in E, talmente

Tav. 4. Fig. 57.

mente che le leve EC, CF per dove ſono affiſſi peſi diſuguali contrariamente riſpondanſi tra di loro; ma eſſendoſi provata tal coſa inpraticabile *per la Prop. 29.* ritroveremo un ſolido da contrapporli, il di cui momento ſia compoſto parte dalla lunghezza della leva, e parte dal peſo aggiunto, talmente che la ſomma d' ambedue s'uguaglj all'eceſſo della forza ſopra della reſiſtenza.

Se l'apparenza alcune fiate non ingannaſſe l'aſpettativa, parrebbe coſa molto proſſima al veriſimile di fare un compoſto d'allungamento di braccio, e d'aggiunta di peſo, talmente che il valor d'ambidue foſſe baſtevole ad equilibrare la forza poſta in F, lo che ſembra, che ben converrebbeſi il dividere la lunghezza ED per metà in K, quindi ſulla baſe CK ergere il ſolido, di cui ſi tratta, avendo con queſto in penſiero, che per quanto manca la lunghezza della leva abbiaſi a ſoſtituire l'aggiunta di peſo, qual rifleſſo ſenza dubbio non ſaria per ammettere eccezione alcuna, qualunque volta ſi trattaſſe de' ſolidi elevati nell'aria, ne' quali faſſi la compenſa del peſo colla lunghezza di leva, o piuttoſto della leva coll' aggiunta di gravità, ma conſiderandone diverſo l'effetto, mentrè che ſi fece vedere, che nei ſolidi collocati ſull' orizzonte diviene la reſiſtenza ſuddupla al peſo, ſeguiranne, che l' aggiunta di leva DK colla metà del peſo ſu tal baſe elevato, al che appunto riduceſi il ſuo valore, non ſaranno baſtevoli ad agguagliare il valore della leva DE, ma benſì aſſai inferiori, e ſe vorraſſi abilitare tal ſolido, in modo che equilibrare ſi poſſa colla conoſciutaci forza poſta in F, prenderaſſi

rassi tra le lunghezze DK, e DE la media propor- zionale Dd, questa sarà la base, sulla quale eleverassi un solido, che avrà uguale resistenza alla forza posta in F.

Tav. 4. Fig. 37.

In prova del che convertito l'argomento, e supposto il solido abile a resistere contro la forza sin ora esposta, situata in F, la quale forza dovendosi sminuire in proporzione suddupla, ed a questa dovendosi proporzionare la resistenza nel solido, in guisa che non sia soverchiamente applicata, sembra più che evidente il dover scemare dal solido suddetto la metà della mole, lo che ben con ragione saria per ottenere il suo effetto, se il solido in vece di essere sull' orizzonte applicato, dovesse essere maneggiato nell' aria, ma avendo quivi fatto più volte vedere non andare la resistenza colla mole del pari, ne viene in conseguenza, che troncata la metà della base, che prima erasi proposta Cd, e ridotta a CM, non sarà più abile un solido su questa base elevato a resistere alla forza posta in F, abbenchè siasi pur anche sminuita della sua metà. Qual cosa abbenchè appaja lontana dal vero, ciò nulla ostante se si esamineranno le cause, si svelerà allora la ragione, avvegnachè colla lunghezza dC, che vale a dire col solido di simil base facevasi resistenza alla prima forza posta in F, e se un solido sulla base CM, che è sulla metà della prima elevato, non ha la resistenza suddupla al primo, questo si è, a motivo che le leve, e contralleve non sono fra di loro nella stessa ragione, a segno che se vorrassi in tal solido ritrovare la resistenza posta in F, altro non devesi operare, che di trasmutare la

forza

Tav. 4. Fig. 57. forza posta in F nel punto N, ma avendola prima d'ora supposta immobile, e fissa in detto punto F, non potrassi l'assoluto valore della medesima riconoscere, avendo la leva FC una contralleva disuguale CM. Facciasi adunque la base del solido uguale alla lunghezza CF per conoscere il momento della forza assoluta posta in F, e vedrassi tale lunghezza convenire appunto colla DC, che prima erasi stabilita per base del solido DA, la resistenza del quale sul principio della Proposizione dimostrossi suddupla alla forza posta in F, che è quello, che si cercava.

PROPOSIZIONE XXXII.

Come conservar possasi la resistenza in un muro, cambiandone la figura.

Fig. 58. Sia adunque il muro, o prisma ABCD equilibrato sulla propria base CD contro qualunque forza, ma dovendo cambiare la figura d' esso solido, e ridurla triangolare, come ben soventi avviene nell'aver da fare li scarpamenti delle muraglie nelle Fortezze, o per sostener terrapieni, ed altri simili pesi, faremo in primo luogo un triangolo rettangolo, che s'uguaglj al paralellogrammo ABCD, questo dovrà avere per conseguenza *della Prop.* 42. *lib.* 1. *Elem.* doppia base, ed uguale altezza, laonde porterassi la base CD da D in F, e sarà il triangolo ACF d'ugual mole, ma non trovandosi in esso triangolo uguale resistenza, come si è visto per il passato per la maggior lunghezza della leva, ma superiore, troverassegli pur anche tra

le

le due lunghezze CF, e CD la media proporzionale CH, sulla quale se si elevasse il triangolo ACH, questo sarebbe ugualmente resistente, come il rettangolo ABCD, in prova del che siaci proposto il triangolo ACH equilibrato con una qualunque resistenza, il quale debbasi ridurre in un rettangolo uguale di resistenza, che questo convertirà l'altra parte; per il che ridotto in primo luogo un altro rettangolo uguale in mole, o solidità al triangolo ACH, questo avrà *per la suddetta Prop. 42. lib.* 1. la base CI sudduppla della base CH, ma per trovarvi in esso rettangolo uguale resistenza abbisogneravvi parimente ritrovarli tra le due diverse basi CI, CH la media proporzionale CD, che converrà giustamente colla base di quell'istesso solido, che erasi sul bel principio supposto equilibrato contro qualunque forza, dalla qual cosa si può pur anche dedurre, che le diverse basi CI, CD, CH, CF sieno in continua proporzione, e che le figure di simil genere ad uguale altezza elevate sieno resistenti nella stessa guisa, che riguardansi i quadrati delle lor basi, cioè a dire, così essere la resistenza del triangolo ACH verso quella del triangolo ACF, come il quadrato della base CH verso quello della base CF, come pur anche tale essere la resistenza del rettangolo sulla base CI verso quello, la di cui base sia CD, come il quadrato di CI verso il quadrato di CH.

Tav. 4. Fig. 58.

Tav. 4. Fig. 58.

COROLLARIO.

DA qui ſi raccoglie l'utilità, che ci preſta lo ſcarpamento d'una muraglia in riguardo alla reſiſtenza, avvegnachè la medeſima mole ridotta in forma triangolare a modo di ſcarpamento creſce in reſiſtenza ſecondo la proporzione della maggior lunghezza della baſe, ovvero rendendo un muro in ſcarpa, molto meno s'avanza di materia nella coſtruzione d'eſſo, operando in ſua vece la lunghezza della medeſima baſe, come ſi è viſto poc'anzi, d'onde ne viene, che in ſiti, ove potraſſi formare la ſcarpa del muro, ſarà vantaggioſo il praticarla, ricavando dalla ſteſſa ſolidità reſiſtenza maggiore, oppure da minor ſolidità una reſiſtenza uguale, ciò, che intendeaſi dimoſtrare.

PROPOSIZIONE XXXIII.

Come poſſaſi equilibrare la forza, che ſpinge un muro, ogni qualvolta eſſa forza trovaſi ſeſquialtera alla reſiſtenza d'eſſo muro.

Tav. 5. Fig. 59.

SIa il ſolido, o muro ABCD fig. 59., contro del quale debbaſi applicare una forza ſeſquialtera alla di lei reſiſtenza, alla quale dovendoſi per altro opporre, ſiamo per riconoſcere di quanto debbaſi accreſcere la ſolidità d'eſſo muro., affinchè poſſaſi equilibrare colla ſovra nominata forza. Prolungheraſſi adunque la di lei baſe CD ſino in Q, talmente che tutta la CQ ſia della CD ſeſquialtera, ma eſſendoſi dimoſtrata

nella

nella Prop. 28. eccessiva d'un solido la resistenza contro una forza proposta, qualora esso solido si ergesse sulla base CQ avverranne, che per determinarne la giusta solidità dovrassi in tal guisa proporzionare la base, che il solido su essa elevato contenga in se stesso uguale resistenza, cioè resistenza sesquialtera a quella, che presentemente racchiude. Divisa adunque l'aggiunta lunghezza DQ per metà in D, ed elevato sulla base CP, ed altezza CA il solido CS, questo dovrebbe essere sesquialtero in resistenza al solido CB, avendovi in surrogazione della lunghezza aggiunta alla base PQ sostituita la solidità DS; ma avendo inoltre più volte fatto vedere, che la resistenza dell'aggiunto solido DS trovasi soltanto suddupla della mole, ne siegue, che con tutto questo non sarà ancora il solido CS abbastanza capace di resistere alla forza proposta. Per abilitare il suddetto solido a tal segno, prenderassi tra la lunghezza DP, e la DQ la media proporzionale DR, sulla quale elevato il solido all'altezza di PS sarà resistenza maggiormente del primo CB in proporzione sesquialtera. Ma se questo tal muro in vece di farlo rettangolo, volessesi fare in scarpa, ridurrassi in primo luogo il rettangolo RB in un triangolo uguale contenuto nella medesima altezza, il quale per *le Prop.* 41., *e* 42. *lib.* 1. *Elem.* avrà doppia base, sicchè sarà il triangolo suddetto BDO, nel quale trovandosi la resistenza maggiore del bisognevole per la sola lunghezza di base, nulla contando ancora la solidità aggiunta del triangolo suddetto, dovremo in tal guisa proporzionare la base d'esso triangolo colla solidità del rettangolo, che

Tav. 3. Fig. 59.

Tav. 5. Fig. 59. devesi in esso trasformare, che a proporzione dell' accrescimento di base debba scemare di solidità, lo che di bel nuovo potrassi ottenere, se tra le diverse basi del rettangolo DR, e del triangolo DO ricaverassi la media proporzionale DQ, sulla quale eretto il triangolo BDQ, secondo quello formerassi la scarpa al muro resistente al bisogno.

Per estrarne da questa Proposizione la verità dimostrerassi tal cosa per conversione di ragione in questo modo, cioè che proposto il muro ABCQ di resistenza sesquialtera al solido ABCD, dal quale dovendo dedurre tanta solidità, sicchè la resistenza d'esso uguaglisi di bel nuovo a quella prima, che dimostrossi essere nel solido ABCD, trasformerassi di nuovo il triangolo aggiunto BQD in un rettangolo uguale *per le sovra addotte Prop. 41., e 42. lib. 1. Elem.*, qual sarà PB, in modo che tutto il solido sia CS, abbia la base CP. Dividasi adesso la detta base in parti cinque uguali, deducendone tre per troncare dalla mole la porzione sesquialtera aggiuntavi, resteravvi un solido sulla base CV, il quale dovrebbe ridursi abile ad una forza sottosesquialtera a quella, alla quale opponeasi il solido RA, ma questo tal solido non scemando nella stessa guisa di valore, o vogliam dir di resistenza, come scema di mole (siccome nell' accrescimento suo neppure accrescevasi in proporzione dell' allungamento di braccio, ma bensì in suddupla proporzione al detto allungamento), ne avverrà, che la lunghezza CV colla aggiuntali solidità sarà diminuita in proporzione composta dalla diminuzione di peso, e dalla minor lunghezza del braccio, le quali due deduzioni non conser-

vano

vano la medesima proporzione tra di loro, ma la diminuzione del peso trovasi sesquialtera del ritaglio della base, quale divisione dovrà proporzionarsi, talmente che possasi compensare la solidità con la forza, per il che presa tra le due lunghezze PC, CV la media proporzionale, quella porterassi per base del solido ricercato, la quale converrà appunto colla CD, che prima fu stabilita uguale ad una forza sottosesquialtera di quella, di cui sul principio trattossi.

Tav. 5. Fig. 59.

COROLLARIO.

DA quanto si è sinora dimostrato raccogliesi, come la leva conservi in diversi casi la stessa natura, abbenchè diversamente applicata, essendo da essa dipendenti tutti gli effetti passati, essendosi pria d'ogni altra cosa sempre osservata la proporzione, colla quale tra di loro riguardansi la forza da applicarsi contro d'un solido, e la resistenza, che contener debba esso solido per equilibrarla, secondo le quali si sono proporzionate le varie leve, quali tutte osservazioni potranno praticarsi, qualora i solidi saranno elevati a piombo sull'orizzonte, e che le gravità spingeranno con direzione rettangola ai lati dei medesimi solidi. Quanto poi sia per avvenire nei solidi collocati su piani inclinati, ovvero che le forze da applicarvisi non spingano con direzione rettangola, dimostrerassi qui appresso.

Tav. 5. Fig. 60.

PROPOSIZIONE XXXIV.

Come ſcemi la reſiſtenza de' ſolidi poſti in varj piani inclinati nell' eſſer rimoſſi verſo la loro propenſione, e pel contrario come quella s' accreſca, qualora debbanſi rimovere all' oppoſto della loro declinazione.

SIa adunque dato un ſolido AC poſto ſull' orizzonte AM, nel qual ſolido ſii ſerrata, ed inchiuſa una sfera, o palla di materia qualunque peſante, talmente inſcritta al ſolido predetto, che non ſi poſſa in quello da ſe muovere in ſorte veruna, (e che la caſſetta, che ſi ſuppone diafana nell' iſteſſo tempo ſarà conſiderata come nulla peſante, per meglio potere appoggiare il ragionamento,) qual ſolidità in tal guiſa compoſta dovendo eſſere dal ſuo ſito rimoſſa, facendogli forza in C, faſſi ſubito manifeſto *per la Prop. 22. di queſto*, che richiederaſſi una forza tale nel detto punto C, che *s'* uguaglj alla totale aſſoluta reſiſtenza della ſolidità predetta. Ma ſe queſta tolta da ſull' orizzonte AM, è trasferta ſu dell' inclinata DM, EM, o FM, dico, che dovendola rimovere da detti piani verſo del punto M, la forza da applicarſegli all' incontro, ſtando ſu qualunque di detti piani inclinati, ſcemerà verſo la total forza, che ſe gli applicherebbe, ſtando ſull' orizzonte in doppia proporzione di quella, che ſcemano gli angoli di ciaſcuno di detti piani inclinati colla perpendicolare BM nel punto M, concorrenti verſo dell' angolo retto AMB.

In

Tav. 5. Fig. 64.

In prova del che ripongasi il solido DC uguale al solido AC sull'inclinato piano DM, e per sapere di quanto scemi la di lei resistenza, eleverassi dall'angolo H una perpendicolare all'orizzontale AM, la quale segherà dal solido suddetto la porzione LCK, questa oltre di non contenere resistenza veruna, equilibrerà un peso uguale a se stessa, *come dimostrossi nella Prop.* 24., altro non restavi a far vedere, se non che l'angolo LHC formato dalla perpendicolare LH sia in tal guisa proporzionato verso l'inclinazione del piano DM, come sta l'angolo DMA verso l'angolo retto AMB, lo che manifestasi in primo luogo, per trovarsi i due angoli DHL, e DMB uguali tra di loro, trovandosi angoli alterni, laonde i rettilinei proporzionali segati ad angoli uguali conserveranno sempre la stessa proporzione fra loro *per la Prop.* 17. *lib.* 5. *Elem.*; di più se osservasi anche la proporzione, colla quale la sfera contenuta nel solido HT scema di resistenza, la quale vedrassi essere suddupla, ne seguirà essere l'angolo LHC subquadruplo dell'angolo del solido CHD, in virtù del che se nel piano abbisognavanci gradi 10. di forza per muovere il solido AC, nel piano inclinato DM non vi saranno più necessarj che cinque, ed all'opposto dovendolo rispingere all'insù, la forza nell'equilibrarlo richiederassi sesquiquarta all'assoluta resistenza d'esso solido.

Nè altrimenti seguiranne, qualora il solido fosse collocato sull'inclinata EM, avvegnachè dedotta dal punto K una paralella alla BM, questa sarà KL, che dividerà il solido EQ per mezzo, laonde *per la Prop.* 24. sarà in esso estinta la resistenza, avendolo a rimovere verso del punto M, ma se per l'opposto della

Tav. 5. Fig. 60. sua inclinazione dovessesi sullo stesso piano EM far risalire il suddetto solido EQ, la forza allora richiederiasi sesquialtera a quella, che lo movesse nell'orizzonte, e così successivamente, conoscendosi, che nel piano inclinato FM il solido FO non vi si potrebbe arrestare, ma bensì moveriasi con impeto verso del punto M, trovandosi la di lei energía nel muoversi superiore alla resistenza, avverranne, che per solo arrestarlo abbisogneravvi una forza, che sia sovra particolare triparziente quarta della forza assoluta, necessaria a rimovere un tal solido sull'orizzonte, da quali tutte cose ben si comprende, come la resistenza ne' solidi situati su varie inclinazioni de' piani scemi in proporzione degli angoli, che ciascuno di detti piani forma coll'orizzontale in riguardo all'angolo retto, come pel converso dovendoli far forza all'opposto della loro propensione, sarà la forza da applicarsegli in proporzione della somma dell' angolo retto unitamente all'angolo, che ciascuno di detti piani forma coll'orizzontale, come dimostrossi dover essere la forza da applicarsi al solido FO sovra particolare triparziente quarta, e questo a motivo, che la somma dell'angolo retto BMA, unitamente all'angolo FMA trovasi anch' essa nella stessa proporzione verso dell'angolo retto, così appunto la forza da applicarsi all'incontro del solido EQ per farlo risalire sarà sesquialtera dell'assoluta di lei resistenza, e questo a cagione, che la somma dell'angolo retto, unitamente all'angolo EMA, formato dall'inclinata EM trovasi sesquialtera d'ogni angolo retto, onde si fa luogo a conchiudere quanto sovra si propose, cioè che la resistenza nei solidi, qua-

lora

lora si trovano posti sui piani inclinati, scemi in proporzione degli angoli d'inclinazione de' piani suddetti, qualunque volta la propensione loro sarà verso il punto M, e per l'opposto cresca, dovendoli far risalire al roverscio in proporzione dell'eccesso di ciascuno di detti angoli sull'angolo retto, come si è dimostrato. Tav. 5.

C O R O L L A R I O.

Fig. 61.

DI qui raccogliesi, che i solidi, o muri, ogni qual volta saranno di maggior altezza della loro base, scemerà la resistenza loro in proporzione composta dell'angolo, che fa l'inclinazione del piano coll'orizzontale, e dell'altezza del solido verso la di lei base, quali proporzioni raccolte in una sola s'uguaglieranno alle varie sezioni della base superiore, come nella fig. 61., essendo il muro, o solido ABCD situato sul piano inclinato CD, per qual motivo abbia maggior propensione verso C, che verso D, la resistenza in esso scemerà *per virtù della Prop.* 24 in doppia proporzione di quella parte AEC di solido, che resta da esso divisa per la perpendicolare CE dal punto C eretta; ma se osserverassi essere il triangolo AEC sudduplo *per la Prop.* 41. *lib.* 1. *Elem.* d'un rettangolo formato colla medesima base, ed altezza, qual sarà il rettangolo AECF, seguiranne restarvi soltanto nella solidità suddetta la resistenza della di lei. parte EBFD. Ma il solido EBFD sta verso del solido ABCD, come la base EB verso la base AB *per la Prop.* 1. *lib.* 6. *Elem.*; adunque la rispettiva resistenza nel solido scemerà nella stessa proporzione, colla quale resta divisa la base, lo che uniformasi col detto *di*

Tav. 5. *Vittruvio al cap.* 8. *lib.* 2., ove condanna come ſoggetti al precipizio il mettere nella ſtruttura d' un muro i materiali non in piano.

Fig. 62. Nè diverſamente ſarà per avvenire nel ſolido eſpreſso per la fig. 62. GHIK, ſtando ſull' inclinato KI, in cui la reſiſtenza ſcema in proporzione della baſe, o linea LH verſo della linea GH, nulla oſtando quivi la maggior, o minor altezza del ſolido, avvegnachè ſempre nella ſteſſa guiſa o ſcema, o creſce la ſezione della baſe ſuperiore, come maggiore, o minore ritrovaſi l'altezza del ſolido, come è manifeſto.

Fig. 63.

PROPOSIZIONE XXXV.

Con qual proporzione ſi riguardino tra di loro varj peſi applicati all' eſtremità di molte leve, quali ſieno poſte ſotto diverſe inclinazioni.

Sia la leva rettangola ABC fig. 63. di braccia uguali, il di cui punto d'appoggio ſia B, nell'eſtremità della quale pongaſi il grave D; è per ſe manifeſto, come anche *per la Prop.* 3., che per equilibrare tal gravità dall' oppoſto punto A ſaravvi neceſſario collocare nel medeſimo un' altra gravità, o forza uguale a quella poſta in C, eſſendo sì la leva CB, che contralleva BA uguali in lunghezza, ma ſe ſtando la BA immobile, e trasferta la leva CB in diverſe altre inclinazioni, come in EB, FB, e GB colla medeſima gravità applicatavi alle loro eſtremità EFG, ſi varierà allora in ciaſcuna di dette inclinazioni il momento del grave, cioè a dire ſcemerà nelle ſuddette inclinazioni l'energía

del

del grave nella stessa proporzione, colla quale le linee KB, LB, MB scemano dalla linea CB.

Tav. 5. Fig. 63.

Si prova non ostante le uguali lunghezze di leve BE, BF, BG, essendo che non in rispetto alla lunghezza loro ritengono i pesi il proprio momento, *come nella Prop.* 3., ma bensì in riguardo alla distanza, che trovasi il grave dal centro, o punto d'appoggio B, la qual distanza esprimesi per quella linea, o filo, pel quale resta il peso attaccato; adunque potrassi accertare, che dovendo sostenere il peso H, uguale al peso D, affisso all'estremità E della leva EB con una forza posta in A, avrà questa la stessa proporzione verso la gravità del solido H, come ha la linea KB verso la BC, così parimente se vorrassi equilibrare la stessa gravità sospesa in F, dovrà l'opposta da porsi in A ritenere quella proporzione verso la gravità del solido posto in F, come ritiene la lunghezza BL verso della lunghezza BC, e così finalmente per equilibrare lo stesso solido pel punto G sostenuto, sarà la forza da contraporsegli in A verso di quella stessa resistenza, come la linea BM verso della BC.

E non soltanto queste quattro dimostrate inclinazioni di leve avranno tal proporzione verso la propria gravità del solido, ma qualunque altra, per motivo di cui ne nasca maggiore, o minore lunghezza, ogni qualvolta nella stessa distanza sia constituita, essendo chiaro, che la stessa forza posta in A se solleva un solido posto in G, sarà pur anche bastevole a sostenerlo, qualora fosse appeso in N, in O; oppure in M, trovandosi sempre la distanza MB uguale, separando però sempre dalle suddette leve, la loro propria gra-

vità,

Tav. 5. vità, quale come possasi mettere in conto unitamente a'pesi, dimostrerassi qui appresso. Dal che conchiudesi col Galileo, che le forze esercitano il momento loro in rispetto alla lungezzâ delle leve, alle quali sono applicate, quali lunghezze s'intendono sempre ad angoli retti colla perpendicolare, cioè a dire per quello spazio, od intervallo, con cui l'azione della forza si discosta dal centro, come si è finora operato.

Fig. 64.

PROPOSIZIONE XXXVI.

Come possasi equilibrare l'impeto, o resistenza di due diverse gravità, una delle quali muovasi per la perpendicolare, e l'altra per l'inclinata, qualunque siasi la di lei inclinazione.

AVanti però d'inoltrarsi nella dimostrazione di quanto sovra, premetterassi il presente Lemma, per lo quale intendasi la linea AB perpendicolarmente eretta sopra l'orizzontale BD, di poi dalla sublimità A si facciano partire varie linee in più maniere inclinate, terminanti nell'orizzonte, come AI, AL, AC, AD, dico, che un solido qualunque scendendo per la perpendicolare AB eserciterà l'impeto suo totale, non così però seguiranne, se discendesse per l'inclinata AI, ove troverassi l'impeto assai minore, e successivamente sarà per diminuire in ogni altra inclinazione, qualora le medesime più s'accosteranno all'orizzontale. Qual impeto, momento, o resistenza scemerà in caduna di dette inclinazioni nella stessa proporzione degli angoli, cioè a dire, che il momento d'un grave discendente

per

per l'inclinata AL sarà in proporzione di quello, che esso grave ritiene nella perpendicolare AB, come sta l'angolo interno BLA formato dall'orizzontale BL, e dall'inclinata LA verso dell'angolo retto ABL, e così in ogni altra di dette inclinazioni, e questo a motivo, che camminando un mobile per un piano inclinato, parte d'esso mobile gravita sul detto piano, e parte inclina al proprio centro, qual diminuzione d'impeto, o energía del mobile nel scendere al basso, siccome trovasi del tutto estinta nell'orizzontale BD, ove il mobile stassene indifferente tra il moto, e la quiete, e non hà per se stesso propensione di muoversi verso alcuna parte, preme detto orizzonte coll'assoluta sua gravità, essendo impossibile, che un grave, o composto d'esso muovasi naturalmente all'insù, discostandosi dal comun centro, verso del quale conspirano tutte le cose gravi, così resta impossibile, che spontaneamente si muova, se con tal moto non s'approssima al suddetto comune centro; onde sopra l'orizzontale, che quivi intendesi per un piano ugualmente lontano dal centro, nullo sarà l'impeto, o momento di detto mobile; per il che il detto piano soffrirà l'assoluta, e totale gravità del peso, che sul medesimo s'appoggia, così in ogn'altra inclinazione và ogni via più scemando di peso, ed accrescendosi d'impeto, *come per la Prop.* 34. sin a tanto, che arrivando alla perpendicolare, dove trovasi affatto annientata la gravità, ed assoluto essere il di lui momentò nel scendere; tra quali due diversi, e contrarj effetti cagionati nel solido, ora nell'orizzontale, ed ora nella perpendicolare, trovandosi in una l'estrema quiete, e nell'altra estremo movimento, fa d'uopo senza dubbio, che

Tav. 5. Fig. 64

tra

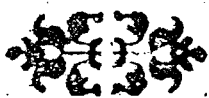
Tav. 5. Fig. 64.

tra due contrarj estremi trovinsi alcuni mezzi, pria che dall'uno all'altro s'arrivi, come in tutte le cose si vede sì nella natura del moto, ove un grave pria di entrare in un corso velocissimo si va accellerando ogni via più, talchè nel suo principio trovossi assai più lento, così pel contrario, una palla d'artiglierìa comincia il suo corso con grandissima velocità, quando va sempre via più rallentandosi, passando per i gradi di mezzo, avanti che da una velocità infinita entri assolutamente in un moto lento, laonde anche quivi troverannosi i mezzi, cioè certi piani inclinati, su' quali l'azione d'un mobile farassi composta parte di peso, e parte d'impeto, e questi più, o meno avranno di valore, secondo più, o meno saranno acuti gli angoli interni cagionati dall'orizzontale, ed inclinata, su cui detto mobile si appoggia, stanti le quali cose dico, che dovendosi equilibrare due gravità, una delle quali muovasi per la perpendicolare, e l'altra per un piano inclinato, questa dovrà eccedere la prima in mole nella stessa proporzione, che l'angolo rètto ABD eccede l'angolo interno formato coll'orizzontale, ed inclinata, su cui il detto mobile ha da camminare.

Si prova, perchè avendo dimostrato nella fig. della Proposizione 34, come i mobili secondo l'inclinazione de' piani, su cui s'appoggiano, acquistino, ò perdano momento, sarà manifesto, che tanto minore sarà il momento loro sopra qualunque di detti piani nella nostra figura espressi, quanto più i detti piani dalla perpendicolare si discostano, è indubitato, che trovandosi il mobile in un loco, ove non potendo esercitare l'assoluto suo momento in scendere, per non

essere

essere perpendicolare, nè l'assoluta sua gravità in premere, per non essere orizzontale, ma bensì eserciterà parte d'ognuna d'esse passioni, qual parte sarà al certo come l'angolo d'inclinazione del piano. Per il che sia il piano inclinato AL, pel quale dovendo camminare un mobile, che ritenga gradi 6. di peso, fassi manifesto, che per arrestarle il moto, ed impedirle di più muoversi, sarà bastevole una gravità, o forza che se gli opponga di gradi tre, trovandosi l'angolo ALB del piano inclinato AL semiretto, soffrirà pertanto il suddetto piano la metà del peso, quale non resiste più contro altra forza; sicchè non saravvi più che la metà del peso di detto solido, che abbia propensione al moto, contro della quale applicandosegli ugual forza, farassi l'equilibrio. Dal che si può conchiudere, che le due gravità F, ed E, una delle quali, cioè F muovasi pel piano inclinato AC, e l'altra E, che muovesi per la perpendicolare, faranno l'equilibrio, ogni qualvolta la gravità F avrà la stessa proporzione verso la gravità E, che ha l'angolo retto ABD verso l'angolo acuto ACB, così seguirà parimente volendosi far l'equilibrio tra due diverse gravità, una delle quali, ovvero amendue collocate su piani diversamente inclinati, traendone la proporzione loro dagli angoli d'inclinazione, che detti piani contraono coll'orizzontale, come si era proposto.

Tav. 5. Fig. 64.

Tav. 5. Fig. 65.

PROPOSIZIONE XXXVII.

Come da una medesima forza, o vogliam dir gravità, diversi ne nascano gli effetti verso la resistenza d'un solido, tirando per varie inclinazioni.

Diverso intieramente ne avviene l'effetto dall'applicazione d'una forza, o gravità in questa dalla antecedente Proposizione, avvegnachè laddove nella passata l'impeto d'un mobile per la perpendicolare trovavasi assoluto, quivi si considera per nullo, ed il moto, impeto, od attrattiva del medesimo, allora soltanto s'intende assoluto, quando eserciterassi per l'orizzontale, stante qual cosa sarà facile il dimostrare la nostra Proposizione. Perciò sia dato un solido, la di cui resistenza sia nota, quale per equilibrare sia necessaria una forza, che alla medesima si uguaglj *per virtù della Prop.* 22., che eserciti il suo valore per direzione rettangola al lato del solido AB; cioè per la direzione EA, che dimostrossi massima; dico pertanto, che dovendo equilibrare tal solidità coll'ajuto di qualunque altra forza, che agisca con direzione non rettangola, dovrà questa aumentarsi nella stessa proporzione, colla quale cresce l'angolo di direzione sopra dell'angolo retto in rispetto alla forza massima, che per l'angolo retto viene applicata.

Provasi la presente pel converso della passata Proposizione, invertendo l'azione delle forze, cioè a dire, che quella, che era massima, diventa minima, siccome in una intendevasi il moto per la perpendicolare,

colare, nell'altra intender devesi per l'orizzontale. Per qual motivo descritto il semicerchio EGK, in questa guisa esamineranno si le forze, cioè, che essendo massima la forza posta in E, che equilibri la resistenza del solido ABCD, sarà paragonata all'angolo retto EAK, sarà manifesto, che applicata una forza per la direzione HAI, acciò sia bastevole per equilibrare la resistenza del detto solido, dovrà crescere nella stessa proporzione, che cresce l'angolo HAK sopra l'angolo retto EAK, e questo a motivo, che proseguendo la linea HA sino in I, incontra maggior resistenza in proporzione della lunghezza AI sopra della lunghezza AD, così parimente proseguirassi nelle altre inclinazioni, cioè, che tanto maggiore esser debba la forza spingente colla direzione LAM della forza posta in E, quanto l'angolo LAK trovasi superiore del retto EAK, e successivamente in ogni altra inclinazione; Conchiudasi pertanto, che le forze, o pesi posti per equilibrare qualunque solidità in qualsivoglia direzione, riterranno sempre la stessa proporzione verso la forza massima, che è quella, che spinge con direzione rettangola, come hanno gli angoli loro verso dell'angolo retto, come si era proposto.

Tav. 5. Fig. 65.

PRO-

Tav. 5. Fig. 66.

PROPOSIZIONE XXXVIII.

Come possasi conoscere, paragonare, ed equilibrare la forza, o momento di varj mobili collocati su d'un piano inclinato.

PER riconoscere l'impeto d'un mobile si serviremo di una palla, o sfera, la di cui figura trovasi la più abile al moto, per il che sieno cinque le palle poste sul piano inclinato GF fig. *66.* ABCDE, ciascuna delle quali ritenga gradi 4. di peso, del che fattane una somma, saranno gradi 20., a' quali uguaglierassi il loro assoluto momento, ma se avrassi riguardo al piano, sul quale dette gravità si ritrovano, vedrassi *giusta la Prop.* 34., che detti mobili tanto perderanno del loro valore, quanto l'angolo d'inclinazione d'esso piano G sarà minore dell'angolo retto, quale ritrovandosi essere la quarta parte d'un angolo retto, dovranno perciò i gradi 20. di peso suddetti ridursi al solo momento di gradi 5., che spingeranno contro del solido GH, premendo le tre restanti parti sul piano GF, come *nella suddetta Prop.* 34. dimostrossi, sicchè il solido GH da contrapporsegli dovrà ritenere gradi 10. di peso, acciò se ne ritrovino in esso cinque di resistenza, quale sarebbe il solido HG da contrapporsi all' impeto dei cinque mobili sovra accennati *per la Prop.* 22.. Di più trovandosi, che il punto del contatto, per il quale essi mobili esercitano il loro momento, cade nel punto I, avrà *per la Prop.* 26. uguale resistenza la parte del solido IM, come tutto il solido

lido LM, e questo a cagione, che trovandosi la leva GI suddupla della GM, cresce in tal proporzione nel solido IM la resistenza, ogni qualvolta sarà il punto M immobile, trovandosi *per la suddetta Prop. 26.* soverchia resistenza nel solido LM, non applicandosegli la forza nel punto L, come si è dimostrato.

Tav. 5. Fig. 66.

Tutti i corpi gravi, abbenchè di loro natura propensi al muoversi verso il basso, ciò non ostante quando trovansi accumulati si sostengono da loro medesimi fino ad una certa elevazione, come continuamente vediamo essere gran quantità d'arene accumulate in forma di piramide, che tra di loro si sostengono, a motivo che la maggior parte del corpo loro gravita sull'orizzonte, e sostiene per questo quell'altra parte, che trovasi fuori dell'equilibrio, le quali proprietà riconoscendole anche in altri corpi attissimi al moto, come sono le palle perfettamente rotonde, di queste si serviremo noi per esplicare fin a qual segno possasi sostenere un cumulo di qualsivoglia gravità, senza essere in necessità veruna d'alcun sostegno, accadendo bene spesso agli Architetti di dover contrapporre a' terrapieni, ed altre gravità i muri; siamo ora per investigare qual parte d'essi sia quella, che graviti all'incontro de' muri, e quale sia il di lei grado di forza, acciò se gli possa applicare il suo convenevole, ed accomodato rimedio.

Tav. 5.
Fig. 67.

PROPOSIZIONE XXXIX.

Dato un cumulo di palle, o d' altre solidità abili da loro medesime al moto, ricercasi sino a qual segno d' elevazione possano da per se sostenersi, senza gravitare contro d' alcun riparo, ma equilibrarsi sull' orizzonte.

SIa adunque il cumulo di palle espresso nella fig. 67. per le lettere ABC, dico, che essendo di qualunque materia abbenchè gravissima, e di figura perfettamente rotonde, staranno nell' espressa guisa immobili, ne su altro potranno gravitare, che sull' orizzonte BC, ogni qualvolta il primo ordine delle medesime sia fisso, ovvero interrato, che non si possa rimovere, l' esempio del che vedesi giornalmente ne' Magazzeni di palle d' Artiglieria; ove per sostenere dette palle non abbisognavi alcun sostegno, se il primo ordine sarà interrato sino alla linea BC, il qual effetto ora dimostrato, come che avviene in figure attissime al moto, come sono sfere, o palle di rotondità perfetta, accaderà senza dubbio in un cumulo di qualunque altra materia, cioè di terra, arena, pietre, ed altre simili cose, le quali tutte si sosterranno sino ad una certa elevazione, la qual sarà quella dell'angolo semiretto, o sia di gradi 45., come appunto vedesi tale essere l' angolo interno, formato dai lati della fig. 67. coll' orizzontale, per il che ne' documenti prestatici dall' Architettura militare ne' profili delle banchette, rampari, ed altri alzamenti, le declinazioni delle quali

saranno

ſaranno tutte in angolo ſemiretto, dalle quali coſe potraſſi conchiudere, che qualora un terreno ſarà in tal guiſa rampante, che la di lui inclinazione non arrivi ad eccedere l'angolo ſemiretto, non avrà di biſogno d' alcun ſoſtegno, e ſe mai veniſſe a muoverſi, a tutta altra origine dovraſſi ciò attribuire, che a quella della troppa inclinazione, eſſendoſi fatto vedere, che ſe foſſe poſſibile, che un qualunque mobile per detta cagion rovinaſſe, dovria piuttoſto ciò avvenire ne' mobili della fig. 67, come più abili d' ogn'altro al moto.

Tav. 5.

Dalla qual coſa potraſſi facilmente conoſcere qual parte ſoltanto d'un terrapieno graviti all'incontro d'un muro, che gli ſia appoggiato per ſoſtenerlo, talmente che data l' altezza AB, dal cui termine A debbaſi venire in piano ſino in D, dovraſſi riempire di terreno lo ſpazio ABD, ſarà manifeſto per le coſe ſovra dichiarate, che tutta quella quantità di materia, che troveraſſi ſotto della linea AB ſtarà ſenza ſoſtegno, trovandoſi, che la linea AB forma colla DB l' angolo ABD ſemiretto, dovendo all'incontro dell' applicata materia collocarvi un proporzionato, e forte ſoſtegno, ma per non eccedere nella ſoverchia ſpeſa nella ſtruttura del muro, nè mancar nella proporzione col non farlo ſufficiente, addurraſſi quivi il modo, acciò non poſſaſi incorrere in veruno di detti inconvenienti, e prima.

Fig. 68.

Sia dato il vacuo ADB, il quale avendoſi a riempire di terreno per formare un piano da A in D, acciò ſi ſoſtenga, debbaſi coſtrurre un muro, che s'opponga alla di lui forza. Si conſidererà in primo luogo la

Tav. 5. Fig. 68.

misura di detto vacuo, dalla qual misura ricaverassene la gravità del terreno necessario per riempirlo, ma per non intrare per ora in tante speculazioni, nello stesso tempo servirommi d'una quantità di que' mobili, de' quali parlossi finora per riempire detto sito, per il che dico, che il muro suddetto da opporsi a detti mobili, dovrà avere resistenza uguale alla rispettiva gravità, o momento, col quale detti mobili lo spingono, e venendo alla speculazione di dette cose, osserverassi in primo luogo quanti sieno i mobili nel primo ordine disposti, cioè quelli, che *s'* appoggiano sulla linea AB, che saranno otto, ciascuno de' quali ritenga gradi 4. di peso, li quali scemeranno nella stessa proporzione, come scema l'angolo ABD dall'angolo retto, la qual proporzione trovandosi suddupla, sarà parimente *per la Prop.* 34. il momento di detti mobili suddupla al loro valore assoluto, il qual peso dovendo equilibrare, contrapporrasegli un solido d'ugual resistenza di figura quadrata, il qual sarà BE, ma trovandosi, che la forza, o impeto di detti mobili agisce nel punto C, e non nel di lui punto più sublime H, dimostrerassi, che la sola parte di detto solido CF ugualmente resistegli, essendosi fatto vedere *nella Prop.* 26., che quanto cresce la base sull'altezza d'un solido, o vogliam dire la leva sopra la contralleva, altrettanto può diminuirsi di materia nel medesimo conservata, nientedimeno la stessa resistenza, la quale trovasi quivi composta in parte dal peso, ed in parte dalle diverse lunghezze dei lati.

Venendo indi a dimostrare l'impeto de' mobili nel secondo ordine situati HI, proseguirassi colla medesima maniera,

maniera, ed essendo i mobili soltanto sei, riterranno gradi 24 di peso, o momento assoluto, che ridurrassi al suo sudduplo per motivo dell' inclinazione del piano, su cui si ritrovano, contro de' quali dovrassi opporre un' altro solido d' ugual resistenza, che sarà espresso pel quadrato CL, ma trovandosi pur anche quivi, che la forza spinge nel punto H, sarà pur anche manifesto per le cose sovra accennate, che la di lei porzione HM sarà d' ugual resistenza, come tutto il solido CL per l' eccesso della base sopra l'altezza.

Tav. 5. Fig. 68.

Ciò supposto volgasi il pensiero sopra il terzo ordine de' mobili nella linea, o direzione NP, de' quali consideratane la gravità, e per conseguenza il momento, troverassi questo sudduplo a quella, la quale peraltro dovendo estinguere, opporrassegli parimente un solido di uguale resistenza, che sarà HQ, contro del quale il momento de' mobili spingerà nel punto N, e lascieranne una parte, cioè NQ, la qual detroncata dal solido QH, resterà ciò non ostante il solido NR uguale in resistenza all' altro HQ, applicandovi la forza in N, come si è dimostrato di sopra, e finalmente portandosi ad esaminare il momento degli ultimi due mobili, contro de' quali dovendosi opporre un solido, che gli equilibri, questo sarà XN. Osservata indi la proporzione, colla quale detti ordini di grandezze vicendevolmente si eccedono, troverassi, che nella stessa guisa parimente s' eccederanno i solidi oppostigli in ogni ordine; adunque tanto l' impeto di tutti i mobili unitamente presi, sarà verso la resistenza di tutti i solidi, come l' impeto d' un ordine d' essi verso la sua

Tav. 5. Fig. 68. rispettiva resistenza *per la Prop. 12. lib. 5. Elem.*, ma qualunque d'essi ordini di mobili dimostrossi equilibrato col suo sostegno applicatoli; adunque l'impeto di tutti i mobili estingueranssi affatto nell'incontro del muro loro opposto.

PROPOSIZIONE XL.

Dato un terrapieno, che sostener debbasi dall' incontro d' un muro, in qual maniera conoscer possasi il di lui momento, avuta però prima la cognizione della gravità in ispezie del terreno, in proporzione della gravità, in ispezie del muro da contrapporseli, per poterne da queste ricavare la grossezza del suddetto muro.

Sia adunque il sito voto da riempire espresso colle lettere ABC, e non potendosi oltre del piano inclinato AC sostenersi da per se solo il terreno, dovrassegli necessariamente contrapporre un muro pel di lui sostegno. Divisa adunque l'altezza CB in parti uguali quante piace, come sono DEFG, per detti punti si condurranno linee paralelle all'inclinata AC, che suddivise da altre normali alle prime in distanza tale, che esprimano tanti spazj quadrati, quali supporremo piedi di terra, o altra misura più comoda, dopo del che osservisi in primo luogo quanti sieno i quadretti, che si trovano nel primo ordine AG, che saranno nove, il momento de' quali sarà per l'antecedente sudduplo alla totale loro gravità.

La

La qual forza venendo ad equilibrare anteporrassele un solido d'ugual resistenza per l'antecedente, ma dovendo questa proporzionare coll' impeto, o forza del terreno riterrà un tal solido proporzione composta della gravità del terreno, o altra materia, che spinga verso della gravità del solido, che s' oppone, e dell' inclinata AC, per la quale spinge il peso verso del piano orizzontale, ritrovandosi il momento della spinta rispettivo in proporzione dell'assoluto, che esercita il solido nel resistere, onde per ritrovare tali proporzioni abbisognerà dimostrarle nella seguente maniera.

Tav. 5. Fig. 68.

Sieno i nove quadretti del primo ordine posti sull' inclinata AC, i quali spingano all' incontro d'un qualunque muro, e si suppongano nove piedi cubi di terra, o altro peso, per potere dalla quantità, o misura loro ricavare la forza, o impeto loro, essendo manifesto, che un peso o equilibra, o ne supera un'altro, per essere a quello o superiore, o uguale, nè altrimenti appunto avviene in qualunque cosa riguardante i pesi, o resistenze loro, e che ciascun piede ritenga gradi 4. di peso, sarieno gradi 36. d'assoluto momento, ma ritrovandosi ad esercitarlo per via dell'inclinazione AC, sulla quale la metà di detto peso gravitando, perderanno in tal guisa il momento loro nello spingere, talmente che i suddetti gradi 36. si ridurrebbero a 18., contro dei quali opporrassi un solido, che per avere resistenza uguale ai suddetti gradi 18.; avrà pur anche gradi 36. di peso *per la Prop 22. di questo*; ma conosciuto un piede cubo di quel solido, che intendesi opporre al peso suddetto di quanto ecceda un piede cubo di terra, con essa potrassi stabilire la base del

Tav. 5. Fig. 68. medesimo, come per esempio trovandosi il muro il doppio più grave in ispezie del terreno, che vale a dire, se un piede di terra avesse gradi 4. di peso, ed un piede di muro ne avesse 8., allora il piede di muro saria bastevole per equilibrarne due di terreno, così in ogni altra ragione trovandosi sì la terra, che il muro pria d' ogni altra cosa, sarà di mestieri anteporre tal cognizione, alterandosi sempre secondo quelle nella stessa guisa le resistenze. Supposto adunque come nel nostro caso il terreno sudduplo in gravità al muro oppostogli, dovremo da tal proporzione regolarsi nello stabilire la base, o grossezza del muro, per il che ripigliati i nove piedi di terra sovra menzionati, ed avendo dimostrato poc' anzi ridursi il momento loro in proporzione sudduplo alla loro gravità, sarà l' impeto d' essi uguale a piedi 4½, che appunto saranno suddupli di piedi 9., quali per equilibrare sarà necessario anteporvi un muro di resistenza tale, che ritenga i piedi 9. di terreno o vogliam dir l' impeto loro, questo tal muro dovrà essere di solidità piedi 4., e mezzo, avvegnachè ritrovandosi il peso del muro doppio del peso del terreno, sarà manifesto, che essendovi in piedi 4½ di terra gradi 18. di momento, saranne per conseguenza vero, che nei piedi 4½ di muro si troveranno gradi 36. di peso, nel quale avendo dimostrato essere la resistenza sudduplo al peso, ritroverà appunto in esso muro quanto sarà bastevole per equilibrare il peso suddetto, la di cui base, ed altezza sarà come la linea CF; anzi dirò di più, che la forza del sovra accennato terreno spingendo nel punto G del muro farà sì, che il solido dell' altezza CF sarà superiore in resistenza all' im-

all'impeto, che arrecare se gli possa dal peso sovra espo- Tav. 5. Fig. 68.
sto nella stessa proporzione, che la leva CI supera la contralleva CG, per il che avendone a ritrovare soltanto la resistenza necessaria nel muro suddetto, troncherassi dall'altezza CF la porzione FG, e resterà la porzione CG d'ugual resistenza al sovra dichiarato impeto del terreno, conservandovi però sempre la medesima base CI, lo che più avanti dimostrossi *nelle Prop. 26., e 39.* di questo.

In secondo luogo rivolgasi il pensiero sopra l'altra divisione di terreno GP, in cui si troveranno piedi sette cubi, che riterranno parimente gradi 28. di peso assoluto, ma operando pur anche per l'inclinata AC, perderanno anche essi in proporzione dell'angolo d'inclinazione il loro momento, talmente che i gradi 28. suddetti, ridurrannosi a 14, all'incontro de'quali si collocherà pur anche un prisma, o muro, che ritenga gradi 28. di peso, per averne 14. di resistenza, in virtù *della Prop. 22.*, questo dovrà avere piedi $3\frac{1}{2}$ di solidità, la di cui base sarà GR, la qual solidità diminuirà ancora per via del punto, in cui vien applicata la forza, che trovasi minore d'essa base, laonde a livello d'esso punto troncherassi il muro, cioè in F, che sarà ugualmente resistente, come se fosse elevato sul quadrato di sua base GR, come si è dimostrato poc'anzi, e nella stessa guisa avrassi a praticare nel rimanente, ritrovandosi scemare nella stessa proporzione le basi di tutti i solidi anteposti ai varj impeti del terreno, come scemano le varie sezioni d'esso, le quali trovandosi scemare in proporzione aritmetica, sarà manifesto, che ritrovate le due prime basi CI, e GR, si potranno secondo l'eccesso

loro

Tav. 5. Fig. 68. loro proporzionare tutte le altre con simil eccesso, o mancamento, giusta la proporzione aritmetica, come dalle linee HLMNO, che dimostreranno le basi di ciascun pezzo di muro si può ricavare, ed avremo tutto il muro CIBQ sufficiente per opporsi al terrapieno ABC, lo che era l'intento.

Ritrovate, e conosciute le diverse basi di più solidi opposti a' varj pesi, chiaramente si vede, che coll'alzarsi del muro suddetto, ogni via più minore trovasi l'impeto, secondo che minore si trova il peso, in proporzione del che ricercasi minore la resistenza, per il che ne avviene, che l'eccesso di ciascuna di dette basi sopravanzi in fuori, d'onde ne nascono que' varj risalti nel muro, che oltre del cattivo aspetto, che essi risalti arrecano, servirebbono per lo più di scala per salire alla cima del muro, lo che per evitare, condurrassi una linea retta QT, che divida per metà tutti que' risalti, talmente che colla stessa quantità di materia renderassi il muro più forte per la maggior lunghezza della base da I fino in T, e più polito, per avervi troncati tutti que' risalti suddetti.

Oltre del che quando si avranno a formare tali sorte di muri contro i terrapieni, dovrassi pur anche aver riguardo, che non solo il terreno spinge col conosciutoci poc'anzi valore, ma che alcune volte s'altera il medesimo, come ne' tempi piovosi, ed umidi maggiormente gravita per la quantità dell'acque, che in esso s'arrestano, per le quali, oltre al crescere, che fa *sì* in mole, che in peso, maggiormente s'abilita al moto, per essere non più un corpo denso, ma un composto di materia densa, e fluida, per il che maggior impeto riceve in que' casi

il

il muro suddetto, le quali cose tutte bene, e diligentemente osservate, trovossi, che per eccessiva che sia la copia delle pioggie, per le quali rigonfiando il terreno maggiormente cresca in gravità, e s'abiliti al moto, non arriveranno certamente mai dette cause seconde a rendere la stessa quantità di terreno la metà più pesante di quello, che si ritrovi, quando è asciutto. Ciò non ostante per andare all'incontro d'ogni contrario avvenimento anteporrassegli in un tal solido, che abbia una resistenza sesquialtera al momento, che acquistar potesse lo stesso peso; quale potrassi accrescere, come *nella Prop.* 29. si è dimostrato, così pure farassi nelli ordini seguenti, come meglio dalla figura si può vedere.

Tav. 5. Fig. 68.

COROLLARIO.

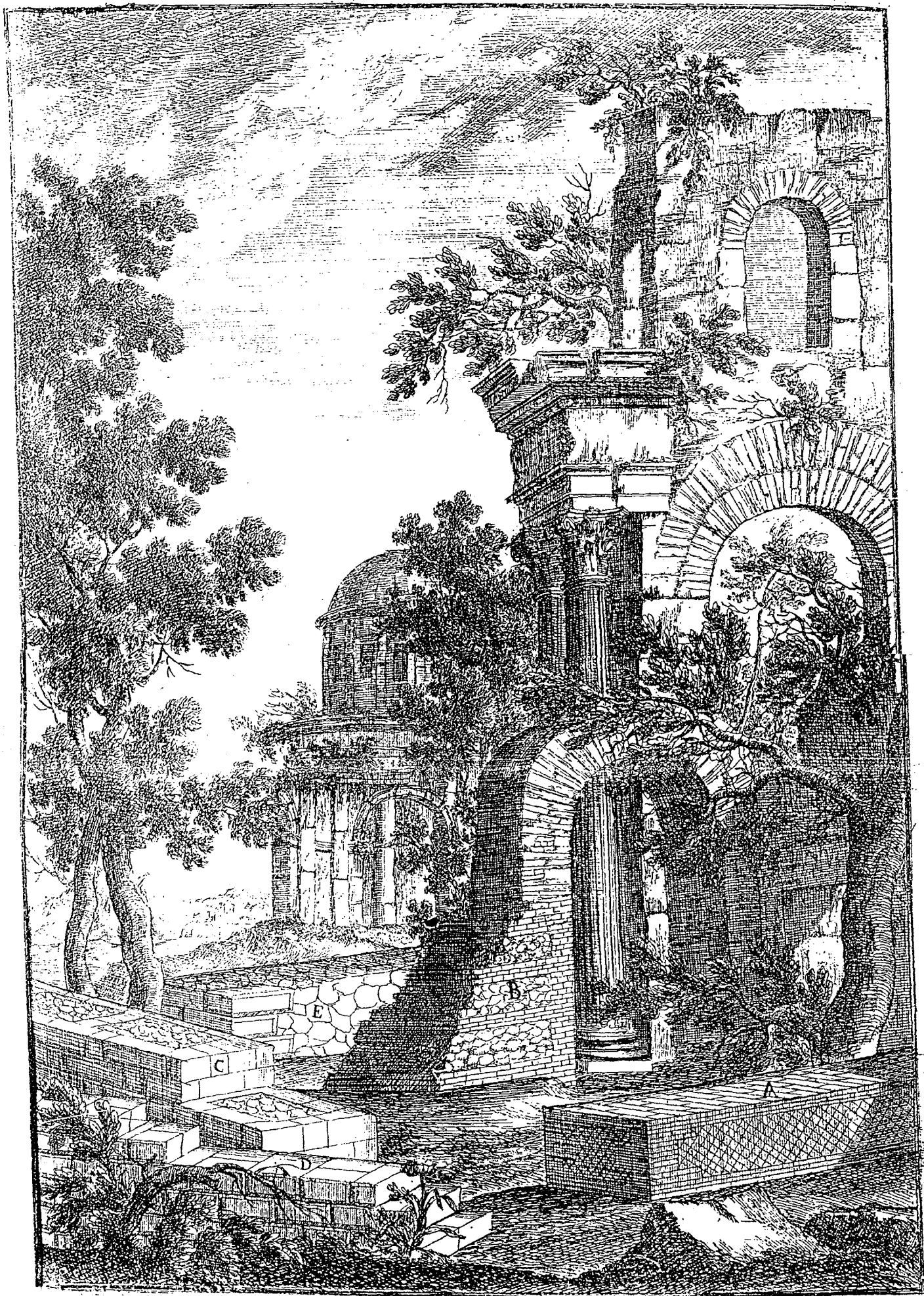
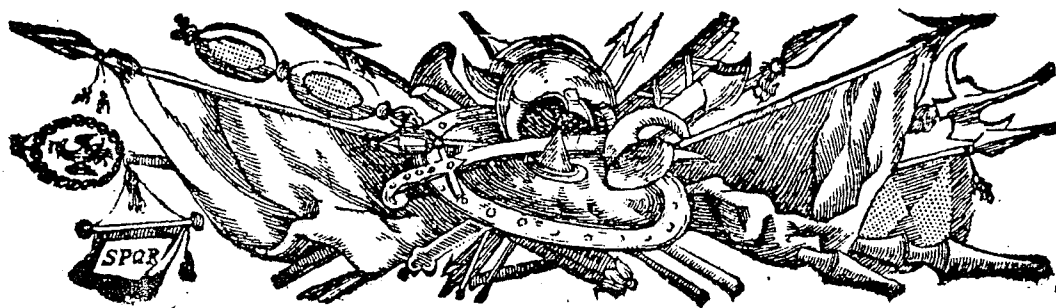
DAlle passate dimostrazioni si può raccogliere, come contro qualunque forza possasi applicare il suo sostegno proporzionato al di lui momento, conosciute però precedentemente le proporzioni, colle quali tra di loro si riguardano sì la materia del terrapieno, che quella, di cui vien composto il muro, per potersi secondo quelle regolare nelle grossezze, essendo infallibile, che quanto più grave trovasi la materia da sostenere, tanto maggiore sia l'impeto, che riceva il muro, secondo il quale dovrassegli accrescere la resistenza. Da tutto quanto sovra ben si comprende quanto s' ingannino coloro, che in simili occasioni di far muri all'incontro de' terrapieni, o per sostenere altre forze non perpendicolari vi formano arcate, immaginandosi, che siccome l' arco trovasi

capace

Tav. 5. Fig. 68.

capace a regere gran pesi, anche in questi casi le sia di gran giovamento. Ma pel contrario dirò io, nullo ivi essere il vantaggio dell'arco, anzi che del tutto insussistente, avendo poc'anzi dimostrato trovarsi maggiore l'impeto d'un terrapieno nel piede del muro, e richiedersi ivi maggiore la resistenza, quando si vede essere in tal luogo la resistenza minima, mentre che in vece di trovarsi il muro da opporsi al peso, trovasi soltanto per il piede dell'arco, oltre del che osservasi, che in tempi umidi ammollendosi il terreno, sbocca per dette aperture, e manca poi superiormente. Conchiudasi pertanto, che in simili congiunture non si faranno mai archi, nè altre aperture, alla riserva di certi piccoli buchi bisognevoli per far sgorgar l'acqua, affinchè non s'arresti per lungo tempo all'incontro del muro, e per conseguenza non gli arrechi maggior peso, come da per se è manifesto.

PARTE

B
E
C
A
D

PARTE SECONDA.

DELLE RESISTENZE.

Bbiamo ſinora diſcorſo della reſiſtenza, e gravità di varj mobili, ed addotto ivi il mezzo per equilibrarli, ne' quali ragionamenti, ed operazioni ſempre ſi è aſtratta dalle dimoſtrazioni la reſiſtenza, o peſo de' mezzi, ora poichè già ſi è aperta la ſtrada alla cognizione degli effetti, che in dette operazioni ne naſcono, dimoſtreraſſi come parimente poſſaſi inſieme colla gravità de' mobili comparare anche la reſiſtenza del mezzo, dal che conoſceraſſi in appreſſo, come ſi formino gli archi, e le volte, come pure il modo, e l' angolo, col quale ſecondo ogni ſeſto, eſſi archi, o volte ſpingano verſo i muri, e finalmente come eſſe volte, o archi trovandoſi ben, e diligentemente coſtrutte, ſopportino eceſſive gravità, e come in eſſe s' equilibri il peſo col piede, ſu cui s' appoggiano; le quali coſe anderemo a poco a poco dimoſtrando nelle ſeguenti Propoſizioni.

Ogni

Ogni peſo, o forza può ritenere diverſo momento, cioè di preſſione, o d'impeto, del primo intendeſi, qualora con un grave, o forza ſi comprime a perpendicolo ſopra d'un muro, e queſto tal momento accreſce in eſſo muro la reſiſtenza, del ſecondo poi quando una forza ſpinge contro d'un muro in angolo retto, ed allora in proporzione d'eſſa forza s'eſtingue nel muro medeſimo la reſiſtenza, ovvero che il momento d'eſſo peſo, o forza può eſſer compoſto parte dalla preſſione, e parte dall'impeto ſecondo le varie direzioni, colle quali può ſpingere verſo d'un muro.

Tav. 1. Fig. 1.

PROPOSIZIONE I.

Come una forza, o grave qualunque dividaſi parte in preſſione, e parte in impeto contro i ſoſtegni, ogniqualvolta il detto peſo ſarà ſoſtenuto da due ſtanghe poſte in angolo.

SIa la forza E, la quale ſia affiſſa nell'unione delle due ſtanghe AC, BC nel punto C, dico in primo luogo, che ciaſcuno de' piedi, o ſoſtegni, ſu' quali s'appoggiano eſſe ſtanghe, ſoffrirà la metà del peſo del grave E, lo che manifeſtoſſi *nella Prop. 6. Par. 1.*, reſtaci ora ſoltanto da ricercare, quale ſia l'impeto, che detta gravità eſercita verſo i punti AB, e quale ſia la preſſione, da dove ne naſce, che il di lei momento ſarà compoſto dalla gravità del peſo verſo la reſiſtenza del ſoſtegno, e dell'angolo d'inclinazione, pel quale eſercita il ſuo valore verſo dell'angolo retto.

Per

Per dimostrare quanto sovra fa in primo luogo di mestieri ritrovare l' assoluto momento del grave E, operante con direzione rettangola, che uguaglierassi al di lui peso, secondo il quale *per la Prop.* 25. *Part.* 1. se gli proporzionerà il piede per equilibrarlo, ma trovandosi, che detto grave esercita il suo momento colle direzioni CB, CA, tanto scemerà il momento di detta gravità dal suo momento massimo, quanto l' angolo CBD sarà minore dell' angolo retto DBA, essendosi dimostrato *nella Prop.* 37. *Part.* 1., come nullo sia l' impeto fatto per la perpendicolare, e massimo quello fatto per l' orizzontale, ne siegue, che le stesse direzioni quanto più s' accosteranno alla massima, cioè all' orizzontale, tanto avranno maggior impeto, e pel contrario quanto più da quella si scosteranno, tanto sarà minore, e crescerà la pressione. Osservata adunque la proporzione dell' angolo CBA, formato dalla linea di direzione CB, colla quale riguarda l' angolo retto, nella stessa guisa appunto sarà l' impeto come l' angolo CBD, e la pressione come l' angolo CBA, uguagliandosi queste due azioni all' assoluto momento del grave suddetto, siccome la somma degli due sovra accennati angoli uguagliasi all' angolo retto DBA, così parimente trovandosi il grave E applicato alle due direzioni AF, e FB, avrà maggior impeto verso i due pilastri, o sostegni A, e B, e sempre viappiù crescerà l' impeto del grave E, a misura che le direzioni più s' accosteranno alla perpendicolare AB, in guisa tale, che trovandosi in equilibrio il pilastro B, ovvero A col peso E, qualora il di lui impeto fosse uguale al di lui peso, che vale a dire, che operasse con dire-

Tav. 1. Fig. 1.

zione

Tav. I. zione rettangola, tanto meno in ciascuno di detti pilastri troverassi estinta la resistenza, a misura che operando il grave E per ciascuna di dette direzioni s'allontaneranno dalla linea AB, e questo in proporzione dell'angolo d'inclinazione, come si è più avanti esposto, dalle quali notizie ricaverassi a suo luogo il metodo d' evitare il danno, che arrecasi il più delle volte a' muri colla formazione dei coperti, collocando i travi inclinati sulla testata del muro, che spingono contro del medesimo, alle quali cose tutte addurrassi il convenevole rimedio.

Fig. 2.

PROPOSIZIONE II.

In qual maniera possasi proporzionare il pilastro ad un arco, conosciutane però prima la di lui direzione, dalla quale dedurrassene il valor del peso.

L'Arco è quello, che più soventi avviene nelle Fabbriche, ed è parimente quello, di cui meno si sia sempre parlato dagli Autori d' architettura, in riguardo alla di lui resistenza, la quale per lo più consiste nella proporzione del piede, su cui detto arco si appoggia, avvegnachè di sua natura l' arco ben, e diligentemente costrutto sopporta quasi infinito peso, quando se gli trovano i pilastri proporzionati, lo che non senza mediocre studio s' acquista, perciocchè se si considera cosa sia l' arco, trovasi altro non essere, che un semicilindro composto di più cunei tronchi, le di cui commissure tendono ad un comun centro, prima però d'ogni altra cosa fa di mestieri conoscere la direzione

rezione

rezione d'un arco, trovandosi, che da essa dipenda ogni altra causa.

Tav. I. Fig. 2.

Sia adunque proposto l'arco semicircolare AOILE appoggiato sui due sostegni A, e D, non evvi dubbio veruno, che trovandosi i due sostegni E, ed A al medesimo livello, che ugualmente graviterà l'arco sovra nominato su ciascuno de' medesimi, d'onde ne avviene, che se dal centro D eleverassi una perpendicolare alla linea AE, la quale sarà DI, questa nella stessa guisa, che dividerà l'arco in due parti uguali, dividerà pur anche la di lui azione, cioè il di lui peso, e direzione: diviso adunque in parti uguali uno de' quadranti, segnerassi in esso la quantità delle pietre, che a vestire detto spazio si ricercano, come vedesi IB, BL, LM, ME, i di cui taglj, o vogliam dir commissure devono tendere, ed inclinare al comune centro D, acciò tra di loro si sostengano, nè quivi si addurrà il motivo, o ragione, pel quale così in arco disposte le pietre, o mattoni si sostengano a vicenda, ma soltanto dimostrerassi come, ed in qual maniera premano, e spingano contro il pilastro, per poter questo abilitare alla forza dell'arco suddetto. Per il che dedotta dal punto H una paralella all'asse DI, la quale sarà HK, in essa si faranno terminare tutte le direzioni delle sovra nominate pietre, che nella formazione dell'arco si ricercano, e cominciando dalla superiore pietra IB, non evvi dubbio, che la di lei direzione facciasi per la linea IFK, passando questa per due punti immediati dell'arco, o piuttosto per i due estremi della pietra, a segno che se un peso con questa stessa direzione spingesse verso d'un pilastro HKP, sarebbe

H

Tav. 1. Fig. 2. sarebbe la di lei azione verso del suo peso assoluto; come trovasi l'angolo di direzione IKP verso dell'angolo retto PHD, come *nella Prop.* 1. dimostrossi; così della seconda pietra BL la direzione esprimerassi per la linea FLQ, che passa per i due estremi FL, il di cui angolo sarà PQL, secondo il quale l'azione del peso della pietra BL starà verso del suo peso assoluto, così d' ogni altra delle restanti pietre conosceransi la direzione in proporzione dell' angolo contratto dalla linea, che passa per gli estremi d' essa colla perpendicolare HP, secondo il quale dividesi l' azione del peso, parte in gravità, e parte in spinta, come nell' avanti scritta Proposizione dimostrossi, e si conosceranno sempre tutte le direzioni particolari di qualunque pietra, che in un arco si disponesse. Ma trovandosi, che tutte queste direzioni s'estinguono in parte, per incontrarsi le une nell'altre, farà di mestieri loro ritrovar una direzione comune, pel cui effetto divise tutte le basi, o linee IF, FL, LG, GE per mezzo, da detti punti si condurranno linee, o raggi al centro D, per conoscerne il valor degli angoli più chiaramente; divisa adunque la prima base IF in R unirassi il punto R col punto D, e l'angolo RDE uguaglierassi all' angolo di direzione IKP, trovandosi, che la linea RD incontrasi colla direzione IK nel punto R ad angoli retti; conoscerassi di bel nuovo l'angolo di direzione della seconda pietra nel punto D, se divisa la di lei base FL per metà nel punto S, unirassi il medesimo punto S col centro D, e farassi l'angolo SDE uguale all' angolo FQP, per incontrarsi parimente la linea di direzione FQ colla SD ad angoli retti, e

così

così si farà delle altre; ma per ritrovare la direzione comune delle due prime pietre IB, BL, altro non evvi a fare, che dividere la differenza dei due angoli di direzione delle medesime poc'anzi descritte, cioè la differenza, che trovasi tra l'angolo SDE, e l'angolo EDR, la quale sarà la lunghezza SR, che divisa per metà nel punto F, e quello congiunto col centro D, esprimerà l'angolo di direzione, col quale la porzione dell'arco IBL esercita la sua azione verso del pilastro, o suo sostegno HP, e che ne sia il vero, dal punto I si conduca una perpendicolare al raggio FD, questa senza dubbio prodotta passerà pel punto L altro estremo, e formerà colla perpendicolare PH l'angolo IMP uguale all'angolo FDE; lo stesso pur anche potrassi praticare, per rinvenire la direzione comune delle altre due porzioni d'arco LM, ed ME, che esprimerassi per l'angolo GDE uguale all'angolo LTH; nè questo ancora trovandosi bastevole, ma dovendo ancora ritrovarvi la direzione composta d'ambedue le sovra accennate direzioni, prosseguirassi nella stessa guisa l'operazione, cioè, osservata la differenza, che restavi tra l'angolo GDE, e l'angolo EDF, e quella divisa, e ripartita ugualmente, avremo la direzione comune composta di tutte le altre avanti dimostrate espressa per l'angolo LDE, e se per altra parte si uniranno gli estremi dell'arco IE con una retta linea, questa segherà la LD ad angoli retti, e formerà colla perpendicolare lo stesso angolo di direzione, come erasi proposto.

Tav. 1. Fig. 2.

Dal che si può ben comprendere quale possa essere l'azione del peso, che per virtù della direzione IE

Tav. 1. Fig. 2. esercita l' arco ILE verso del pilastro EHT, laonde trovandosi tal direzione espressa per l'angolo LDE, ovvero per l'altro IED ambedue semiretti risolvesi, come avanti dichiarossi, tutta l'azione dell' arco metà in pressione, e metà in spinta, che vale a dire, che sia lo stesso, come se la metà del peso premesse a piombo, ovvero fosse sovrapposto al pilastro, e l'altra metà spingesse contro il medesimo, dal che ne nasce, che quella parte d' arco, che riducesi in pressione, aggiunge resistenza al pilastro, e pel contrario quella parte, che spinge, estingue in esso pilastro il valore, o robustezza; come poi questo pilastro s'abiliti a tale forza, o spinta dell' arco, dimostrerassi quì appresso.

Ripigliata la stessa figura dall' altra parte considereremo il medesimo arco diviso in quattro parti uguali, come dall' esempio si vede, sotto del quale se gli applicherà il pilastro della stessa grossezza, come AV, per esaminar poi se questa tal grossezza di pilastro sarà bastevole per resistere alla forza dell' arco, così comincierassi a ragionare. Data adunque la direzione dell' arco IA, giusta la medesima osservossi diviso il peso dell' arco metà in pressione, e metà in spinta, come *per la Prop.* 37. *Part.* 1., e presa tal pressione aggiunta al pilastro, non sarà bastevole ad equilibrare la forza, o spinta del restante peso, essendosi più avanti dimostrato *nella Prop.* 22. *Part.* 1., che le solidità collocate sull' orizzonte ritengono sudduplа resistenza al proprio peso, dal che ne nasce, che l' ajuto della pressione sul pilastro della metà del peso dell' arco non equilibrerà altro, che la metà della spinta, che arreca al pilastro suddetto il restante peso, in guisa tale, che equilibrata

brata coll'ajuto del peso della metà dell'arco AO soltanto la porzione OX, resterà di residuo ancora la parte XI da equilibrare, pel cui effetto misurata la solidità della porzione d'arco XI, formerassene di essa un paralellepipedo di doppia altezza, o veramente misuratane soltanto la superfizie, quella porterassi due volte in un rettangolo di doppia altezza, che conviene colla stessa proporzione del paralellepipedo, non alterandosegli la grossezza, qual rettangolo sarà espresso per la figura terza colle lettere ABCD, quindi a questo tale rettangolo aggiungerassegli la lunghezza del quadrato AV, in guisa che il quadrato suddetto resti contenuto dallo stesso rettangolo sovra accennato, come vedesi ABEF, ed avremo nel solido ABCD doppio peso di quello che ritenga la porzione d'arco XI, sufficiente però ad equilibrarla, ogniqualvolta tutta la solidità del paralellepipedo ABCD siasi ridotta in figura quadrata, *come nella Prop. 25. dell' antecedente Parte* osservossi, pel cui effetto trasferta l'altezza del rettangolo AB da A in H, quindi divisa la lunghezza della linea CH in due parti uguali nel punto O, e quivi fatto centro, colla distanza HO descriverassi il semicerchio HGC, quindi dedotta una normale dal punto A alla linea AC, il quale sarà GA, questa sarà la radice d'un quadrato, o piuttosto la larghezza del pilastro da sottoporsi all' arco sovra esposto, che sarà AY, che è quanto erasi preso a dimostrare, e con tal arte sempre si ritroveranno le diverse grossezze de' pilastri, secondo le varie grossezze degli archi.

Tav. 1.

Fig. 3.

Tav. 31. Fig. 4.

PROPOSIZIONE III.

Come possasi ritrovare la grossezza d'un pilastro per un arco scemo, conosciutane però prima la di lui direzione.

SIa dato l'arco scemo ABC, a cui conoscer debbasi la direzione, per potervi da quella dedurre la grossezza del pilastro da sottoporli; dividasi l'arco suddetto in parti a piacere, ciascuna delle quali, come osservossi nell'antecedente, avrà la sua particolar direzione espressa per una retta linea, che passi per i di lui estremi, e tutto in somma similmente avverranne, come poco fa nella passata dimostrazione in riguardo alle particolari direzioni, le quali tutte dovendosi ridurre sotto una direzione comune, cominceremo in primo luogo a ritrovare le particolari direzioni di ciascuna quarta parte dell'arco, come per esempio della porzione BD sarà espressa per la medesima linea DB, ed il di lui angolo DBE di direzione uguaglierassi all' angolo GEF formato dal raggio GE normale alla direzione BD coll'orizzontale EF. Così della seguente porzione d' arco DA esprimerassi la direzione per la linea AD, il di cui angolo uguaglierassi all' angolo HEF, formato dal raggio HE coll'orizzontale EF, delle quali due direzioni avendone ancora a ritrovare la direzione comune, altro non farassi, che dividere l' angolo HEG in due parti uguali, che è lo stesso, che dividere la differenza delle diverse direzioni per mezzo, col raggio DE, che dimostrerà per via dell' angolo DEF la direzione totale dell'arco AB.

Cono-

Tav. 1. Fig. 4.

Conosciute tutte queste cose si faremo ad investigare, quale esser debba la grossezza del pilastro da sottoporsi a tal'arco, per il che sarà in primo luogo di mestieri riconoscere la proporzione dell'angolo di direzione DEF verso del suo supplemento DEB per compire l'angolo retto BEF, dalla qual cognizione certamente dipende la notizia sicura delle restanti cose. Osservata adunque tal proporzione d'angoli, cioè dell'angolo di direzione DEF verso dell'angolo retto FEB, il qual sarà come 7. a 10., dedurrassi, che di tutto il peso sette saranno le parti, che spingeranno contro del pilastro, e tre saranno quelle, che premeranno sovra il medesimo; ma per maggior dichiarazione divideremo l'opposta metà dell'arco BC in parti dieci uguali, come meglio dalla figura si può vedere, quindi da queste dedotte primieramente le sette di spinta, e separeremo dalle altre tre restanti col mezzo della linea IL, in queste tre di residuo, come che il valor loro opera in sollievo del pilastro, saravvi la resistenza suddupla al peso *per la Prop. 22. Cap. 1.*, per il che tutta la porzione d'arco IC equilibrerà del restante peso una porzione suddupla al proprio, laonde per questa escludere dalla forza, altro non farassi, che dividere la distanza IM in due uguali nel punto N, e trasportare la distanza IN nel punto O, dal quale e si condurrà una linea al punto E, questa separerà la porzione d'arco, che spinge da quella, che trovasi equilibrata da se medesima. Per ritrovare adunque un pilastro tale, che sia bastevole a resistere contro l'impeto della porzione d'arco BO, che agisce coll'assoluto suo momento, farassi a parte un rettangolo

Tav. 1. Fig. 5. d'ugual superfizie della porzione d'arco BO, la di cui altezza PQ, o sia ES s'uguaglj alla grossezza dell'arco BT, e prolungata la linea PE fino in V farassi la lunghezza PV uguale all'altezza del rettangolo suddetto PQ, talmente che la lunghezza EP congiunta colla PV formino una sola retta linea VE. Quindi *per i documenti della Prop.* 14. *lib.* 2. *Elem.* farassi un quadrato uguale in superfizie al rettangolo PQES, il qual sarà PX; ma il rettangolo PQES fecesi per construzione uguale alla porzione d' arco BO; adunque il quadrato XP, siccome trovasi uguale al predetto rettangolo QE, uguaglierassi parimente alla stessa porzione d' arco BO, e questo tal quadrato esser dovrebbe la grossezza del pilastro, qualunque volta la resistenza andasse del pari colla mole ne' solidi; diverso pertanto in questo caso ne avviene l' effetto, avvegnachè la porzione d'arco BO essendo sollevata nell' aria, esercita il total suo valore, che trovasi uguale per virtù delle prime Proposizioni, che nella prima Parte di questo Trattato si esposero, al proprio peso, laddove il pilastro espresso pel quadrato PX da sottoporvisi, essendo collocato sull' orizzonte, avrà soltanto per i documenti *della Prop.* 22. *Cap.* 1. la resistenza suddupla al proprio peso, laonde fassi manifesto essere il pilastro PX insufficiente per sopportare l'impeto della porzione d' arco BO, per ritrovarsi in esso soltanto la metà della neccssaria resistenza, per il che altro non farassi, che dupplicare il suddetto quadrato, lo che facilmente otterrassi, prendendo la diagonale XP del suddetto quadrato per lato dell' altro, *come dal Coroll. della Prop.* 4. *lib.* 2. *Elem.* si può raccogliere, e questo appli-

applicato per pilastro sotto dell'arco sovra menzionato, Tav. 2.
sarà bastevole ad equilibrarne l'impeto, per ritrovarsi in esso resistenza uguale alle forza, che è quello, che si cercava.

PROPOSIZIONE IV.

Fig. 1.

Come riconoscer possasi la direzione d'un arco ellittico, per poterne da quella dedurre la convenevole grossezza del Pilastro.

SIa dato l'arco ellittico ABCD, ovvero la di lui metà, che tanto basta, al quale debbasi ritrovare la direzione, dividasi in primo luogo l'ambito ABC in parti uguali quante piace, è di già manifesto, che la direzione di ciascuna di dette parti esprimerassi pel piano, o per meglio dir soffitto, che ciascuna d'esse ritiene, come già nella seconda Proposizione meglio dimostrossi, ma per accostarsi sempre più alla direzione comune di tutte esse parti, farassi nella stessa guisa, e non altrimenti di quello, che fecesi per il passato sul particolare degli archi, cioè per unire sotto una comune direzione i due cunei E, ed F, si congiungeranno i di loro estremi colla retta CH, così parimente dei due cunei sussegenti la direzione comune esprimerassi per la linea HB, e proseguendo sempre lo stesso nel rimanente dell'arco, avremo due altre direzioni comuni, ciascheduna a due cunei d'esso arco, i quali sono GB, GA, restaci ora da ricercarne il valor loro, lo che assai facilmente sarà per ottenersi, se divisa ciascuna d'esse direzioni in due parti uguali,

Tav. 2. Fig. 1. uguali, da detto punto eleverassi una perpendicolare, che si produrrà, finchè incontri la linea CI, questa non solamente esprimerà l'angolo di direzione nell' unirsi colla perpendicolare CI, ma ancora taglierà ciascuna delle sottese ad angoli retti, talmente che l'angolo di direzione della linea HC, o per dir meglio della porzion d' arco soprappostali, esprimerassi per l'angolo CIK, così della susseguente porzione HB sarà espressa la direzione per l'angolo CIL, e parimente la porzione d' arco GB opererà coll'ajuto dell' angolo CMN, e finalmente la restante parte avrà per direzione l'angolo COZ, e tutto giusta i documenti per avanti esposti.

Per ridurre ora tutte queste direzioni ad una sola, dovendo da quella prendere il metodo, o regola nella grossezza del pilastro, divideràssi l'angolo BHC formato dalle due primiere direzioni per mezzo colla linea HI, in isquadra della quale trovasi la direzione BC, così parimente delle restanti due porzioni d'arco AG, GB, la comune direzione esprimerassi per la linea GP, che parimente dividerà l'angolo AGB per mezzo, e sarà pur anche ad angoli retti della total direzione BA. Ma dovendo finalmente ritrovarvi tra queste due diverse direzioni la comune, divideràssi pur anche l'angolo, in cui s'uniscono ABC in due parti uguali colla retta BQ, questa coll'angolo BQC ci additerà la direzione comune, che dovendosi sempre ritrovare ad angoli retti di questa BQ, sarà AR.

Esaminato adunque il valor dell'angolo BQS, il quale sia in rispetto all'angolo retto SQC, troveràssi questo essere sette delle dodici parti dell'angolo retto sovra esposto,

esposto, secondo la qual proporzione il peso totale dell' arco ellittico divideraſſi in preſſione, ed in spinta, talmente che di tutto il peso, o solidità d' esso arco diviso in parti dodici, sette saranno quelle, che spingeranno contro del pilastro, e cinque saranno quelle, che su esso pilastro premeranno. Tav. 2. Fig. 1.

Ma per evitare la moltiplicità delle linee, che da più lunga operazione ne nascerebbe, osserveraſſi nella restante parte d' arco trasferta l' operazione; divisa adunque detta porzione CD in parti 12. uguali, da queste se ne separeranno cinque, che sono quelle di preſſione, contenute nella porzione d'arco DT, ma trovandosi, che in queste cinque parti la resistenza si è suddupla del loro peso, ne equilibreranno soltanto nella stessa proporzione una mole parimente suddupla alla medesima di DT per virtù *della Prop.* 22. *Part.* 1. *di questo*, in guisa tale, che la resistenza accresciuta al pilastro per la soprapposizione della porzione d'arco DT, equilibrandone un'altra suddupla, o se medesima, torrà di spinta alla porzione TC la mole TV, talchè fatta l'equazione, ridurraſſi tutta la spinta verso del pilastro dal peso XV.

Conosciuto adunque l'impeto totale dell'arco ACD, o della di lei metà CVD, espresso per la mole XV, sarà cosa facile il proporzionarvi un adequato pilastro, avvegnachè ridotto il trapezio XV in un rettangolo uguale, il quale sarà ABCD, ridurraſſi questo *per virtù della Prop.* 14. *lib.* 2. *Elem.* in un quadrato uguale, il qual sarà CEFG, questo uguaglieraſſi ancora alla porzione d' arco XV, ma essendosi già diſſopra osservato, come la resistenza nel quadrato, che vale a dire nel pilastro Fig. 2.

trovisi

Tav. 2. Fig. 2. trovisi suddupla della mole, o del peso, ne viene in conseguenza, che la grossezza d'esso pilastro stabilitaci dal quadrato CEFG non sarà bastevole, ma converrà raddoppiarla, per il che tolta la diagonale FE, e presa per radice, o lato d'un quadrato, ci additerà la ricercata grossezza del pilastro, capace di resistere all'impeto dell'arco poc' anzi esposto.

Gli Archi Gotici, volgarmente chiamati Terzacuti, abbenchè non praticati per il loro non vago aspetto, tuttavia ancor di questi occorre varie volte il servirsene, massime quando devesi sopportare un grave peso, come vedesi praticato da molti Architetti per sostener muri, massime qualora non eccessivo ritrovasi l'incontro d'essi, pel cui effetto si è stimato a proposito ancor di questi parlarne circa la direzione loro, in virtù della quale ritrovar deesi il suo pilastro.

PROPOSIZIONE V.

Fig. 3.

Dato un arco Gotico, o Terzacuto, come in esso ritrovisi la direzione, e proporzionar se gli possa la grossezza del pilastro.

SArebbe cosa tediosa, se per riconoscere la direzione dell'arco Gotico si replicasse novamente la stessa maniera poc'anzi accennata nelle due Proposizioni antecedenti, lo che dalla figura assai chiaramente si vede espressa tutta l'operazione, talmente dell'arco ABC la direzione farassi per la linea AB, e se cercherassi il di lui angolo, altro non avrassi ad operare, che divisa la linea BA per mezzo nel punto D, da esso

esso punto eleverassi una normale DE, che incontreressi appunto nell'orizzonte dell'arco nel punto E, in cui trovasi il centro della porzione d'arco AB, per il che se dal punto E s' eleverà all' orizzontale AC la perpendicolare EF sarà espressa la direzione dell'arco per l'angolo DEF, il quale sarà cinque delle otto parti, in cui dividesi l'angolo retto, per il che diviso dall' opposta parte l'ambito dell'arco CB in parti otto uguali, cinque di queste premeranno sopra il pilastro, e tre spingeranno contro il medesimo. Considerata di bel nuovo la resistenza delle cinque parti, che premono sopra il pilastro, essere sudduplа alla lor mole, o peso, seguiranne, che del restante di spinta ne sarà equilibrata una porzione sudduplа alla pressione, in guisa tale, che se la pressione comprende da C sino in H, quel tanto, che sarà da questa tal mole equilibrato, dovendo esser sudduplo della mole CH, sarà da H in G, a segno che fatta l'equazione, resteravvi soltanto il trapezio BGIL da equilibrare, qual trapezio trasformato *per la Prop. 14. lib. 2. Elem.* in un rettangolo uguale, indi in un quadrato, questo avrà sudduplа resistenza contro l' impeto del trapezio BGIL, il quale duplicato, come praticossi finora, ci darà appunto la bisognevole grossezza del pilastro, il qual sarà CM.

Tav. 2. Fig. 3.

CO-

Tav. 2.
Fig. 3.

COROLLARIO.

DA quanto finora si è dimostrato raccogliesi, che le direzioni d' ogni arco saranno sempre ad angoli retti di quel raggio, che dividerà l' angolo delle direzioni particolari per mezzo, dal qual raggio, come che nel centro dell'arco incontrasi nell' unione della perpendicolare, che è quasi sempre il mezzo dell'arco, e dell'orizzontale, che trovasi a livello del piede d' esso arco, si verrà in chiaro, come che dividendo tal raggio l' angolo retto, come nell' ultima figura AEF, sempre in due parti, in proporzione delle quali dividesi la pressione dalla spinta, sarà per seguirne, che la spinta uguaglierassi sempre all'angolo formato dall'orizzontale col raggio, come vedesi nell' esempio l'angolo AED, uno de'quai lati si è l' orizzontale AE, l'altro il raggio ED, e pel contrario la pressione uguaglierassi pur anche sempre all' angolo formato dal detto raggio DE, e dalla perpendicolare EF, sotto qualunque elevazione, che trovisi detto raggio.

COROLLARIO SECONDO.

DA questo pur anche raccogliesi, come quella porzione d'arco, che in pressione riducesi, accresca resistenza maggiore al pilastro, e ne equilibri per conseguenza una porzione suddupla al proprio peso, stante che si considera, come una resistenza congiunta collo stesso pilastro, come anche ogniqualvolta il pilastro di

figura

figura quadrata, come CM sarà bastevole ad opporsi all' impeto dell' arco BFC, non conserverà sempre uguale resistenza con accrescerli l'altezza, ma n'acquisterà maggiore con diminuirla, lo che già si è dimostrato *nel Cap.* 1. *Prop.* 26., *e suo Coroll.* Tav. 2. Fig. 3.

PROPOSIZIONE VI.

LA resistenza dell'arco si è tale, che sopporta quasi infinita gravità, ogniqualvolta trovasi sufficientemente incontrato ne' fianchi, lo che si faremo a dimostrare più appresso, soltanto io dico, che qualunque peso non mai sarà bastevole a rovinare un arco, se nei di lui fianchi ritrovasi il bisognevole incontro, avvegnachè se si faremo a considerare, quale sia la natura dell'arco, vedremo immediatamente, che tutte le di lui parti inclinano ad un comun centro, verso del quale non può veruna d'esse concorrere, senza che da quello un' altra non s' allontani, se adunque impediraßi a ciascuna di dette parti il ritirarsi dal comun centro con un forte incontro, sarà certißimo, che per eccessivo che sia il peso soprapposto sul mezzo d'esso non potrà mai fare, che ciascuna parte s' abbaßi, proprietà contraria, e ripugnante al cuneo dell' arco.

Ma per ritrovare il luogo, ove ripor si debbano tali sostegni, od incontri, acciò l' arco sia più durevole, sarà di mestieri esaminare il punto più debole, all'incontro del quale collocare si devono, per il che osservisi nella curva ABC un arco, che o per soverchio peso, o per mancanza d'incontri debbasi rompere, certamente sarà per seguire la di lui rottura Fig. 4.

nel

Tav. 2. Fig. 4. nel mezzo d' esso, trovandosi quivi il luogo più debole, come più rimoto da' sostegni A, e C, e che ne sia il vero, prendasi una verga, o lastra di ferro, o d' altra materia d' ugual resistenza in tutte le sue parti, alla quale diasi la figura della curva ABC, sostenendola ne' punti AC, e facendovi forza nel mezzo, questa senza dubbio sarà per cedere, ed abbassarsi in detto punto B, essendo il più rimoto da' suoi sostegni, e per conseguenza il punto più debole, adunque applicando il paragone ad un arco, che ritenendo i piedi, o sostegni assai sufficienti, e che siagli sovrapposto un soverchio peso, questo lo costringerà a rompersi nel mezzo, come parte più facile a cedere, ed abbassarsi in detto punto.

Ritornando poi alla considerazione degli effetti cagionati nella verga, o lastra di ferro incurvata, come dissopra abbiamo detto, osserverassi, che intanto per una soverchia forza s'abbassa, e cede nel punto B di mezzo, in quanto che ritirasi lateralmente in altre sue parti, per il che ripigliato l'arco medesimo ABC, contro del quale facendoli forza in B, per la quale sia costretto d' abbassarsi in detto punto, allontanerassi nello stesso tempo la curva ABC dal giro del quadrante ne' punti DE, in quella guisa appunto, quando volendo noi rompere un ramo, ed afferratolo per le di lui estremità, appuntandogli nel mezzo d' esso il ginocchio, a misura che incurvasi, ed allontanasi dalla sua linea retta, altrettanto s' approssiman le di lei estremità, e dovendone seguir la rottura, questa senza dubbio farassi nella di lui parte più debole, e più facilmente ancora, qualunque volta farassegli forza nel mezzo di

quello

quello spazio, che trovasi nelle mani rinchiuso, lo che pur anche fassi vedere al nostro proposito nella verga di ferro, mentre che essendo fissi, ed immobili i punti, o termini AC, ed abbassandosi il punto B per una fattagli violenza, non altrimenti seguiranne, che sarà per ritirarsi lateralmente la curva AB, e questa cessione seguirà di sicuro ne' di lei punti più deboli DE, come più rimoti da' sostegni, essendosi supposta ugual resistenza nella verga suddetta, ne' quai punti DE, ove la verga, per la quale intendesi l'arco, ritirasi dal giro del quadrante nell'allontanarsi che fa, quivi formar devesi una nuova rottura; che se da detti punti DE si condurranno due raggi al centro F, questi segheranno ad angoli retti, e nel loro mezzo le diretrici dell'arco AB, BC. Conchiudasi pertanto, che le rotture negli archi da soverchio peso cagionate sempre risponderanno al mezzo delle diretrici, e nel sommo, e più sublime punto de' medesimi.

Tav. 2. Fig. 5.

Ma per darne un'idea più evidente osservisi il semicerchio ABC esprimente un arco, dentro del quale debbasi fare un'armatura di legno per sopportar qualche peso, come vedesi espressa per i quattro travi AD, BD, BE, EC tutti di uguale lunghezza, e la di loro unione trovisi appunto in dirittura de' tre punti più deboli, in cui potriasi rompere un arco, come dissopra si è visto, fatto questo, e sovrapposto al punto B qualche peso, che lo costringa ad abbassarsi, questo tal grave farà cedere, ed allontanarsi dal proprio sito anche i due termini ED. Ma se ciò nulla ostante vorrassi abilitare questa tale armatura contro lo stesso peso sovrapposto in B, altro non farassi, che incon-

Tav. 3. trare i due termini ED, acciò rimovere non si possano coll' ajuto d' altri due piccoli travi EF, GD normali alli due primi EC, DA, che in tal guisa fortificata l'armatura suddetta, sarà bastevole a reggere qualunque sovrappostole peso, e tanto più, qualora i fianchi ne' punti GF saranno più resistenti.

Fig. 1. Non altrimenti per mio avviso parmi accader possa in un arco per ovviarli la rottura, se non che lo incontrarlo ne' fianchi, e in que' siti, ove dimostrassimo potersi quello più facilmente ritirare con un riparo tale, che gli impedisca di più rimoversi dal proprio sito. Per maggior intelligenza, rapportisi di bel nuovo l'arco semicircolare della Tav. 1. fig. 2. ABC, il quale per abilitarlo a sopportare un gran peso, eleverassegli il muro sopra i due pilastri AD, CF sino a livello della sommità dell' arco E, quindi nella guisa sovra accennata s'incontreranno con un muro, che termini, ed incontri ad angoli retti della direzione della quarta dell'arco GA, come vedesi espresso per la linea GI, ma per maggior cautela potrassi ancora questo accrescere sino in LK, che in tal guisa il triangolo mistilineo LKH non solamente opporrassi alla rottura dell' arco con incontrarlo, ma anche accresceralli resistenza col proprio peso, dal che si deduce, che il peso da sovrapporsi all'arco sarà uguale al doppio della resistenza, che accrebbesi al pilastro per l'aggiunta del peso del rettangolo DL, e del triangolo LHK, dovendosi questa tale aggiunta di peso replicare dall' altra parte; onde se un peso sovrapposto all' arco ha da superare la resistenza del medesimo, fa di mestieri, che s'equilibri con ambedue i fianchi ag-

giunti

giunti sopra i due pilastri, che è quello si ricercava. Tav. 3. Fig. 2.

Nè diversamente sarà per avvenire nell'arco scemo, qualora sopportar dovesse qualche peso con incontrarlo nella stessa guisa, che fecesi all' arco semicircolare, come dimostra la figura, che allora l'arco suddetto sopporterà un peso uguale al doppio della resistenza del triangolo ABC, e del rettangolo CAEF, trovandosi, che il peso loro accresce resistenza al pilastro, che è quello che resiste alla rottura dell'arco, la quale seguir deve nel punto di mezzo G, e per conseguenza negli altri due HI rispondenti al mezzo delle direzioni in angolo retto, ed in due punti ugualmente distanti da' sostegni, come si è dimostrato dissopra. Nè evvi pur anche dubbio, che quanto a maggior altezza eleverassi il pilastro FA, altrettanto sia per crescere in esso la resistenza per l' aggiunta del peso, che se gli arreca, *come nella Prop. 26. Part. 1.*, e riconoscendo pur anche, che nella stessa guisa possansi incontrare gli due restanti archi, che nella Tav. 2. si proposero, cioè Ellittico, e Terzacuto, sarà cosa inutile il replicarlo.

COROLLARIO.

DAlle antecedenti notizie si può dedurre, che qualunque arco mai potrà rompersi per un sovrappostogli peso, qualora verrà incontrato ne' fianchi, se il peso non supererà la resistenza de' suoi pilastri, i quali effetti finora dimostrati non accadono in altre occasioni, che vale a dire, che mai non avviene il dover fare un arco, o volta, che sopportar debba un so-

Tav. 3. Fig. 2. verchio peso in siti, ove i pilastri, o fianchi non eccedano l'altezza della sommità dell'arco, alla riserva ne' Magazzeni da Polvere, nelle Casematte, acciò resister possano all'impeto delle Bombe, ne' ponti da farsi sui Fiumi, ed altre simili congiunture, nei quai casi, avuto il debito risguardo s'accrescerà il pilastro, acciò maggiormente possa resistere contro qualsivoglia peso, che immaginar possasi gli sia per avvenire, ma in luoghi, ove i pilastri, o le muraglie devono maggiormente elevarsi oltre la sommità dell' arco, devesi allora diminuire la grossezza del pilastro, accrescendoli la resistenza coll' aggiunto peso, come meglio dimostrerassi quì appresso.

COROLLARIO SECONDO.

RIcavasi parimente, che dato, che seguir debba nell'arco la rottura, quella seguendo, come sopra si è detto ne' siti più deboli d'esso arco, farassi sempre nel mezzo dell'arco, e nelle quarte d'esso, essendosi ivi pur anche dimostrato essere i luoghi più deboli, come anche raccogliesi, che i speroni, o rifianchi dovranno sempre oltrepassare la quarta parte dell' arco suddetto, acciò sieno più resistenti.

PRO-

PROPOSIZIONE VII.

Tav. 4. Fig. 1.

Come ritrovar possasi la grossezza d'un pilastro in un arco, sul quale elevar debbasi un muro a qualunque altezza.

SIa dato l'arco semicircolare ABC, la di cui grossezza sia BD con i suoi sufficienti pilastri, come nella Fig. 1. Tav. 4. si è dimostrato, sul quale debbasi alzare un muro ad una qualunque altezza, come ben spesso avviene nelle fabbriche, ove nei sotterranei, ovvero nei piani di terra occorre farvi arcate per maggior comodo, ed al dissopra fa di mestieri formare il muro continuato, lo che il più delle volte cagiona peli, o fissure negli archi, i quali per mancanza di riscontro sono obbligati a cedere, la qual cosa certamente non avverrà, se pria d'intraprendere un tal impegno farà l'Architetto i seguenti riflessi, cioè, conosciuta in primo luogo *per virtù della Prop. 2. di questa* la direzione dell'arco BC, ovvero BA esprimersi per le linee AB, BC, secondo il di cui angolo *per la sovra citata Proposizione* dividersi il di lui peso parte in pressione, e parte in ispinta, di più, che trovandosi quivi l'angolo di direzione semiretto essere la mole dell'arco divisa metà in peso, e metà in forza, come meglio ivi dimostroissi. Di più ritrovato all' arco suddetto il proporzionato pilastro, come quivi vedesi rapportato in CE, ovvero AF. Oltre del che per aggiungere resistenza maggiore al suddetto arco dimostrossi *nella Proposizione 6.*, che elevando il pilastro sino a livello della

Tav. 4. Fig. 1. sommità dell' arco, si accresceva in esso arco la resistenza a proporzione del peso, che sul pilastro suddetto accrescevasi. Ma dovendo ora dal punto D all' insù elevare un muro ad una qualunque determinata altezza, osserverassi, se il sovraccennato pilastro AF, o sia CE sarà bastevole a sopportarne il peso; fatto adunque il riflesso, come spinger possa il sovrapposto peso all'arco verso de' suoi pilastri, sarà per certo, che avrà la stessa azione verso di quelli, come l'arco medesimo, nella stessa guisa appunto, come se fossero uniti in angolo due travi, nell' unione de'quali fossesi applicato un gran peso, quello eserciterebbe la sua azione in virtù degli angoli di direzione dei due travi suddetti, così il peso sovrapposto all' arco dividerassi in pressione, ed in spinta, giusta gli angoli di direzione dell'arco medesimo verso dell'angolo retto, le quali direzioni trovandosi in angolo semiretto, cagioneranno, che il peso sovrapposto all' arco dividerassi metà in pressione, e metà in spinta, per il cui effetto dividasi la direzione dell'arco AB per mezzo nel punto H, dal quale dedotta una paralella al mezzo dell'arco ID, questa sarà HL, che dividerà il peso sovrapposto all' arco MNKD in due parti uguali, talmente che la metà KL d' esso peso ridurrassi in pressione, e l'altra metà LD ridurrassi in spinta, la qual pressione accrescendo resistenza al pilastro, appoggierassi su esso; d' onde ne avviene, che *per la Prop. 22. Cap.* 1. la resistenza del muro LK, unitamente all' altro KO soprapposto al pilastro, sarà suddupla al lor peso, quando l' impeto, o forza del restante muro LD trovasi assoluto, e perciò uguale al proprio peso, tra' quali contrarj

trarj effetti di forza, e resistenza dovendosi far l'equilibrio, divideratsi la linea PQ per mezzo in R, e presa la distanza PR, e trasferta da P in S, taglierà dal solido LD la porzione LS, che sarà equilibrata da tutta la mole OP, sicchè resteravvi ancora la parte SN da equilibrarsi, perciò presa la distanza SD, ed aggiunta alla larghezza del pilastro da O in T, questa lo abiliterà alla resistenza, crescendo quivi in doppia proporzione sì per l'aggiunta di peso, che per l'allungamento della leva. Dal che si può conchiudere, che ogniqualvolta su l'arco suddetto a maggior elevazione porterassi il muro, sarà sempre nella stessa guisa equilibrato, se sarà sempre ugualmente elevato tanto sull'arco, che sui pilastri, e che il muro sia della stessa materia dappertutto.

Tav. 4. Fig. 1.

PROPOSIZIONE VIII.

Fig. 2.

Come ad un arco scemo possasi ritrovare la grossezza del pilastro, qualora su esso debbasi elevare un muro a qualunque altezza.

SIa l'arco scemo ABC equilibrato su' suoi pilastri, come nella figura 2. tav. 4., sopra del quale sia elevato il muro al livello della sommità con i suoi speroni, o fianchi, come dimostrossi *nella Prop. 6. di questo*, per virtù de' quali sarassi già accresciuta nell' arco suddetto la resistenza sopra la forza. Ciò nulla ostante dovendo ritrovare la grossezza del suddetto pilastro, qualora sul sovra enunziato arco avessesi ad elevare un muro ad una qualunque altezza, non se

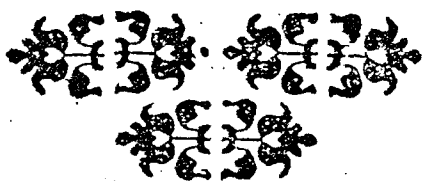
Tav. 4. Fig. 2. ne farà menzione alcuna, essendo sempre più certo lo abbondare, che scarseggiare in resistenza, soltanto si faremo ad esaminare l' impeto, che arrecar possa a' pilastri suddetti l' aggiunta del peso sopra la linea DE.

Fatto adunque riflesso all'angolo di direzione espresso per la linea AB, come stia verso del angolo retto, giusta la medesima si potremo regolare nell' equilibrio del muro, che sull'arco ritrovasi, il qual angolo essendosi dimostrato essere tre delle dieci parti dell' angolo retto, ne avviene, *come nella Prop. 3. di questo*; che di tutto il peso sovrapposto all'arco, sette saranno le parti, che spingeranno, e tre quelle, che premeranno, per il che divisa la direttrice AB in parti 10., come dalla figura si vede, quindi dal punto F, che separa la direttrice in proporzione del di lei angolo verso dell' angolo retto eleverassi una paralella alla linea BG, la qual sarà FH, questa di tutto il muro GI sovrapposto all'arco divideranne la porzione HI in peso, e l'altra HL in forza, colla sola differenza, che la resistenza nella porzione ridotta in peso, come nella restante mole, che trovasi sul pilastro, cioè di tutto il solido HD, sarà suddupla *per la più volte citata Prop. 22. Part.* 1. al proprio peso, quando nell' altra HL sarà uguale al peso, che ritiene, appoggiandosi totalmente sull' arco, a segno tale, che la forza del peso HL sarà assoluta, e la resistenza del solido HD sarà rispettiva.

Dopo queste osservazioni verrassi ad equilibrare la resistenza dell'uno coll'impeto, o forza dell'altro, ed essendosi dimostrata nel solido HD la resistenza suddupla

alla

alla mole, divideraſſi la baſe del medeſimo DK per mezzo nel punto M, quindi trasferta la lunghezza MK da K in N, ſarà il peſo di HN equilibrato, onde altro non reſterà fuor d' equilibrio, che il ſolido NG, ma ſe preſa la di lui baſe NL ſi trasferirà da D in O, per qual punto ſi farà paſſare una paralella alla BG, la quale ſarà POQ, ſin a qual ſegno accreſcendoſi il pilaſtro ſi renderà abile a ſopportare l'impeto del muro all'arco ſovrappoſto, creſcendo nell'aggiunta ſuddetta la reſiſtenza in doppia proporzione sì per l' accreſcimento di mole, che per l'allungamento del braccio, che ſiccome primieramente la baſe del pilaſtro eſtendevaſi da R ſino in S, ora fu prodotta da R ſino in Q, le quali due proporzioni uguagliandoſi all'impeto del ſolido NG ſolamente nell' altezza PD, ne deriva, che di quanto ſi accrebbe la reſiſtenza dalla linea DE venendo al baſſo, e di ſopra più, lo che deveſi ſempre oſſervare per tutti li avvenimenti nella formazione dei pilaſtri, e ſe a qualunque altezza maggiore, oltre la linea PG ſi voleſſe elevar detto muro, qualunque volta s' eleverà tanto ſul pilaſtro, come ſull' arco, non abbiſogneravvi ulterior groſſezza del pilaſtro, come meglio nella paſſata Propoſizione dimoſtroſſi.

Tav. 4. Fig. 2.

PRO-

Tav. 5. Fig. 1.

PROPOSIZIONE IX.

Dato un arco ellittico equilibrato su' suoi pilastri, si ricerca di quanto debbansi li medesimi accrescere, se sopra l' arco suddetto facesse d' uopo appoggiarvi un muro, che s' elevasse a qualunque altezza.

RApportisi di bel nuovo la fig. 1. tav. 2., che sarà l'arco ABC con i suoi pilastri, come nella stessa figura, e ciò per evitare la replica della stessa cosa, soltanto farommi a dimostrare, come il pilastro suddetto nell' aggiunta, che fassi all'arco di nuovo peso, ritener debba proporzione composta della spinta dell' arco colla propria resistenza, e dell'aggiunta di peso su esso arco colla nuova resistenza, in cui l' aggiunta suddetta in parte riducesi per via dell'angolo di direzione, col quale sì l'arco, che il sovrapposto peso agisce verso del pilastro.

Si dimostra, perchè conosciuto l'angolo di direzione, che la linea AB forma colla AC nel punto A verso dell' angolo retto CAD essere cinque delle 12., in cui dividesi il suddetto angolo retto, dedurrassi, che siccome l'arco dimostrossi spingere con sette delle dodici sue parti, e premere con cinque, così lo stesso seguirà pur anche del peso a detto arco sovrapposto, per il che divisa la direzione dell' arco AB in parti 12. dal quinto punto prossimiore al pilastro, cioè dal punto E dedurrassi una paralella alla linea di mezzo BF, la qual sarà EH, questa di tutto il peso sovrapposto all'arco separeranne la pressione dalla spinta in tal guisa, che la pressione sarà HD,

HD, e che la spinta sarà HG, come nelle passate dimostrazioni si è osservato, dal che ne siegue, che tutta la resistenza sarà HI, che devesi equilibrare colla spinta HG, la qual resistenza essendosi più volte dimostrata suddupla *per la Prop.* 22. *cap.* 1. al proprio peso, ed al contrario la forza assoluta nella mole HG, affinchè possasi far l'equilibrio, dividerassi la lunghezza LI per mezzo nel punto M, e questa trasferta da L in N farà sì, che la parte della forza HN sarà equilibrata da tutta la resistenza HI, talmente che altro non resteravvi fuor d'equilibrio, che la porzione NO, pel cui effetto se presa la base dello stesso solido NO, cioè NG, ed aggiunta al pilastro, cioè da P in R, eleverassi su detta base ad uguale altezza del resto, il pilastro PQ sarà allora con tutto il muro, che sull'arco ritrovasi in equilibrio. Nè vale qui il dire, che la resistenza dell' aggiunta PQ sia suddupla del proprio peso, perciò inabile ad equilibrare la forza NO, ma essendosi *nella Prop.* 29. *par.* 1. dimostrato, che l'aggiunta ne' solidi cresce in doppia proporzione tanto per l'aggiunta del peso, che per l'allungamento del braccio, laonde l'aggiunta PQ sarà bastevole, anzi che superiore in resistenza della forza NO per la maggior lunghezza IR, e se sul medesimo arco vorrassi ancora accrescere più, e più peso, sarà ciò nulla ostante sempre in equilibrio, qualora il muro, o sia peso suddetto sarà ugualmente ripartito tanto sull'arco, che su i suoi pilastri, come si è ancora avanti dimostrato.

Tav. 5 Fig. 1.

Nella stessa guisa pur anche ritroverassi ad un arco terzacuto la grossezza del pilastro, qualunque volta sarà

di

Tav. 5. Fig. 2.

di mestieri, che sopra esso vi si elevi un muro, per il che condotta in primo luogo la linea AB a livello della sommità dell'arco, divideraſsi il peso, che ritrovasi su essa linea in pressione, o forza, giusta gli angoli di direzione delle linee CD, DE, quali essendosi dimostrati cinque delle otto parti, in cui dividesi l'angolo retto, cagioneranno pur anche, che di tutto il muro da sovrapporsi all'arco diviso in parti 8., cinque saranno di pressione, e tre di spinta, per il che dimostrare divisa una delle direzioni, come CD in parti 8., dal quinto punto F conduraſsi una paralella alla linea DG, la qual sarà FH, la quale di tutto il muro sovrapposto all'arco separerà la pressione dalla spinta, che vale a dire essere la parte HI ridotta in peso, e l'altezza HK in forza, tra le quali facendosi l'equilibrio, come finora si è operato, ritroveraſsi essere quivi la resistenza superiore alla forza, ed essere il pilastro bastevole per sopportar qualunque maggior impeto, qualora sarà parimente ripartita la gravità.

COROLLARIO.

DA quanto in queste ultime Proposizioni si è veduto può ricavarsi di quanta necessità sia il fare gli speroni, o rifianchi agli archi, o volte, essendosi dimostrata l'utilità, che da quelli ricavasi nell' accrescimento di resistenza, che cresce in proporzione composta sì dal peso aggiunto, che dall'incontro reso all' arco. Di più raccogliesi pur anche, come, ed in qual modo possasi abilitare un pilastro alla resistenza, quando all'incontro del medesimo faraſsegli forza prima con un

arco

arco semicircolare, sul quale sovrasti un muro, indi con un arco scemo, da poi coll'ellittico, e finalmente coll' acuto, giusta le direzioni de' quali trovossi la maniera di dividere il muro parte in peso, e parte in forza, in prova del che quanto più s'approssimeranno all'angolo retto le direzioni, tanto maggiore ricercherassi la resistenza, ed all'opposto, a misura che da quello si scosteranno, tanto minore sarà bisognevole il pilastro. Ciò nulla ostante si è nelle presenti dimostrazioni abbondato maggiormente a favore della resistenza ne' pilastri, nulla contando il peso de' speroni, che la resistenza accrescono, nemmeno di quel pilastro, che dal piede dell' arco s'eleva, e portasi sino alla sommità del medesimo, il qual peso, come che del tutto sovrapposto al pilastro comunica ad esso la resistenza in suddupla proporzione del proprio valore, le quali cose tutte si sono astratte dalla considerazione nell'equilibrarne il momento, e questo si è a motivo dell'imperfezione della materia, che il più delle volte s'adopera in tali congiunture, e per lasciare quasi come un capitale di resistenza al pilastro contro un sinistro accidente, come ne' terremoti, che cagionano per lo più peli nelle fabbriche, scotimenti di tuoni, e per qualunque altro incidente di tal genere.

Tav. 5. Fig. 2.

Quanto però si è dimostrato è praticabile, qualora i muri, o pilastri non hanno ulteriore incontro d'altri muri, ma quando le arcate fossero successive, allora si potrà l'Architetto prender qualche licenza nel diminuire il pilastro secondo il proprio bisogno, imperciocchè assodasi allora la forza con un altro arco all'incontro, ed allora soltanto è bisognevole, che il pilastro sia di scelta materia, acciocchè il peso soverchio non lo faccia

cedere,

Tav. 6. cedere, e se non si puol fare di pietre, almeno se gli metteranno i ligati, o vogliam dir cintole, acciochè sia più rassodato, nelle quali occasioni il buon giudizio dell' Architetto è quello, che ci provede.

Fig. 1.

PROPOSIZIONE X.

Nella quale si dimostra quanto sia di vantaggio il collocare aperture sul mezzo di qualunque arco, diminuendo con tal modo la forza, o spinta a' pilastri, ed all' opposto quanto sia pregiudiziale il distribuirle contrariamente sui fianchi dell' arco, ovvero sui pilastri del medesimo, scemandone allora la resistenza.

SIa adunque l'arco ABC colle sue direzioni AB, BC, che debba sopportare il peso d'un muro sovrappostogli a qualunque altezza elevato, già fecesi manifesto *per la Prop.* 7., che a questo tal arco richiedevasi la grossezza del pilastro AD, come appunto tale si è trasportata nella presente figura. Ma come che il più delle volte avviene, che sopra tali arcate elevandosi il muro favvi di mestieri introdurvi aperture di porte, o finestre, dalla disposizione delle quali ancora può dipendere la sussistenza, o rovina del pilastro, e per conseguenza dell'arco, e per venirne alla dimostrazione dividasi di bel nuovo il muro sovrapposto all'arco in peso, ed in spinta col dividere la direzione BA per mezzo, e con elevare dal punto E una paralella alla linea di mezzo BF, la quale sarà EG, questa separerà quella parte di muro, che riducesi in resistenza da quella,

quella, che risolvesi in spinta, le quali due contrarie azioni essendosi equilibrate nella grossezza del pilastro DA, come meglio *nella sovra accennata Prop.* 7. farassi manifesto, che se dalla spinta torrassi parte del peso, per virtù del quale maggiore, o minore si rende, che sempre più crescerà sopra d'essa la resistenza in proporzione della deduzione di peso, come se per esempio sull'arco ABC facessesi la finestra HI, siccome nel vano, o apertura della medesima si scema il peso mancandovi la materia, non sarà dubbio, che nella stessa guisa scemerà quell'azione, che il peso suddetto abile ad otturare la finestra HI avrebbe avuta verso della resistenza.

Tav. 6. Fig. 1.

Non così però sarà per avvenire, qualora in vece di collocare l'apertura sul mezzo dell'arco si collocasse sui fianchi, perchè allora non solo la forza saria per crescere sopra della resistenza in quella proporzione, colla quale nella resistenza scema il peso, ma di più ancora, a motivo che più s'estende la stessa forza, talmente che crescerà la forza sopra la resistenza in proporzione composta della diminuzione del peso nella resistenza verso l'intiero valor della forza, con quale prima faceasi l'equilibrio, e di più per la maggior estensione della forza sopra la stessa resistenza, che per virtù di dette aperture s'accresce.

Che ne sia il vero, osservisi, come l'apertura GL trovandosi avere per lato la linea GE, che divide appunto la pressione dalla spinta, e che sovra del fianco CM appoggiasi la metà del peso alla finestra sovrapposto, che vale a dire, che il muro, che sul vano della finestra GNML ritrovasi, graviterà ugualmente

tanto

Tav. 6. Fig. 1. tanto sul punto G, che sull' opposto N; dal che ne nasce, che se sulla spinta GO accrescerassi maggior peso, cioè la metà di quello, che sovrasta alla finestra, dovrassegli senza dubbio accrescere la resistenza nell' equilibrarlo, oltre del che colla formazione dell' apertura si tolse di già dalla resistenza una parte suddupla al peso, che sarebbe necessario per occupare il vano MLGM, delle quali due proporzioni formatane una sola, e riconosciuto per via delle precedenti dimostrazioni l' eccesso della forza sopra la resistenza, farassegli di bel nuovo l' equilibrio con ingrandire, ed accrescere il pilastro, come si è visto più volte.

Lo stesso pur anche avverrà in tutte le altre sorte d' arcate, cioè sceme, ellittiche, e terzacute, qualunque volta nel muro ad esse soprapposto vorrannosi formar aperture per maggior comodo delle camere superiori; onde per quest' effetto sarà di mestieri sempre equilibrare il valore del peso coll' impeto della forza, pria di formare, e stabilire l' arcata. Quando poi dalla necessità veniamo costretti a collocare in tal guisa le aperture su gli archi, come nell' interno d' una fabbrica, ove le porte delle camere si mettono negli angoli d' esse per lasciar maggior ampiezza alle medesime per gli altri usi, allora procurerassi almeno di collocare dette aperture in guisa che cadano fuori della linea, che divide la pressione dalla spinta, che allora scemerà soltanto la resistenza in suddupla proporzione della mancanza del peso, come per esempio se la stessa apertura NGLM fosse trasferta alquanto verso il pilastro, come in PQRS, talmente che il fianco della medesima PQGM s' appoggiasse oltre la linea GE, in quel caso soltanto

manca-

mancherebbe la resistenza, a misura che si è tolto dal peso, e non come prima il muro soprapposto alla finestra appoggeriasi alla forza, lo che per equilibrare altro non saria necessario, che aggiungere alla resistenza valor uguale a quello, che avanti riteneva senza dell' apertura; aggiungendovi inoltre essere tal cosa tollerabile nell'interno delle case, avvegnachè per ordinario nel mezzo delle arcate, che ben soventi corrispondono al mezzo delle camere superiori vi si mettono le canne dei fornelli, per motivo delle quali si scema pur anche l'impeto con levarci del peso, ma quando tal cosa s'intendesse di fare nell'aspetto esteriore d'una facciata, allora sarebbe lo stesso, che spargere il mal'aspetto in essa, quando abbiamo per primo principio di situare i vivi de'muri sopra altri vivi, e le aperture su le altre aperture, oltre alla soverchia grossezza del pilastro, che per tal motivo saria bisognevole, acciò la resistenza corrispondesse all'impeto, che dal restante peso li verrebbe arrecato.

Tav. 6. Fig. 1.

Degli Archi rampanti.

GLI Archi rampanti sono quelli, che ben soventi occorre metter in opera nelle volte delle scale, e quelli parimente, verso de'quali maggiore richiedesi l'attenzione nell'eseguirli, stante l'obbliquità loro, sopra le quali cose faremo le dovute riflessioni, e per cominciare con ordine osserveremo in primo luogo, come formar debbasi il loro sesto.

Tav. 6. Fig. 2.

PROPOSIZIONE XI.

IL sesto degli Archi rampanti nasce dalla proporzione di quello degli archi ordinarj, colla sola diversità, che il piede negli archi piani trovasi da ambe le parti allo stesso livello, ed all'opposto nelli rampanti trovasi da una parte alto, e dall'altra basso: laonde il di lui sesto formerassi nella seguente maniera.

Sia l'arco semicircolare ABC, il di cui diametro sia AC, dividasi la di lui circonferenza in parti a piacere, e da esse faccìansi cadere perpendicolari al diametro AC, come BD, EF, e le altre; da poi trasferto il diametro AC in GH, nel punto H formerassi l'angolo d'inclinazione del rampante GHI, indi trasferte tutte le divisioni del diametro AC nella linea GH, s'eleveranno novamente tante perpendicolari, quanti sono i punti delle divisioni suddette. Ciò fatto prendasi la linea LK proveniente dal primo punto di divisione, e si trasferisca da O in P sulla prima linea dell'altra figura, così della seconda linea MN operandosi si porterà da Q in R, e proseguendo si prenderà la linea EF, e si porterà da S in T, e finalmente il semidiametro si trasferirà da V in X, lo stesso replicando dalla parte opposta avremo i punti, per i quali facendosi destramente passare una curva IXH ci lascierà impresso il sesto dell'arco rampante.

Fig. 3. Ma quando non facesse di mestieri, che l'arco suddetto avesse tanta elevazione, ma bensì fosse più scemo, allora potrassi regolare il di lui modello, giusta

la

la figura quì a lato descritta, ove essendovi l'arco ellittico ABC, divideralli allo stesso modo la di lui periferia in parti uguali a piacere, dalle quali fatte cadere perpendicolari sul diametro, queste si porteranno nella figura sovrappostagli dalla linea d'inclinazione all'insù, e ci daranno parimente i punti, per i quali dovrà passare la curva, ch'esprimerà il sesto dell' arco più scemo, come richiedevasi, ed in tal guisa si potranno da qualunque arco piano ricavare gli archi rampanti, come nelle due sovra espresse figure si è osservato, ma il più delle volte avviene, che dette arcate si troncano per non ritornar ad abbassarle tanto, come vedesi per le linee HY, ed FK, e questo si è anche a motivo di dar maggior altezza al pilastro in siti bassi, come più avanti vedremo.

Tav. 6. Fig. 3.

PROPOSIZIONE XII.

Fig. 4.

Come in un arco rampante possansi ritrovare i punti delle rotture, le direzioni, ed equilibrio del peso, come anche in qual modo più graviti su d'un pilastro, che sull' altro.

SIa adunque l'arco rampante ABCDE nascente dal semicerchio, dico, che nella stessa guisa, che formansi le rotture nell' arco semicircolare farannosi pur anche in questo rampante. In prova del che ripigliata la figura *della Prop. 6.*, ove dimostrossi rompersi l'arco nel di lui punto più sublime B, e per conseguenza cedere il medesimo in due altri punti più deboli, ed equidistanti DE, che trovansi appunto nel mezzo dei due

Tav. 6. Fig. 4.

quadranti componenti detto arco, per il che eletto anche nel noſtro caſo il punto più ſublime, ed elevato dell' arco rampante C, queſto ſarà il punto di mezzo, ove dovraſſi rompere, indi diviſe le porzioni dell'arco CA, e CE ciaſcheduna per mezzo ne' punti B, e D, ivi ſaranno i ſiti del riſentimento in caſo di rottura nel punto C, e che ne ſia il vero ritroviſi la direzione di ciaſcuna metà dell'arco, cioè della porzione CE, e dell'altra CA *per la Prop.* 2., le quali direzioni, come meglio dalla figura ſi vede, ſaranno eſpreſſe per le linee AC, CE. Nè qui ſolo dovrà oſſervarſi la corriſpondenza dell'arco rampante con quello poſto in piano, in cui dai punti delle rotture, che corriſpondono alla metà delle direttrici ad angoli retti, in qual drittura ſi portano a ritrovare il centro dell' arco, *come inſegna Euclide nella Prop.* 25. *lib.* 3., quivi vedraſſi ſeguire lo ſteſſo effetto, avvegnachè diviſa la direttrice CA per mezzo nel punto F, e per eſſo facendo paſſare la retta linea BF, quella porteraſſi ad incontrare il centro dell'arco G, e ſeguiranne certamente lo ſteſſo dall' oppoſta parte, imperocchè diviſa la direttrice CE nel punto H, paſſerà per i punti DH una retta linea, che prolungata anch' eſſa verrà a ritrovare lo ſteſſo punto G, dal che manifeſtamente ſi ſcorge ſeguire in tutto, e per tutto gli ſteſſi effetti nell'arco poſto in piano, come nell'arco rampante, qualunque volta uno naſcerà, e formeraſſi ſul ſeſto dell' altro, la direzione poi del rampante, e il di lui peſo avranno fra di loro, o verſo de' ſuoi riſpettivi pilaſtri proporzione compoſta del peſo al peſo, e della direzione alla direzione, lo che vedraſſi qui appreſſo.

Eſſendoſi

Essendosi adunque manifestato, che tutto il peso sovrapposto alla direzione AC s'appoggi in parte, e prema sul punto A, e parimente il restante sovrapposto alla direzione CE prema, e s'appoggi al punto E, altro più non vi resta, che osservare la proporzione de' pesi, che cammina del pari colle solidità, per il che misurata la solidità della porzione d'arco CBA, e paragonata coll' altra CDE., ritroverassi, che quest' ultima eccede più del doppio la prima, e con questa regolerassi la proporzione del peso al peso, quella poi della direzione alla direzione, ritroverassi nel modo sovra citato *nella Prop.* 2., che sarà uguale alla proporzione degli angoli alla base comparati fra loro, per il che commensurato l'angolo KAL all'angolo MEO, e ritrovati uguali, questi non altereranno in veruna maniera la proporzione, sicchè essendosi dimostrata poco fa la proporzione de' pesi poco più che doppia, potrassi conchiudere, che il pilastro E soffrirà il doppio tanto del peso, che della spinta, di quello, che soffrir possa il punto, o pilastro A; ma occorrendo il più delle volte, qualora si fanno simili archi, che incontrasi il loro piede con altre arcate, che portano i ripiani delle scale, non sarà perciò di mestieri ingrossare il pilastro E sopra del pilastro A per abilitarlo alla resistenza, avvegnachè ritrovandosi l'incontro, non mai potrassi far cedere il piede, abbenchè fosse superiore il peso, o forza dell'arco alla resistenza del medesimo, a' quali archi dovrannosi sempre fare i loro speroni, acciò possano sostenersi, massimamente ove l' arco trovasi più incurvato, come nel punto B, ove potrebbe più facilmente rompersi, il modo poi, col quale debbano

Tav. 6. Fig. 4.

Tav. 6. Fig. 4. farsi i diversi speroni agli archi tratterassene quì appresso nella pratica di questa cognizione, ed in ogni altro arco rampante sempre seguirà lo stesso effetto circa le direzioni, ed i punti delle rotture, come negli archi piani, da' quali possono derivare, qualunque volta i detti archi sieno intieri.

PROPOSIZIONE XIII.

Come possasi accrescere, o conservare la resistenza in un pilastro quando s' elevi a maggiore, e maggiore altezza.

Tav. 7. Fig. 1. ELetta adunque la grossezza d'ogni qualunque pilastro da sottoporsi ad ogni sorta d'archi, come nelle passate dimostrazioni abbiam veduto, resta necessario fare alcune riflessioni, qualora detti pilastri inalzandosi a maggiore, o minore elevazione, se la resistenza ne' medesimi s'alteri, o no, per il che dovremo in caso d' alterazione andarle all' incontro per impedirne la di lei rovina.

Sia adunque il pilastro equilibrato colla spinta di un arco ABCD nel quadrato della sua base, e dovendolo alzare il doppio, cioè in EF, siamo per investigarne la resistenza, la quale procedendo dal peso, come per lo avanti si fece vedere, dovrebbe per conseguenza essere doppia nel pilastro ED, di quella che ritenga il pilastro AD; ma se per altra parte trasferta l'applicazione della forza, la quale primieramente ritrovavasi appoggiata in C, da detto sito in F, vedrassi allora nella stessa maniera, colla quale per l'aggiunta del solido AF cre-

sceva

sceva la resistenza nel pilastro, adesso colla varia posizione della forza estinguersi nella stessa guisa la resistenza, ritrovandosi la leva FD, per cui agisce la forza doppia della DB, come vedesi la resistenza, o sia peso del pilastro ED doppio del pilastro AD, sicchè da questo si potrebbe conchiudere essere la resistenza nella stessa ragione della leva, la leva nella stessa ragione dell' altezza, l'altezza, come il peso, ed il peso, coma la resistenza, onde fattane l'equazione dovrebbesi ritrovare ugual resistenza nel punto F, come nel punto C. Tav. 7. Fig. 1.

La qual Proposizione abbenchè ripiena d' apparente conclusione, altrettanto però allontanasi dal vero, osservando noi, che una colonna eretta in piedi, se non è sostentata dal peso, che la contenga, non soffrirà al certo una forza uguale al sudduplo del suo peso, al quale sarà per resistere un cubo della stessa base, elevato soltanto sul quadrato della medesima, e se farassi lo sperimento con una trave di lati paralelli, troncata nel piede ad angoli retti delli stessi lati, e posata sopra un piano perfetto perpendicolarmente avrassi della difficoltà a farla stare in piedi, e ad ogni minima forza sarà per cedere, e strapiombare, e se per l'opposto da detta trave se ne troncasse una parte uguale in altezza alla sua base, e questo come sopra applicato sopra un piano perfetto non avrà ripugnanza in assodarsegli, anzi che per lo contrario ricuserà di essere da quello rimosso da qualunque forza minore del sudduplo del suo peso. A' quali effetti meco stesso più volte pensando con desiderio di cercarne la ragione, osservai ciò procedere dal movimento, col quale

Tav. 7. Fig. 1. ciascuna di dette solidità a varie altezze elevata esercita, qualora nel superarle la resistenza, trovasi tal mobile in equilibrio sul punto d' appoggio, che vale a dire al termine della resistenza, il qual movimento per compensare in tutte le elevazioni si potremo servire del modo seguente.

Ripigliata di bel nuovo la stessa figura del pilastro ABCD, contro del quale facendogli forza nel punto A con intenzione di roversciarlo, avanti che il medesimo sia arrivato alla posizione in equilibrio GHID, dovrà descrivere la porzione d' arco AC colla diagonale DG, talmente che l'estensione, o movimento del solido intenderassi espresso per la curva GA; lo che non sarà rispondente nel movimento del pilastro EFBD, stante che questo descriverebbe nel muoversi un arco ben minore ridotto all'equilibrio nella posizione KLMD, in modo che minor forza, o vogliam dir con minor azione di forza saria più facile di superare la resistenza del pilastro ED, di quella si impiegasse per vincere, o abbattere il valore del pilastro AD; ma se poi si desiderasse ridurre il pilastro ED ad ugual resistenza del pilastro AD, si metteranno ambidue in equilibrio sul punto D nelle posizioni DHGI, e DKLM, quindi dedotta dall'angolo I del primo una perpendicolare IN, e dall'angolo M del secondo dedottane un'altra MO, della larghezza NO dovrà accrescersi la base del pilastro ED, e così susseguentemente a varie altezze, in modo tale, che la base del pilastro RD elevato alla tripla altezza del primo AD, dovrà accrescersi della larghezza NP, e finalmente la base del quarto SD dovrà essere maggiore della base del primo BD

della

della larghezza NQ, e così in infinito, ritrovandosi maggiori le altezze, con tal ordine sempre s' anderanno accrescendo le basi dei pilastri, come nella sussseguente figura la base del primo sarà AB, del secondo AC sarà AD, del terzo AE sarà AF, del quarto AG sarà AH, dalle quali operazioni chiaramente si può conoscere, come piuttosto cresca il movimento, o sia l' azione della forza verso la resistenza del pilastro più alto, che verso del più basso dalla osservazione degli archi, che ogni via più si vanno rendendo maggiori, e con tal mezzo si potranno anche regolare le grossezze dei muri, quando si hanno a far Chiese, ove le volte, ed archi si trovano nella più elevata altezza, ed in tutte le occasioni, che possono pervenire alle mani d'un Architetto.

Tav. 7. Fig. 1.

PROPOSIZIONE XIV.

Fig. 2.

Come nelle Volte delle Cupole ritrovisi l' equilibrio nel peso, per lo quale si sostengano senza speroni.

Sin ora si è dimostrato, che tutti gli archi d' ogni genere acciò possano star in piedi richieggono i suoi speroni, o rifianchi, lo stesso parimente si verifica nelle volte, essendo esse non altro, che archi più dilatati, ed estesi. Ma osservandosi per altra parte, che in tutti i luoghi, ove si trovano Cupole coperte a piombo, non aver elleno alcun rifianco, o sperone, quello mi fece congetturare, dipendere ciò da più rimota cagione, per il che su questo particolare sarà più laboriosa alquanto l'operazione. Sia adunque una

porzione

Tav. 7. Fig. 2. porzione di Cupola, che tanto basta ABCD, il di cui sesto sia semicircolare, dovrà essere la di lei grossezza nel piede, giusta i documenti dati dal Cavaliere Fontana nel suo libro intitolato *Templum Vaticanum* la duodecima parte del vano d'essa, ove dimostra pur anche doversi tal grossezza del piede andare sempre più diminuendo, a misura che verso la sommità della medesima s' andiam avvicinando, a segno tale, che della grossezza CD constituita nella base non se ne ritrovi più che AB nella sommità, porzion suddupla alla prima. Ciò supposto formisi la direzione BD *per la Prop.* 2., per virtù della quale troverassi il punto della rottura nell' arco, o cupola, che vogliam dire nel punto H, per il che dico, che la forza, o peso di quella parte di volto, che trovasi da H verso B, nel quale maggiore ritrovasi la spinta, ritenere verso l' altra parte HD, in cui maggiore si è la resistenza, proporzione composta della grossezza dell' una alla grossezza dell' altra, e dell' ambito della prima a quello della seconda.

Ma per devenire ad una dimostrazione affatto chiara consideremo in primo luogo qual sia l' azione della spinta verso della resistenza di detto volto, le quali cognizioni si traono dalla notizia, e cognizione delle direzioni particolari di ciascuna d'esse parti, per il cui effetto tratta la direzione BH della porzione della cupola BI, osserverassi *per la Prop.* 2. dal di lui angolo, che contrae in proporzione dell' angolo retto essere la quarta parte del medesimo, perciò in virtù di quanto nella detta Proposizione praticossi, sarà la spinta della porzione di volto BI uguale a tre quarti della mole, e

l' altra

l'altra quarta parte ridurrassi in peso. Quindi rivolto il pensiero sopra la porzione ID, e dalla di lei direzione DH ricaverassi parimente il peso, e la forza, in cui tutta la mole separasi, il qual angolo ritrovandosi tre delle quattro parti dell'angolo retto, farà sì, che la mole del voltò HCID con tre quarte del suo peso sara per premere sopra il suo piede, e coll'altra porzione restante farà per spingere contro del medesimo, dal che si vede, che qualunque volta la cupola fosse di uguale grossezza in ogni suo punto, ne resteria fatta l'equazione tra il peso, e la spinta ancora una porzione subquarta fuor d'equilibrio, come nella già detta *Prop.* 2. si è dimostrato. Ma ritrovandosi l'eccesso della maggior grossezza della parte di Cupola ICHD sopra dell'altra porzione IABH uguale alla parte nera ILCM esercitare il suo momento colla direzione HD, ridurrassi più in peso, che in ispinta, come si è visto di sopra. Sicchè paragonate le azioni, ed i pesi, vedrassi, che la porzione HB se ritiene gradi otto di peso, l'altra HC ne riterrà dodici, tra' quali dovendo far l'equilibrio, avrassi in primo luogo riguardo, che degli otto superiori, sei soltanto sono quelli, che spingono, e due che premono, e per l'opposto dei dodici restanti nove saranno di peso, e tre di spinta.

Tav. 7. Fig. 2.

Congiunto adunque il peso col peso, e la spinta colla spinta, vedrassi, che il peso ascenderà a gradi undeci, e la spinta a nove, tra le quali differenze fatta l'equazione, troverassi restar superiore la spinta di gradi 2., ma se per altra parte si considera, che ciascuna porzione di detta cupola resta fatta in forma di Costellone, e che maggiormente dilatasi nella base, che

nella

Tav. 7. Fig. 3. nella cima, osserverassi, che con questo ajuto troverassi la bisognevole resistenza. Per la qual cosa meglio riconoscere conducasi una retta linea 1. 2. nella figura a parte, nella quale si stenda l'interna superfizie dell' arco DHB, presa però con minime aperture di compasso, dappoi divisa detta linea in parti sei uguali, o altra misura a piacere, si condurranno per esse divisioni linee normali alla 1. 2., quali si prolungheranno al bisogno, poi formato un costellone in pianta, come vedesi DEF, la larghezza della di cui base si elegga a piacere DE, quindi per ritrovare in esso tutte le commissure, dividerassi pur anche l'ambito dell'arco DHB in parti 6. uguali, come vedesi in QPHONB, e presa la distanza BN, o sia la lunghezza della linea NB, si trasferisca nella pianta da F in 3., e con detto intervallo si descriva l'archetto 3. 4., come si vede, in secondo luogo presa la lunghezza RO, e trasferta da F in 8. nella pianta si formerà l'arco 8. 9., così proseguendo colla terza distanza SH fatto centro in F, si porterà da F in 15., e descriverassi l'arco 15. 16., e così delle altre fino a DE, come dalla figura si vede.

Presa adunque la distanza 3. 4. sulla pianta si trasferirà da 5. in 6., e da 5. in 7. fig. 3., così la seconda 8. 9. si porterà da 10. in 11., e da 10. in 12., e successivamente delle altre, come dalla figura si vede, per le estremità delle quali si condurranno destramente due linee curve, che ci inchiuderanno l'interna superfizie del costellone, distesa in guisa tale, che la metà di esso, che trovasi alla base sarà in proporzione dupla sesquialtera di quella verso l'apice, per il che se la di lui parte 1. 13. 14. ritenesse gradi 8. di peso, l'altra

restante

Tav. 7. Fig. 2., e 3.

reſtante ne conterrebbe 20., abbenchè foſſero di uguale groſſezza, aggiungaſi di più, che i gradi 20. ſuddetti creſcono per la maggior groſſezza, che ritrovaſi nel piede per la metà della mole, e faraſſi novamente l'equilibrio, cioè che preſi, come ſopra i gradi 8., dei quali ridottine 6. in ſpinta, e 2. in preſſione a motivo della direzione HB, e parimente gli altri 20., a' quali aggiunta la maggior groſſezza ſi ridurranno a 30., de'quali ridottine la quarta parte in iſpinta, cioè $7\frac{1}{2}$, congiunti colli 6. ſovra menzionati, ſaranno in tutto $13\frac{1}{2}$ di forza, che opereranno contro $24\frac{1}{2}$ di reſiſtenza, la quale non eſſendo doppia della forza, non potrà equilibrarla, per il che accreſceraſſi alquanto il piede della cupola da C in Y di muraglia perpendicolare, che allora ſarà equilibrata la forza ſuddetta; dal che ſi vede, che ſenza l' ajuto de' ſperoni ſi può far che ſtia una cupola, con equilibrarli in tal guiſa la reſiſtenza nella maggior groſſezza del piede, coll' aggiunta, che per lo più il ſeſto delle cupole non faſſi a ſemicerchio, ma bensì con un ſeſto più acuto, in cui le direzioni ſono più proſſime alla perpendicolare, pel cui effetto non ſpingono tanto, oltre l'ajuto delle chiavi, che in gran parte gli preſtano.

Ora ſu tal rifleſſo cred'io, che ſarà per ceſſare in alcuni la maraviglia, nel vedere talvolta le cupole delle Chieſe ſopportare grandi lanternini, maſſime in oſſervare, che eſſe cupole trovanſi ſenza incontri, ma la conſiderazione della verità, e natura de' peſi toglie affatto lo ſtupore, avvegnachè per l' ordinario le cupole di tal ſorta ſi formano con un ſeſto più elevato del ſemicerchio, aggiungaſi di più, che ſi ſuole nel

piede

Tav. 7. Fig. 2. e 3.

piede di dette cupole darli il rinforzo con una, o più chiavi di ferro, che le circondano, per le quali validissime, ed efficaci ragioni devesi conchiudere, che stante la resistenza sovr'abbondante della cupola nella parte inferiore il lanternino non cagionerà mai nella medesima rottura, nè danno veruno, ogniqualvolta nella struttura d'essa si sieno osservate le debite regole dell' edificatoria, le quali si dimostreranno qui appresso.

PROPOSIZIONE XV.

Dell' edificatoria, o sia pratica nella costruzione degli Archi, e Volte di qualunque genere.

PER concepire l'idea delle cose fa in primo luogo di mestieri racorrere al loro principio, e natura, conciossiacosachè da essi meglio riconoscansi gli effetti. Per il che se si faremo a considerare noi la natura dell' arco, quello altro non troveremo essere, che un semicilindro vacuo, composto di più cunei tronchi, in prova del che osservisi in questa figura la porzione d' arco AB composta di più cunei, se le commissure loro si prolungheranno, vedrannosi tutte portarsi per linea retta a ritrovare il comun centro, e questo appunto si è il motivo, pel quale un arco si sostiene in piedi, e rendesi abile a sopportar qualunque peso, come abbiamo poco avanti dimostrato, ed essendo proprietà del cuneo il ristringersi verso il centro, e dilatarsi verso la circonferenza, appunto in figura d'una piramide, di qui ne nasce, che qualunque volta sia collocato uno di detti cunei in un luogo, ove gli sia

disposta

disposta una propria apertura, opererebbe allora contro il suo naturale, se da detto sito si rimovesse. E che ne sia la verità, osservisi il semicilindro IDH diviso in tanti cunei, come sono FGN, FCD, FCG &c., e sia il cuneo DCF costituito tra mezzo dei due DCG, ed FCN, non potrà giammai il cuneo di mezzo rimoversi dal suo sito, senza che non cedano parimente i due laterali, ed attigui, e per conseguenza gli altri: ora essendo impossibile, che il cuneo di mezzo DCF possa equilibrare due laterali, essendo questi il doppio di più gravi di quello sarà anche impossibile, che possa il cuneo di mezzo da tal luogo rimoversi. Nè lo stesso effetto sarà soltanto per seguire nell' intiero cuneo DFC, ma pur anche nel tronco DFLA, essendo che la base DF superiore trovasi maggiore dell' altra LA, non potrà la DF abbassarsi nemmeno un capello, senza che non cedano i lati, lo che si è dimostrato impossibile, dalle quali cose potremo conchiudere, che ogniqualvolta un arco sarà formato di più cunei tronchi, le commissure de' quali tenderanno ad un comune centro, sarà detto arco sostenibile, e se si facesse di mattoni, avrassi lo stesso riguardo nelle commissure; ma perchè questi per lo più trovansi di lati paralelli, farassi loro la maggior grossezza, per la quale prendono la figura del cuneo colla calce, l' esempio del che vedesi nella detta figura a parte sinistra, ma acciocchè più facilmente nell' esecuzione d' un arco possasi conseguire quanto si ricerca, farà di mestieri collocare nel punto, o centro C un chiodo, al quale affisso un filo si stenderà a lato d'ogni corso di mattoni, in modo che il fianco de' medesimi

Tav. 7. Fig. 4.

Tav. 7. Fig. 4. desimi sia sempre paralello al filo, e non potendosi ciò praticare, farassi un regolo, o modello di legno, il quale sia incurvato nella sua base colla stessa curvità dell'arco, dal quale eleverassi un listello ad angoli uguali, e quello andrassi applicando sul sesto dell' arco, o volto che s'intende di fare, e tale listello in tal guisa elevato ci dinoterà, se le commissure inclinino al centro, l'esempio del quale vedesi nella fig. 2., ove il pezzo d'arco AB avendo la stessa curvità del volto, divideransi la distanza BA in due parti uguali, i quali termini A, e B congiunti coll'occulta BA, dal punto C di mezzo eleverassi una perpendicolare CD, questa senza dubbio *per la Prop.* 1. *lib.* 3. *d' Euclide* prolungata porterassi a ritrovare il centro dell arco, adunque se giusta la linea CD si formeranno le commissure nell'arco, andranno tutte a ritrovare il centro, ed in questa guisa l' arco sarà resistente come si ricercava.

PROPOSIZIONE XVI.

Come debbasi edificare un arco scemo, e come debbansi regolare le di lui commissure.

Tav. 8. Fig. 1. NON molto dall'antecedente allontanasi quest' operazione, avvegnachè le commissure sempre devono inclinarsi al centro, soltanto devesi aver riguardo, che siccome nella passata Proposizione il centro dell' arco ritrovavasi al livello dell'imposto, in questa ritrovasi sotto del medesimo. Dato pertanto l'arco ABC, se gli ritroverà *per la Prop.* 25. *lib.* 3. *Elem.* il centro, il quale

quale sarà nel punto D, al quale si condurranno tutte le commissure dell' arco suddetto, come dimostra la fig. 1., avertendo anche, che l'imposto, su cui s'appoggia detto arco non deve essere a livello, ma bensì inclinato anch'esso al centro secondo le linee CE, FA, affinchè maggiormente possa sopportar l'impeto, o sforzo di tutto l' arco, che perciò qualunque volta avrà i fianchi proporzionati al peso, che ha da sopportar, come meglio *nella Prop.* 3. dimostrossi, sarà nientedimeno resistente, abbenchè non abbia tutto quel sesto del primo.

Tav. 8 Fig. 1.

Varie altre maniere di far archi scemi sono rapportate da diversi Autori, fra' quali vi è *Barozio, e Serlio nel lib.* 4., ove ritrovansi più sorte d'archi scemi, fra'quali evvi una maniera assai bella, ove dato un sito per farvi un volto piano, come nelle volte delle botteghe, o finestre accade, qual sia per esempio il sito AB, che abbiasi a chiudere con un volto piano, disporrannosi in tal guisa i piedi del medesimo AM, BL, che le commissure anch' esse tendano ad un comun centro, come si vedono le due CD, EF, di poi se vi fosse un sol pezzo di pietra per chiudere il restante spazio CE, sarebbe cosa più forte, ma quando non vi fosse, farebbesi allora in più pezzi, come dalla presente figura si vede, con ciò però, che le commissure vadano sempre allo stesso centro, ed acciocchè detto volto non venga in rovina, potrassi su esso sostituire un altro arco, come GHI, il quale appoggiandosi in due incavi fatti nei piedi dell' arco piano, sopporterà questo tutto il peso superiore, anzi che maggiormente assodando i piedi, od imposti IL, GM, farà sì, che l'arco piano ren-

Fig. 2

Tav. [illegible] Fig. 2. sarassi sempre più sicuro, se saranno in tal guisa incontrati i di lui sostegni, che rimovere non si possano.

COROLLARIO.

DAL che si comprende quanto sia il vantaggio, che ricavasi nel fare quel secondo arco sopra le porte, e finestre, sì per sollievo dell'arco piano, che sotto essi ritrovasi, come per maggior sodezza dell'edifizio, lo che fu sempre praticato dagli intelligenti antichi, per il che tutti gli edifizj loro alla perpetuità si conservano.

Fig. 3. L'altro modo assai bello, e fortissimo rapportato dal Barozio consiste nell'arte di connettere, e tagliare le pietre, le quali si trovano tutte zancate, per il che in tal guisa si sostengono a vicenda, e per essere su ciò assai palese per se medesima la dimostrazione della figura, stimo cosa superflua il maggiormente parlarne; in tutti però questi casi richiedesi sempre un proporzionato pilastro, acciò possasi l'arco sostenere, del che pria d'ora se n'è parlato.

PRO-

PROPOSIZIONE XVII.

Tav. 8. Fig. 3.

Come, ed a quai punti inclinar debbano le commissure d'un arco ellittico, ovvero ovale

L'Ellisse, ovvero Ovale ritiene più centri, o fochi, perciò a ciascuno di quelli si dovranno condurre parte delle commissure; sia dunque l'arco ovale composto da due cerchj minori, e da due altre porzioni d'archi maggiori, come meglio dalla figura si vede, i di cui centri saranno ABCD, e se si congiungeranno i due punti AC colla CA, e prolungata fino in E, ivi farassi l'unione delle diverse porzioni di cerchio, talmente che da E fino in F tutte le commissure si condurranno al punto C, come che la porzione d'arco EF da quel punto deriva, così parimente tutte le restanti commissure contenute nell'intervallo EG si condurranno al centro A, coll'ajuto del quale fu descritto l'arco EG, ma quando l'ellisse fosse formata con diversi fochi, o centri, come comunemente si pratica, cioè col cordone, pel cui effetto non possiamo servirsi di que' centri, verso de' quali inclinano le commissure, allora per ritrovarvi anche i punti, divideralli l'ambito interiore dell'ellisse DI con piccole aperture per mezzo nel punto L, di poi descritti i diametri, che normalmente si seghino HG DC, in essi dovranno cadere i rispettivi centri, o termini delle commissure, per il che condotte dal punto L due linee LD, LI, alla metà delle quali, cioè da' punti MN s'eleveranno due perpendicolari, che si prolun-

Tav. 8. Fig. 4. gheranno fino ne'diametri sovra nominati, cioè quella, che deriverà dal punto M si condurrà fino in B, e l' altra dal punto N si prolungherà fino in C, al qual punto C saranno indrizzate tutte le commissure da D sino in L, e parimente le altre da L fino in I si inclineranno al punto B, che in tal guisa s'incontreranno senza deformità, e con maggior resistenza, che in ogni altro modo.

PROPOSIZIONE XVIII.

Dato un arco rampante, come in esso regolar si possano le commissure, non essendovi centro, o punto fisso.

Tav. 8. Fig. 5. SIA l' arco rampante ABC, il quale dovessesi per esempio formare di pietra, fa di mestieri senza dubbio, trovatone il di lui sesto, ritrovarne le commissure, per poter secondo quelle aggiustare le suddette pietre, acciò convengano, e s' assertino a luogo suo. Descritto adunque l' ambito di detto arco ABC, quello divideraßi in parti uguali a piacere, come vedesi AHBD &c., i quali punti di divisione si congiungeranno insieme colle rette AH, HB, BD, e successivamente, quindi divisa la AH per mezzo nel punto I, da ivi eleveraßi una perpendicolare, che prolungheraßi finchè incontri la AL nello stesso punto L, che sarà il centro, al quale si condurranno tutte le commissure, che si troveranno da A fino in H; divisa in secondo luogo la HB nel punto M in due parti uguali, ed elevata dal detto punto un'altra normale, quella

quella pur anche prolungherassi a piacere, ed incontrerà la IL nello stesso punto L, così proseguiremo, elevando dalla metà della BD la perpendicolare NO, questa incontrerassi colla ML nel punto O, al quale concorreranno le commissure della porzion d'arco contenuta tra BD, così parimente ritroverassi il punto, al quale saranno protese le commissure contenute tra DE, se dalla metà d'essa linea eleverassi una normale PQ, che prolungata incontrerà la NO nel punto Q, così seguitando sempre troveremo il centro della porzione EF nel punto R, della FG nel punto S, e finalmente della GC nel punto T, con qual ordine si incontreranno perfettamente, e saranno sempre sul proprio centro, trovandosi ognora ad angoli retti delle proprie direzioni. Dal che si vede, che se l'arco rampante si volesse tagliare nel punto H, per non abbassarvi tanto il piede da H sino in A, non dovrà detto arco terminare in piano nel suo imposto, ma bensì secondo la direzione HV, acciocchè ogni parte del medesimo trovisi, come si è detto, ad angoli retti della propria direzione, come dalla natura dell'arco si vede.

Tav. 8 Fig. 5.

Degli Archi curvi, e Volte d'ogni genere.

TUtti gli archi, o volte d'ogni spezie nascono dalla solidità di tre corpi solidi, cioè dal cilindro, dal cono, o dalla sfera sopra qualunque d'esse solidità, o sopra un composto delle medesime ogni arco s'investe, per il che prima d'inoltrarsi a dimostrarne gli effetti, sarà in primo luogo di mestieri riconoscere la natura di questi corpi solidi, acciocchè da essa si

Tav. 8. Fig. 5.

posſano meglio comprendere le direzioni, e diſtendere le ſuperfizie loro, per poter ſulle medeſime diſteſe regolare meglio le commiſsure, affinchè maggiormente ſieno nelle operazioni reſiſtenti, ed eſsendo i cilindri le prime figure rottonde, per mezzo delle quali le altre di tal genere più facilmente ſi conoſcano, e che le ſuperficie loro riddur ſi poſsano in figure piane, di queſti primieramente tratteraſſi, cioè di quelli di baſe circolare.

PROPOSIZIONE XIX.

La ſuperfizie d' un Cilindro retto diſteſa uguagliaſi ad un rettangolo, la di cui altezza ſia uguale all' aſſe dello ſteſſo Cilindro, e la baſe alla periferia del medeſimo.

Tav. 8. Fig. 6.

SIA adunque il cilindro ACBDEF, o la ſua metà, che tanto baſta, dico, che ſe faraſſi un rettangolo, la di cui altezza GH uguagliſi alla BF, e la baſe, o lato HI alla periferia BCA, tutto il rettangolo IG per conſeguenza veſtirà, o uguaglieraſſi alla ſuperfizie cilindrica ACBDEF, che ſe il rettangolo IG non ſarà a quella uguale, ſarà d'eſſa o maggiore, o minore. Suppoſta adunque la ſuddetta ſuperfizie cilindrica maggiore del rettangolo, e ſiane la differenza eſpreſſa pel quadrato P, faraſſi manifeſto, che tal' eccesſo dedotto dalla ſuperfizie cilindrica, uguaglieraſſi queſta allora al rettangolo, ed in quel caſo avrebbe la ſuperfizie predetta la ſteſſa proporzione, come il rettangolo IG al quadrato ABDF *per la Prop. 7. lib. 5.*

5. *Elem.* Inscrivasi ora tanti rettangoli nel cilindro predetto FL, LM MC, e riducasi a minor ambito la detta superfizie, talmente che siane di bel nuovo espressa la differenza per un' altra quantità minore di P, questi adunque avranno maggior proporzione al quadrato ABDF, che il rettangolo GI, perchè minore ritrovasi la differenza tra questi, e la superfizie cilindrica, che dal rettangolo IG, ma tutti questi rettangoli FL, LM, MC, per essere inscritti nella stessa superficie cilindrica dovranno avere minor proporzione verso del rettangolo BD, che il rettangolo GI, onde *per la Prop.* 8. *lib.* 5. *Elem.* sarieno le proporzioni suddette maggiori, e minori nello stesso tempo verso del quadrato BD, lo che non può essere.

Tav. 8. Fig. 6.

E si dimostra, avvegnachè i rettangoli inscritti FL, LM, MC trovandosi della medesima altezza del rettangolo GI, avranno tra di loro quella proporzione, che hanno le basi *per la Prop.* 1. *lib.* 6. *Eucl.*, le quali come che inscritte nella periferia, che in primo luogo fecesi uguale alla lungezza IH saranno d'essa minori, e perciò al quadrato BD avranno minor proporzione, che il rettangolo GI, adunque avrebbero verso la stessa quantità la proporzione maggiore, e minore nello stesso tempo, lo che è impossibile. Che se poi la superficie cilindrica fosse minore del rettangolo GI, e ne fosse la differenza espressa per la grandezza P, circonscrivasi allora tanti rettangoli, talmente che la differenza, che sariavi fosse minore della grandezza P, perciò trovandosi la cilindrica superfizie minore del rettangolo GI, la circoscrittagli avrà maggior proporzione verso del quadrato BD, ma essendosi ancora

Tav. 8. Fig. 6. dimostrato, che la circoscritta superfizie non s'agguaglj al rettangolo GI, e minore siane la differenza della grandezza P. Ma questi rettangoli circoscritti unitamente presi fanno una somma maggiore della superfizie cilindrica, e perciò del lato IH, e trovandosi d'uguale altezza, saranno per conseguenza maggiori del rettangolo IG, per il che dovrieno aver maggior proporzione al rettangolo BD, che il rettangolo GI, la qual proporzione essendosi di già dimostrata minore cagionerebbe un assurdo. Adunque trovandosi, che la superfizie cilindrica non possa essere nè maggiore, nè minore del rettangolo GI, sarà di quello uguale, che è quanto richiedevasi.

PROPOSIZIONE XX.

Due sezioni d' un cilindro, una rettangola all' asse, e l' altra obbliqua, conterranno nulladimeno ugual superfizie, ogniqualvolta uguale ritroverassi in esse sezioni l' altezza, e che le basi d' ambedue ritrovinsi rispettivamente paralelle.

Fig. 7. SIeno i due cilindri ABCD retto, e l' altro EFGH obbliquo di basi, ed altezze uguali, dico, che se stenderassi d'ambedue le superfizie, saranno tra di loro uguali, per lo che dimostrare distendasi in primo luogo *per la Prop.* 19. la superfizie del cilindro retto ABCD, e riducasi nel rettangolo IKLM, e parimente la superfizie dell'altro EFGH distesa ridurrassi nel paralellogrammo ILNO, che perciò essendo le altezze de'cilindri uguali tra di loro, abbenchè segati da diverse sezioni, saranno nulladimeno le superfizie loro uguali, per

per avere anch'esse l'altezza IL per base comune, ed essendo le rispettive lunghezze costituite tra due parallelle, *come insegna Euclide alla Prop.* 35. *lib.* 1.. Come poi possasi distendere la superfizie del cilindro obbliquo, s'otterrà facilmente, se prodotto l'asse del medesimo PQ sino in R, ad esso dedurrassi dal punto F una normale, che produrrassi sino in S, e presa la distanza ES si trasferirà da K in O fig. 8. congiungendo il punto O col punto I colla retta IO, alla quale se dal punto L condurrassi una paralella LN, inchiuderanno un paralellogrammo IOLN uguale all'altro IKLM, ma questo IKLM dimostrossi uguale al cilindro retto, e l'altro IOLN uguale al cilindro obbliquo, ed ambedue detti paralellogrammi uguali fra di loro; adunque le superfizie dei due cilindri saranno anche esse uguali tra di loro, che è quanto si era proposto.

Tav. 8.

Fig. 8.

PROPOSIZIONE XXI.

Fig. 9.

Come distender possasi la superfizie d'un cilindro segato per una parte da un piano ad angoli retti dell'asse, e dall'altra da un piano obbliquo.

SIA adunque il cilindro ABCD, o la di lui metà, che tanto basta, la di cui base sia espressa pel semicerchio AEB, che sia segato per una parte dal piano rettangolo all'asse AB, e dall'altra parte dal piano obbliquo CD, la di cui superfizie debbasi distendere in piano, dividasi la di lui base AEB in parti uguali a piacere, che quanto più minute saranno, tanto maggiore descriveranno il poligono, e per con-

seguenza

Tav. 8. Fig. 9. seguenza più prossimo ad uguagliarsi alla periferia. Ma per dimostrare più chiaramente per quello, che al proposito nostro può convenire, divideremo il semicerchio suddetto in parti otto uguali, quindi distese in una linea retta EF, da esse s'eleveranno normali alla detta linea EF, come dalla fig. 10. si vede, dappoi presa la distanza BD, quella si porterà da F in G, e la seconda HI da K in L, così la terza MN si trasferirà da O in P, e finalmente la quarta QR uguaglierassi anch'essa alla ST, e così di tutte le altre, sino all'ultima AC, che farassi uguale alla EV, per i quai punti VTPLG condurrassi la curva VTG, che terminerà la superfizie del cilindro ABCD segato obbliquamente, e così potrassi sempre regolare nel distendere le superfizie di qualunque cilindro in qualsivoglia modo segato tanto da'piani rettilinei, che da'curvilinei, come meglio poco appresso vedremo.

Fig. 10.

PROPOSIZIONE XXII.

La superfizie d'un cono di base circolare, che sempre intendesi esclusivamente alla base, uguagliasi al settore d'un cerchio, il di cui semidiametro sia il lato del cono, e l'arco sia uguale alla circonferenza della base di detto cono.

Tav. 9. Fig. 1. SIA il cono ABC, la di cui base sia CKB, dico, che la di lui superfizie uguaglierassi al settore del cerchio ACE, il di cui raggio sia il lato del cono AB, e la circonferenza CBE uguaglisi alla periferia della base del cono, lo che dimostrasi, imperocchè avendo supposta

posta la circonferenza CBE uguale all'ambito del cono, per il che inscritti in esso secondo qualsivoglia moltiplicazione possibile tanti triangoli, vedrassi appunto, che altrettante corde comprenderà il settore predetto, ed anche altrettanti piani di basi uguali, che inscrivere, o circonscriver si vogliano, sempre corrisponderanno per l'uguaglianza; se adunque secondo qualunque moltiplicazione i piani conterrannosi sì nel cono, come nel settore, sarà per conseguenza evidente, che le medesime superfizie, che ugualmente ne contengono, saranno anch'esse tra di loro uguali, come si propose.

Tav. 9. Fig. 1.

PROPOSIZIONE XXIII.

Dato un cono di base circolare segato da un piano obbliquamente al suo asse, come d'esso possasi distendere la superfizie.

SIA dato il cono ABC, la di cui base sia espressa pel semicerchio ADB, che divisa in parti uguali a piacere, come sono EFG, e le altre da esse si condurranno perpendicolari alla linea AB, come dalla figura si vede, dalla quale si faranno protendere tutte al punto C del cono, le quali linee dinoteranno la congiunzione d'altrettanti piani, in cui fu divisa la superfizie del cono suddetto. Siavi ora il piano BH, che taglj ad angoli obbliqui il cono ABC, e separi dalla porzione CHB l'altra ABH, e debbasi d'ambedue pur anche divisarne le superfizie. Fatto adunque centro in C all'intervallo di CB, descrivasi l'arco BI, nel quale si stenda la curva ADB, come nelle avantiscritte Proposizioni

Fig. 2

dimo-

Tav. 9. Fig. 2.

dimostrossi, il di cui ambito perverrà sino in I, con ciò però, che le stesse divisioni, che nell'arco ADB si ritrovano, sieno pur anche nella stessa guisa trasferte sulla curva BI, dalle quali divisioni novamente rapportate si condurranno altrettante rette linee al punto C, come dalla figura si vede, ed in tal guisa avremo tutta la superfizie del cono ABC distesa ne' termini CBI, ma dovendo da questa tal superfizie tagliarne soltanto una porzione bastevole a vestire la porzione di cono CBH, prenderassi la lunghezza CL prima divisione del cono CBH, e si trasferirà da C in M pur anche prima divisione della superfizie d'esso cono distesa CBI, così la seconda distanza CN si porterà da C in O, e la terza CQ sarà da C in P, così farassi di tutte le altre sino all' ultima CH, la quale arriverà da C in R, per i quai punti se destramente condurrassi una curva, come BPR, questa taglierà dalla superfizie CBI la porzione CBR, atta appunto per vestire la porzione di cono CHB.

Nè in altra guisa sarà per avvenire l' operazione in riguardo allo stendere la superfizie d'un cono segato da qualunque altro piano o incurvato, o sferico, o di qualunque altra inclinazione, che egli sia, avvegnachè trasferte, come si è fatto in questa dall'una all' altra figura le distanze, avremo i punti, per li quali circondotta una curva, vestirà di bel nuovo quella porzione di cono, da cui deriva.

PRO-

PROPOSIZIONE XXIV.

Tav. 9
Fig. 8.

Come possasi distendere la superfizie d'una sfera.

SIA data la sfera ABCD, la di cui superfizie debbasi distendere in piano, dividasi la di lei circonferenza in parti uguali a piacere, come vedesi in DEF &c., le quali divisioni si congiungeranno colle oppostegli per via di rette linee paralelle al diametro BC, come dalla figura si vede. Prodotto indi l'altro diametro AD quanto fa di mestieri in esso s'incontreranno tutte le linee, che provengono da due punti immediati nella detta sfera, come per esempio prodotta nel quadrante BD dai due immediati punti BH una linea, questa incontrerassi col diametro AD nel punto I, dal quale fatto centro, e coll'intervallo IB descriverassi il cerchio BL, e ristretto alquanto il compasso sino in H collo stesso centro descriverassi il cerchio paralello HM, il quale vestirà la porzione di sfera BHNO, ma per terminare tal superfizie BM, acciocchè copra esattamente l'anello BO, distenderassi nella linea BL la curva BA che trovasi appunto uguale alla BN; essendo ambedue quadranti della stessa sfera, e per ovviare ancora all'inesattezza, vestirassi la detta sfera di tanti piani rettilinei, come nella parte opposta si vede NC OR, quindi osservata la quantità dei piani suddetti, che a vestire una quarta d'anello son bisognevoli, li quali saranno nella nostra fig. in numero di sei, in altrettante dividerassi il quadrante BA, come vedesi in 2.. 3. 4. 5. 6., le quali tutte si trasferiranno

Tav. 9. Fig. 3. ranno da B in L, e da' detti punti si condurranno tutte le linee di congiunzione al centro I, come meglio dalla figura si può vedere.

Proseguendo indi collo stesso ordine s'uniranno i due punti immediati HS con una retta, che porterassi ad incontrare il diametro AD nel punto T, in cui fatto di bel nuovo centro coll'intervallo TH descriverassi l'arco HV, e ristretto il compasso sino in S formerassi un altro arco paralello SX, che sarà per vestire la porzione d'anello HOSP, la qual superfizie per terminare, acciò il di lui estremo V s'adatti nel punto O, farassi in questo centro, e coll'intervallo OH si formerà il quadrante HY, che diviso parimente in sei parti, quelle si trasporteranno da H in V, e per i punti di divisione si condurranno pur anche rette linee al centro T, così pur anche potrassi operare nello stendere la superfizie dell'anello SPZQ, pel cui effetto congiunti i due punti SZ con una retta, quella prolungherassi pur anche sino al diametro AD nel punto 7., in cui fatto centro coll'intervallo 7. S, descriverassi un arco, e ristretto il compasso sino in Z, formerassene un altro paralello, coll'ajuto de' quali avremo tre termini della superfizie, ma per ritrovarne il quarto, cioè la lunghezza, che ritener deve la detta superfizie, acciò possa vestire la porzione d'anello da S sino in P, farassi centro in P, e coll'intervallo PS si formerà il quadrante SN, che diviso anch'esso in sei parti, quelle si porteranno da S in 8., e si condurranno tutte al centro 7.. Fatto finalmente centro in D coll'intervallo DZ si farà l'arco Z 9., che uguaglierassi colle stesse divisioni del quadrante Z 10. alla medesima curva

10. Z,

10. Z, questo appunto sarà il compimento, che vestirà la piccola porzione di sfera ZQD, come si era proposto, ed avrassi la superfizie della quarta parte di sfera distesa in piano, e questo si è quanto facea di mestieri proporre, per aprire la strada al restante delle dimostrazioni. Tav. 9. Fig. 5.

Da queste tre sorte di figure nascono infinite diversità d'archi, e volte curve, obblique in ogni sito, le quali cose pria di porle in opera conviene aver riguardo alla natura loro, ed alla figura, dalla quale derivano, per poter raccorrere alle proprietà, che da esse ne nascono, acciò sia maggiormente sostenibile l'operazione, e per cominciare dalle cose più facili, discorreremo in primo luogo di quelle, che dal cilindro derivano, come per esempio avendo da fare un arco curvo secondo varie sezioni, volte di più generi, composte tutte di cilindri, ed altre cose simili, come dimostrerassi qui appresso.

PRO-

Tav. 10. Fig. 1.

PROPOSIZIONE XXV.

Dato un sito d'una Sala, Chiesa, Portico, od altro simile di figura circolare, o ellittica, in cima della quale abbiasi a formare un arco, senza che il medesimo esca dalla circonferenza della pianta, per il che sia costretto ritirarsi nella sommità, come debbansi tagliare le pietre, che per detta operazione son bisognevoli, oppure volendolo far di mattoni, come debbansi questi metter in opera, acciocchè l'arco suddetto ritenga resistenza maggiore.

SIA dato il sito ABCD, in cui debbasi fare un arco il di cui vestigio sia CED, il qual'arco, come che trovasi appoggiato sù dei due piedi AC, DB paralelli farassi a porzione di cilindro, ma dovendo tagliare le pietre per quest'effetto, sarà necessario formarne la di lui alzata, per poterne da essa riconoscere l'ambito, per il che tirata un poco discosto la retta FG, su d'esso descriverassi il semicerchio FHG, l'ambito del quale divideransi in parti a piacere, come dalla figura si vede; stabilita dappoi la grossezza dell'arco FI, descriverassi all'intervallo KI un altro cerchio concentrico ILM, che rappresenterà tutto all'intorno la grossezza dell'arco suddetto, dappoi dalle divisioni fatte nel cerchio FHG, che sono segnate per i numeri 1. 2. 3., si produrranno linee rette fino all'esterior cerchio, che protendano al centro K, come sono 1.4., 2.5., 3.6.; queste rappresenteranno l'unione delle pietre,

tre, o veramente l'inclinazione, che aver devono le commissure nell'arco cilindrico, le quali si potranno moltiplicare al bisogno, con ciò, che ciascheduna sia diretta al centro K.

Tav. 10. Fig. 1.

Fatta in tal guisa l'elevazione dell'arco suddetto, sarà di mestieri rapportare nella pianta d'esso le commissure, che è lo stesso, come se il suddetto arco si riguardasse da alto in basso, pel cui effetto si condurranno da' punti 6. 5. 4. 1. linee paralelle all'asse LE, come sono 6.7., 5.8., 4.9., 1.10., e così dall'altra parte avremo impresse le commissure nella pianta dalla superficie superiore dell'arco ILM, la quale avendo a distendere in piano porterassi a parte nella fig. 2. la retta linea NO, nella quale stenderassi la curva IL, talmente che la distanza L 6. fig. 2. sia O 12. fig. 2., la 6. 5. sia 12. 13. 5. 4. uguaglisi a 13. 14., e finalmente 4. 1. porterassi da 14. in N; da tutti li quali punti N. 14. 13.. 12. O s'eleveranno perpendicolari alla NO, che si prolungheranno al bisogno. Presa indi nella pianta dell'arco la di lei lunghezza maggiore, espressa per la retta linea, che termina nel punto 10. fino alla perpendicolare AB, quella porterassi da N in 15. sulla perpendicolare poc'anzi dedotta, rivolgendosi di poi alla seconda commissura procedente dall'elevazione dal punto 4., che nella pianta estendesi dalla linea AB fino al punto 9., questa stessa porterassi da 14. in 16., così procedendo per la terza commissura proveniente dal punto 5., che nella pianta si è A 8., questa si trasferirà da 13. in 17., nella stessa guisa riportaremo la linea, che dal punto 7. estendesi fino alla AB, e rapporterassi da 12. in 18.; e finalmente presa

M quella

Tav. 10. Fig. 2. quella di mezzo, che dalla linea AB arriva in E sulla pianta, e porterassi da O in 20., ed avremo i punti 15. 16. 17. 18. 20., pe' quali destramente condotta una curva 15. 17. 20., compirà la superfizie distesa della metà dell' arco IL.

Nè qui soltanto consiste l' operazione, avvegnachè trovandosi l' arco suddetto colla grossezza LH, non sarà bastevole distenderne una superfizie, ma bensì abbisognerà distenderne la solidità, pel cui effetto sarà di mestieri distendere anche la superfizie interna di detto arco HF, però disunita, e disgiunta applicandola sopra l'esterna NO 15. 20., pel cui effetto sarà ancora bisognevole segnare le divisioni di detta interna superfizie sulla di lei pianta ABCD, pel cui effetto dedotta dal punto 3. una paralella all'asse HE, segherà la pianta suddetta ne' punti 21. 22., così dal punto 2. dedottane un' altra, questa segherà parimente la pianta ne' punti 23. 24., così dal punto 1. dedottane un' altra, segherà la pianta ne' punti A 8., e finalmente dal punto F prolungatane un' altra, questa sarà AC. Fatto questo si prenderà la larghezza H 3., come prima divisione, o parte dell' interna superfizie si stenderà nella linea NO sulla prima parte della superfizie esterna, talmente che l' eccesso dell' esterna sulla interna sia ripartito ugualmente da ambe le parti in tal guisa, che siccome l' esterna estendevasi da 12. in O, l' interna arriverà soltanto da 25. in 26., così la seconda porzione dell' interna superfizie applicata nella stessa guisa sopra la seconda porzione dell' esterna arriverà da 27. in 28., la terza 1. 2. applicata pur anche sulla terza distesa arriverà da 29. in 30.; e finalmente

mente l'ultima 1.F constituita sulla sua corrispondente arriverà da 31. in 32.. Per terminar poi dette superfizie farassi di bel nuovo raccorso alla pianta, ed incominciando dalla prima EP, quella porterassi da 26. in 33., venendo indi alla seconda procedente dal punto 3., espressa nella pianta ne'termini 21. 22., quella si porterà da 25. in 34., e da 28. in 34., tagliandole amendue ne'punti 34. ugualmente, e questo a motivo che congiungendosi dette pietre insieme, le due linee sovra espresse ridurrannosi in una sola commissura, onde di tutta necessità devono essere uguali. Proseguendo alla terza, che proviene dal punto 2., questa segherà la pianta dell'arco ne'termini 23. 24., la qual distanza presa, e rapportata nella superfizie distesa da 27. in 35., e da 30. in 35., stabilirà i termini di dette due superfizie, li quali dovendosi congiungere, i due termini d'esse 35. si combaccieranno esattamente; così potrassi continuare, col prendere la distanza A8. nella pianta proveniente dal punto 1., e trasferendola da 29. in 36., e dall'altra parte da 32. in 36., e finalmente rapportata l'ultima AC da 31. in 37., avremo tutti i termini delle superfizie interne, per i quali si condurranno linee, che le chiuderanno, come vedesi 37.36., 36.35., 35.34., 34.33., ed in questa guisa si avranno le due basi de'solidi, che per vestire l'arco suddetto si ricercano, i quali angoli sì dell'interna, che dell'esterna si congiungeranno ne'punti 15. 16. 17. 18. 20., come dalla figura si vede.

Tav. 10. Fig. 2.

Ne questo ancora sarà bastevole per tagliare le pietre dell'arco ILM, avvegnachè finora altro non trovossi, che l'interna, ed esterna superfizie del mede-

Tav. 16. Fig. 2.

simo, o sia di ciascun solido, che per formare detto arco si ricercano, restandovi ancora necessario il ritrovarvi, e distendervi le superfizie di commissure, o per meglio spiegarsi, i laterali di dette solidità, lo che ricaverassi a questo modo. Dividasi la grossezza dell' arco suddetto per metà in Q, per la quale farassi passare un' altra curva QRS, questa parimenti resterà divisa dalle linee di commissure sovra condotte, come si vede da 6. 3. in T, dalla 5. 2. in V, e dalla 4. 1. in X, dalli quali punti TVXS si condurranno paralelle all' asse LK, che taglino la pianta dell'arco nella stessa guisa, che la segarono le precedenti; ma per evitare la confusione si è non solo fatta tale operazione dalla parte opposta, ma di più fecesi con linee occulte. Dedotta adunque dal punto T una paralella all' asse LK, questa segherà la pianta dell' arco ne' termini 38. 39., così l' altra dedotta dal punto V, la segherà negli altri 40. 41., e successivamente le altre due dedotte da' punti XS segheranno la pianta suddetta ne' termini B D, e 44. 45., ed in tal guisa avremo preparata tutta l' operazione per distendere le superfizie di commissura.

Acciocchè poi nello stesso tempo, che formansi dette superfizie di commissura, vedasi a quale delle solidità suddette devono applicarsi, prolungheremo nella fig. 2. la linea 20. O sino in 46., facendo la medesima O 46. uguale alla O 20., così della seconda divisione prolungata la linea 12. 18. sino in 47., farassi 47. 12. uguale a 12 18., nella stessa guisa la terza divisione 13. 17. si porterà da 13. in 48., e finalmente la quarta 14. 16. si porterà da 14. in 49., come viene dalla

figura

Tav. 10. Fig. 2.

missura per i due lati dei solidi 13. 35., e finalmente l'ultima BD si porterà da 32. in 56., per avere i termini, pe' quali condurre la curva, che inchiuda la superfizie 14. 53., colla quale si taglieranno i lati dei due solidi 14. 36., con le quali tre sorte di superfizie, cioè interna, esterna, e di commissura formeremo tutte le solidità bisognevoli per formare l'arco sovra proposto, derivando da queste le basi de' stessi solidi secondo qualunque sezione d'arco.

Nè di tali archi la curvatura avrà forza d'alterarne nè le direzioni, nè la resistenza, essendo quivi sì le une, che le altre dello stesso valore, laonde per stabilirle la grossezza del pilastro avrassi raccorso *alla Prop.* 2. di questo, in cui se ne parlò ampiamente.

Fig. 3.

PROPOSIZIONE XXVI.

Dati due pilastri obbliqui, come su essi possasi formare un arco a porzione di cilindro, dovendolo fare di pietre di taglio.

SIA adunque il sito tra i due pilastri ABCD, in cui faccia di mestieri formarvi un arco, abbenchè dall'uno all'altro di detti pilastri s'unisca il medesimo obbliquamente. Ciò nulla ostante elevata dal punto C una perpendicolare alla CD, quella prolungherassi al bisogno, quindi prodotta l'altra AB, l'incontrerà nel punto E. Ciò fatto dividerassi la linea EC per mezzo nel punto F, in cui fatto centro descriverassi l'arco EHG, ed eletta la di lui grossezza a pia-

a piacere HI, coll'intervallo IF formerassi il secondo cerchio paralello, esprimente la grossezza dell'arco tutto all'intorno IKL, dappoi diviso l'ambito dell'arco suddetto in parti a piacere, come nell'esempio si vede MNO da esse si condurranno paralelle alla linea IF, finchè seghino la pianta dell'arco suddetto, lo che si vede assai chiaramente, che la paralella proveniente dal punto K sega l'arco ne'punti 1. 2., la proveniente da M lo sega ne' punti 3.4., quella che deriva da N lo segherà ne' punti AB, e finalmente quella, che proverrà da O lo segherà ne'punti 5.6., e sarà preparata l'operazione per distendere la superfizie esterna di detto arco.

Tav. 10. Fig. 3.

Pria però di stendere la medesima sarà necessario formarne il di lui vestigio a questo modo, essendo che ogni cilindro di base circolare tagliato da un piano obbliquamente al suo asse diventa la detta sezione, o vestigio ellittico, lo che fa quivi di mestieri esporre, il che facilmente otterrassi col dedurre da'punti 7. 6. B 4.2. altrettante perpendicolari alla linea BD, che si prolungheranno al bisogno, e se si vorranno terminare si rapporteranno tutte le misure, che nell'arco superiore KIL si ritrovano, cioè la lunghezza 8. M si porterà sopra la sua corrispondente in 4. 10., la seconda EN si trasferirà da B in 11., la terza 9. O si porterà da 6. in 12., e finalmente la quarta IF si trasferirà da 7. in 13, e così dall'altra parte, per quai punti destramente condotta una curva, questa esprimerà il vestigio dell'esterna superfizie dell'arco suddetto. Per ritrovarne poi l'interna opererassi nella stessa guisa, però dalla parte opposta per evitare la confusione, per il

Tav. 10. Fig. 3. che dedotte di bel nuovo da'punti delle divisioni dell' interna superfizie HC linee perpendicolari alla base KL, quelle prodotte ci esprimeranno le sezioni nella pianta dell'arco, come vedesi la linea dedotta dalla prima divisione 14. segherà la pianta ne' punti 15. 16., così la seconda dedotta dal punto 17., segherà anch' essa la pianta suddetta ne' termini 18. 19., e la terza dedotta dal punto 20. ci assignerà i termini nella pianta CD. Per formarne poi il vestigio di detta interna superfizie s'eleveranno parimenti da' punti 16. 19. D tre perpendicolari alla linea BD, le quali si termineranno nella stessa guisa, che praticossi per la superfizie esterna, col prendere la distanza 14. 21., e trasportarla da 16. in 22., la HF da 7. in 23., la 17. 18. da 19. in 24, e finalmente la 20. C da D in 25., ed avremo i punti pe' quali condurre la curva 23. 22. 24. 25. D, che ci rappresenterà l'impressione, o vestigio dell' arco obbliquo, come dalla figura si vede.

Fig. 4. Per stenderne poi la di lei superfizie in piano, cominciando dall'esterna, condurrassi in primo luogo la retta linea PQ fig. 4., nella quale si stenderanno *per la Prop.* 18. le porzioni dell'arco IONMK, ne' punti QRSTP, da'quali dedotte di bel nuovo perpendicolari alla linea QP, queste si prolungheranno al bisogno. Per terminarle poi farassi lo stesso, che pratticossi fin ora, cioè di prendere la distanza F 26. fig. 3., e trasportarla da Q in 27. fig. 4., così della seconda 9. 5. si trasferirà la distanza da R in 28., lo stesso farassi della terza EA, che si trasporterà da S in 29., così la quarta 8. 3. si trasporterà da T in 30., e finalmente l'ultima K 1. si trasferirà da P in 31., ed

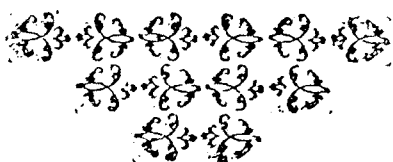
avremo

avremo i punti 31. 30. 29. 28. 27., pe' quali condurrassi una curva, che vestirà da una parte l'esterna superfizie dell'arco suddetto, e se si vorrà l'altra superfizie 32. 33. si potranno rapportar le misure dalla retta KL sino alla seconda BD, ciascuna sulla sua corrispondente, avrassi di bel nuovo gli altri punti, per i quali ricondurrassi l'altra curva 32. 33., che vestirà per l'altra parte l'esterna superfizie dell'arco suddetto. Per istenderne poi sulla medesima l'interna, potrassi praticare il metodo nella precedente Proposizione insegnato, come anche per le superfizie di commissura, l'esempio del che chiaramente dalla figura si scorge.

Tav. 10. Fig. 4.

COROLLARIO.

DA qui si raccoglie il mezzo di collocare i mattoni, quando occorresse fare archi di questo genere, ovvero dell'antecedente, col mettersi sempre ad angoli retti coi fianchi loro, acciò quanto più sarà possibile conservisi la natura del cilindro, prescindendo dai taglj d'esso, i quali o vengano retti, o vengano obbliqui, quelli non operano circa la struttura dell'arco, come dai due scorsi esempj si è osservato.

CO-

Tav. 10. Fig. 4.

COROLLARIO SECONDO.

DAlla natura degli archi procedenti da varie sezioni di cilindro scorgerassi la ragione, per la quale sono sussistenti più sorte di volte, che altro non sono, che un composto di varj cilindri, o sezioni d' essi, sul qual particolare sendomi più volte imaginato, come tali generi di volte potessero aver sussistenza, e sopportar grandi pesi, quando che dal considerarne la lor natura ne restai sincerato, e per incominciare con ordine dalle cose più chiare, faremo in primo luogo osservazione sopra le volte fatte a porzione di cilindro in siti regolari, e quadrati, che volgarmente si dicono a crociera.

Tav. 11. Fig. 1.

Eletto adunque il sito per farvi un volto a crociera, il quale sia di figura quadrata posto su quattro pilastri ABCD, si faranno i loro centini, o sesti espressi pei quattro semicerchj AEB, BFC, CGD, DHA, i quali eretti perpendicolarmente al piano ABCD, formerassegli al dissopra l'armatura, come si suol fare nella struttura delle volte, dappoi incominciando a collocare i mattoni tutto all'intorno si chiuderanno i quattro primi ordini compresi tra il quadrato ABCD, e l'altro EFGH, acciocchè possansi tra di loro sostenere nell' unione dei varj cilindri, che s'incontrano, e si sostentano a vicenda. Chiuso poi il primo ordine procederassi al secondo, che trovasi ne'termini IkLM, il quale si farà d'ugual larghezza tutto all'intorno, acciocchè meglio possasi consolidare. Quello poi, che in queste sorte di volte arreca la maraviglia, si è il vedere la porzione

porzione del cilindro EIkF, e tutte le altre non essere appoggiate all' incontro del muro, ma bensì sullo spigo, o angolo, che formasi nell' unione dei cilindri, come questo sia resistente. Ma se farassi maturo riflesso su ogni cosa, si vedrà, che intanto la porzione di cilindro EIkF si sostiene in piedi, in quanto che appoggiasi all' incontro di due pezzi di cilindro, messi per punta, come sono i due pezzi FPkQ, e l'opposto RESI, i quali vengono anche loro incontrati dagli archi, o siano porzioni d' altri cilindri, che vicendevolmente s' incontrano. Così seguirà pur anche nel proseguimento della suddetta volta, serrandola sempre corso per corso ad angoli retti ugualmente tutto all' intorno, che in tal guisa mai non verrà in rovina, qualora i pilastri avranno resistenza bastevole per soffrirne l' impeto, come si presuppone.

Tav. 11 Fig. 1.

PROPOSIZIONE XXVII.

Come possasi stendere in piano la superfizie d' una volta fatta a crociera, dovendola fare di pietre di taglio in un sito quadrato.

Sia un sito quadrato, come nella figura dell' antecedente Proposizione, in cui abbiasi a fare una volta a crociera in luoghi, ove o non siavi la comodità d' avere mattoni, oppure che per maggior sodezza vogliasi fare di pietre di taglio, è manifesto, che altro non sarà, che quattro cilindri congiunti insieme in angolo retto, i quali per congiungere, fa di mestieri segare, in guisa che esattamente s' uniscano, per lo

Fig. 2.

che

Tav. II. Fig. 2. che meglio spiegare ho fatto qui nella tavola il profilo della volta suddetta, espresso ne' termini ABCDE, la di cui grossezza sia AFEG, nel qual profilo vedesi la sezione d'un cilindro FBCH unirsi coll'altra FGHD in angoli retti sulla diagonale FH, e questo sarà bastevole per darne un'idea più chiara di dette sorte di volte, dopo del che si faremo a dimostrare, come debbansi tagliare le pietre, acciò nell'unirsi che faranno, ed accommodarsi meglio s'assettino, ed accordino insieme, ed essendo detta volta in sito quadrato, e per conseguenza fatta con quattro sezioni di cilindri simili, qualunque volta discorrerassi d'uno d'essi, intenderassi nella stessa guisa de' restanti.

Sia adunque il cilindro, che segar devesi per farne il volto ALKI, la di cui base sia espressa pel quadrante LKM, che tanto basta, la quale sarà non ad angoli retti col piano KD, su cui appoggiasi il volto suddetto, a motivo di dar nella sommità del volto maggior elevazione, acciò da questa maggiore ne proceda la resistenza, pel cui effetto le sezioni d'esso cilindro diverranno obblique all'asse del medesimo; elevata adunque dal punto k una retta linea perpendicolare al piano kD, questa segherà il cilindro suddetto kLAI obbliquamente al suo asse kI, giusta l'angolo IkN, e rappresenterà nello stesso tempo la superfizie del muro, che detto sito circonda.

Diviso adunque l'ambito del quadrante LM in parti uguali a piacere ne' punti OPQ, da essi si condurranno raggj al centro k, finchè seghino l'altro quadrante paralello, che rappresenta la solidità, e rinchiude la grossezza del volto, da' quali punti si condurranno

linee

linee paralelle alla LA, finchè s'incontrino nel taglio del volto kA, come vedesi la paralella prodotta da O segare la curva kA nel punto R, la proveniente dal punto P segare il taglio nel punto S, e la prodotta da Q segare la stessa curva in T, nella stessa guisa potrassi fare delle seconde procedenti da' punti interni del secondo cerchio, o sia quadrante XY, producendole sino all' incontro della seconda linea del taglio VF, la di cui operazione vedesi per linee occulte, ed avremo preparato quanto fa di mestieri per distenderne in piano la di lei superfizie.

Tav. II Fig. 2.

Si conduca ora a parte la retta linea 1. 2., nella quale giusta *la Prop.* 18., e 19. di questo stenderassi la curva ML con tutte le sue divisioni, talmente che la divisione MQ si ugguaglj ad 1.3., MP ad 1.4., MO ad 1.5., e finalmente ML compisca tutta la lunghezza della linea 1.2., dalle quali divisioni 3.4.5.2. s'eleveranno perpendicolari alla linea 1.2., le quali si prolungheranno al bisogno, sopra di cui in tal guisa dovrassi segare l'esterna superfizie del cilindro, col quale si veste la quarta parte del volto. Prese dappoi tutte le linee, che dalla retta LK sino alla curva KA s'estendono, e trasferte nella figura seconda, ciascuna sulla sua corrispondente, come per esempio la linea LA si trasferirà nella figura seconda da 2. in 6., così presa la linea ZR si trasferirà da 5. in 7., nella stessa guisa la Z 5. si porterà da 4. in 8., e finalmente alla ZT renderassi uguale la 3.9., ed avremo i punti 1. 9. 8. 7. 6., i quali s'uniranno insieme colle rette linee 1.9., 9.8., 8.7., 7.6, e sarà compiuta una superfizie interna, che vestirà la porzione del cilindro costituito nei termini LKA, dalla quale dovendone

Fig. 3.

Tav. II. Fig. 3. done di bel nuovo segare una porzione, che è quella, che ci viene espressa pel triangolo LNK, prenderassi la distanza LN, e si trasferirà da 2. in 10. fig. 3., così delle restanti, cioè Z 14. si porterà da 5. in 11., Z 15. da 4. in 12, e finalmente Z 16. si trasferirà da 3. in 13., quai punti di bel nuovo s'uniranno con altrettante linee rette, come dalla figura meglio si vede, e sarà la superfizie 1. 10. 6. quella appunto, che vestirà la porzione di cilindro contenuta ne' termini kNA, sopra della qual superfizie distesa, qualunque volta vorrassegli collocare la superfizie interna del medesimo cilindro per ricavarne da esse la di lui solidità non altrimenti avrassi ad operare di quello, che fecesi *nella Prop.* 24., cioè col prendere ciascuna delle divisioni, che nel secondo quadrante XY si ritrovano, rapportandone ciascuna sulla sua corrispondente nella figura seconda, dividendone però, come altrove si è praticato, la differenza ugualmente da ambe le parti, lo che meglio ancora vedesi nell'esempio espresso. Per terminarle poi ciascuna secondo la propria sezione, si rapporteranno tutte le misure, che dalla linea Lk si ritrovano sino alla curva VF, come per esempio la distanza XF si rapporterà da 17. in 18. fig. 2., così la seconda X 21. si trasferirà da 19. in 20., e successivamente di tutte le altre, le quali pur anche si termineranno con rette linee, come vedesi nella figura espresso.

In riguardo poi alle commissure, quelle non farannosi perpendicolari nè al piano del volto VD, nè all'asse del cilindro MI, ma bensì si condurranno tutte al centro I, come vedesi nel profilo AEFG, che così ciascuna porzione di Cilindro formando una spezie di

piano

piano da luogo all'altro di più agiatamente accommodarvisi, che così maggiormente incontrandosi le solidità avranno ogni via più resistenza, che è quello, che prima d'ogn'altra cosa fa di mestieri ricercare, da quali sezioni, o taglj si potremo pur anche regolare nel segarne le porzioni di detto cilindro distese, come nella fig. 3. si è praticato.

Tav. 11. Fig. 3.

Coll'ajuto poi di dette sezioni di Cilindri si potranno far volte in ogni sorte di siti, abbenchè irregolari, come in siti pentagoli, ottangoli, triangoli &c., e per darne una cognizione, cominceremo a dimostrare, come debbasi construrre una simil volta in un sito quadrilungo, come sarà questo ABCD, i di cui lati minori AC, BD si divideranno per mezzo ne' punti EF, in cui fatto centro descriverannosi i due circoli BGD, ed AHC, che rappresenteranno la base dei due cilindri, dai quali devesi segare le due porzioni di volto BID, ed AIC, o per meglio spiegarsi serviranno per i due centini, o sesti, su' quali appoggiar devesi l'armatura del volto suddetto, i quali divisi nelle stesse porzioni elette a piacimento, da esse si dedurranno perpendicolari ai due diametri de' cerchj AC, BD che si produrranno ancora oltre dei medesimi diametri, finchè incontrino le diagonali CB, AD, che uniscono gli angoli opposti del rettangolo sovra accennato, come dall'esempio si vede, in qual maniera saranno espresse due sezioni di cilindro abili a formare due quarti del volto suddetto. Restaci ora da descrivere le basi dei due cilindri, che segar si devono per compire il restante del volto, cioè la porzione AIB, e l'altra opposta agli CID, dei quali cilindri trovandosi maggiore il diame-

Tav. 12. Fig. 1.

tro,

Tav. 12. Fig. 2. tro, come vedesi AB esser maggiore di BD, nè dovendo il semidiametro, o vogliam dir l'altezza del medesimo eccedere le due stabilite altezze FG, ed HE, saremo in necessità di formare le basi dei nuovi cilindri ellittiche, pel cui effetto dedotte da punti kLMI linee normali al diametro AB, che si prolungheranno oltre il medesimo quanto fa di mestieri; quindi presa la lunghezza della linea EH, quella trasporterassi da Y in 1., così la seconda PQ trasferirassi da X in 2., la terza RO si porterà da V in 3., e finalmente alla quarta NS farassi uguale la T 4., ed avremo i punti 4. 3. 2. 1., pe' quali se condurrassi una curva, questa descriverà una semiellissi, che servirà di base al cilindro ellittico, o piuttosto per sesto alla volta sovra nominata, la quale avendosi a fare di pietra, si taglieranno in tal guisa le commissure, che nell'unirsi, che fanno gli due cilindri circolare, ed ellittico sulle diagonali giustamente s'incontrino, come vedesi nella figura ne' punti kLMI, acciò meglio possasi conservare la resistenza, e facendosi di mattoni, si metteranno in opera, in modo che anche le di loro commissure s'incontrino ad angoli retti sulle diagonali, dovendole però sempre serrare corso per corso, acciò meglio si colleghino, ed assodino insieme. Nè più sulle volte nascenti dal cilindro estenderommi a distenderne le superfizie loro in piano, essendo la stessa cosa praticata poc'anzi, stimando inutile lo replicare più volte la stessa cosa, potendosi colle medesime regole da ciascuno distendere.

Nè altrimenti avrassi ad operare, qualunque volta si avranno a formare volte in siti regolari, come in pentagoni, triangoli, esagoni &c., purchè abbino i lati

uguali,

uguali, dividendo gli angoli loro per mezzo, su' quali si formeranno le sezioni dei cilindri variamente segati, che fatte in tal guisa in ciascuno di detti siti le volte saranno sempre resistenti con ciò, che nella struttura d'esse siasi osservata sempre la regola avanti prescritta secondo la natura dei cilindri, dai quali derivano.

Tav. 12. Fig. 1.

Ma se i sovra accennati siti, in cui abbiansi a formar tali volte, fossero irregolari, cioè di lati, ed angoli disuguali, come il triangolo ABC, allora abbisognerà servirsi d'un altro metodo, cioè che divisi tutti e tre gli angoli suddetti per metà coll'ajuto delle linee AD, DB, DC, che tutte andranno ad unirsi nel punto D, quindi divisa la minore AB per mezzo nel punto E, in cui fatto centro coll'intervallo EA formerassi il semicerchio AFB, che esprimerà la base del cilindro, il di cui ambito dividerassi in parti a piacere, come si vede in GHI, da' quai punti si dedurranno altrettante normali al diametro AB, come sono GL, HM, IN, fatto questo unirassi il punto E, col centro D colla retta DE, alla quale da' punti LMN, e gli altri si condurranno paralelle, finchè incontrino la retta BD ne' punti OPQ, e lo stesso praticherassi dalla parte opposta, come resta espresso, avremo i taglj del cilindro, che vestirà la porzione di volto ADB. Per ritrovare poi la base del cilindro, col quale vestirassi la porzione di volto BDC, dividerassi di bel nuovo la linea BC per mezzo nel punto R, che unirassi pur anche col punto D per mezzo della retta DR, alla quale parimenti si condurranno paralelle da' punti OPQ le linee OV, PS, QT, da' quai punti TSVR s'eleveranno di bel nuovo altrettante perpendicolari,

Fig. 2.

Tav. 12. Fig. 2. che produrrannosi al bisogno, quindi per terminarle prenderassi la lunghezza EF, e si porterà da R in X, così la seconda LG trasferirassi da V in Y, e parimente alla terza MH farassi uguale la SZ, e così delle altre, coll' ajuto delle quali avremo i punti, pe' quali passerà una curva, che sarà ellisse, che servirà di base all' altro cilindro, che segar devesi giusta le due sezioni DB, BC, e nella stessa guisa operando anche dall' altra parte, ritroverassi la terza base del cilindro, la qual sarà pur anche ellittica, fatta sul diametro AC, come dalla figura si vede, secondo la quale devonsi pur anche regolare le commissure nell' eseguirne la struttura.

Fig. 3. Collo stesso ordine ancora procederassi in ogni altro sito irregolare, in prova del che siavi il sito pentagolo, nel quale debbasi fare la volta dello istesso genere a porzione di cilindro, i lati della qual figura sieno disuguali, nè dovendo le sommità dei varj cilindri eccedersi tra di loro, cagioneranno diverse basi. Eletto adunque nel suddetto pentagolo il lato minore AB, quello dividerassi per mezzo nel punto C, in cui fatto centro, coll' intervallo CA descriverassi il semicerchio ADB, che sarà base d' uno dei cilindri, che impiegar si devono nella struttura del volto suddetto, il quale diviso in parti a piacere, da esse si dedurranno normali al diametro AB, come sono EFG. Dappoi divisi i due angoli del pentagolo AB per mezzo coll' ajuto delle due rette linee AH, BH, che nel punto H s' incontrano, avremo i taglj del cilindro, ossia la di lui projezione espressa pel triangolo AHB, per averne poi le di lei commissure, congiungerassi in primo luogo

il

il punto C coll'altro H, colla retta HC, alla quale da' punti GFE, e gli altri si condurranno altrettante paralelle, finchè incontrinsi nelle linee AH, HB nei punti IkL, e gli altri, il qual cilindro avendo per base il cerchio ADB, la di cui altezza, o vogliam dir semidiametro CD non devesi mai eccedere negli altri cilindri, i quali trovandosi di maggior diametro, renderanno le basi dei restanti cilindri ellittiche, delle quali per ritrovarne il contorno procederassi in questa guisa; diviso il diametro, o sia altro lato del pentagolo AM per metà nel punto N, ed il di lui angolo M colla retta MH, dallo stesso punto H condurrassi una retta linea al mezzo N, alla quale linea NH dai punti IkL sovra ritrovati condurrannosi paralelle IO, kP, LQ, trasferendole dall' altra parte, finchè s'incontrino colla linea MA ne' punti OPQ, e gli altri, dai quali di bel nuovo le sovra accennate linee si eleveranno normali al lato AM, che si produrranno al bisogno, per terminarle poi, e ritrovare in esse i punti, pe' quali condur debbasi l'ellisse, porterassi la distanza CD da N in R, così la seconda GZ da O in S, la terza FV da P in T, e finalmente la quarta EX da Q in V, per quai punti conducendo una curva, questa sarà la base del cilindro, che segar devesi per vestire la porzione di volto MHA, la di cui altezza RN uguaglierassi alla CD, come già fecesi per costruzione, e collo stesso ordine potrassi procedere nel ritrovare le altre basi di tutti i restanti cilindri, che per compire il volto suddetto son bisognevoli, lo che assai facilmente si può dalla figura comprendere. In riguardo poi alla struttura, in questo potrannosi

Tav. 12. Fig. 3.

Tav. 12. praticare le regole già avanti prescritte tanto in questo, che in ogn'altro sito irregolare.

PROPOSIZIONE XXVIII.

Come coll' ajuto degli stessi cilindri, ma diversamente segati, possansi formare in tutti i siti sì regolari, che irregolari i volti d'un altro genere dissimili dalle precedenti.

Fig. 4. NElla struttura delle volte finora dimostrate sempre si adoperarono i cilindri, ed usi loro transversamente, a segno che incontravansi li medesimi per via degli assi loro, quivi per lo contrario si serviremo dell'uso di detti cilindri per la loro lunghezza, talmente che s'incontrino per via dei loro diametri, da' quali diversi usi ne nasce, che siccome nel primo metodo, e nell' unione dei varj cilindri formavansi al di sotto del volto alcuni angoli, che volgarmente addimandansi spighi, quivi gli angoli suddetti, che dall'unione de' cilindri deriva, trovasi al disopra del volto, la qual sorta di volti addimandasi comunemente a padiglione, che sono quelli, che per lo più si adoperano nelle camere civili, come di più bell'aspetto, e più comode per l'ornato o finto, o vero, delle quali dovendo dimostrarne il metodo, ed in che modo segar debbasi il cilindro, acciò venga accomodato al nostro bisogno, s'immagineremo un sito, o camera di figura quadrata, in cui debbasi formare un volto di tal sorta, il quale sia ABCD, la di cui grossezza sia DE, dividasi uno de' di lui lati BD per mezzo in

F, e

F, e colla distanza FB fatto centro in G, descriverassi il quadrante GHI, quindi aperto il compasso sino in K, formerassi un nuovo quadrante paralello KL, che esprimerà la grossezza del cilindro da segarsi per formarne il volto, il di cui ambito sì interno, che esterno LK si divideranno in parti a piacere, come MNO; dalle quali divisioni dedotti raggj al centro G, questi segheranno nella stessa proporzione il quadrante HI, dedotte indi dagli angoli opposti della pianta AD, BC le diagonali, quelle s'incontreranno nel punto P, dappoi dalle divisioni del quadrante esterno ONM dedotte altrettante paralelle alla linea LP, imprimeranno i pezzi, o commissure esteriori del cilindro segato dalle due linee AP, PK, così dalle sezioni dell' interior quadrante si dedurranno di bel nuovo le paralelle, che esprimeranno le commissure dello stesso cilindro interiormente, lo che per evitare la confusione praticossi per via di linee occulte, come nella figura si vede, qual projettura di cilindro segato ne' suddetti termini AP, Pk, ci esprimerà una quarta parte del volto, il quale volendosi distender in piano, altro non farassi, che distendere la KL colle sue divisioni nella QR, rapportandovi in essa tutte le misure de' taglj esteriori, che nella pianta si veggono, con terminarla nelle stesse distanze, dalle quali avremo i punti per condurre le curve, che detta superfizie compiscano. Nella stessa guisa ancora potrassi praticare nello stendervi superiormente l'interna superfizie, per poterne da quelle ricavare la solidità, come si è finora operato, e per terminarle si prenderanno tutte le misure derivanti dall' interno quadrante HI, espresse per linee occulte;

Tav. 12. Fig. 4.

Tav. 12. Fig. 4. delle quali cose tutte vedesi l'esempio assai distinto nella figura congiunto colle dimostrazioni precedenti, essendo sempre lo stesso metodo di stendere in piano le varie sezioni di cilindri, abbenchè varie possano essere le misure.

Tav. 13. Fig. 1. Ma quando avessesi a fare un volto a padiglione in un sito quadrolungo, come vedesi espresso ne' termini ABCD, segherassi il cilindro, il di cui diametro sia AB per via delle linee AE, BE, DF, CF, che divideranno gli angoli del paralellogrammo per mezzo, sulle quali s'incontreranno le varie sezioni dei cilindri, come meglio dalla figura si può vedere, trovandosi quivi tutte le porzioni dei cilindri derivanti dalla stessa pianta, perciò tutti d'ugual diametro.

Fig. 2. Se poi il sito da farvi un tal volto fosse irregolare, come dimostra il trapezio ABCD, in cui non solo i lati, ma ancora gli angoli ritrovansi diversi, ciò nulla ostante non tralascierassi quivi di ritrovare le sezioni, e basi dei cilindri, che a vestir tal figura sono bisognevoli, dividendo ciascuno dei lati suddetti per mezzo, formandovi a ciascuno un arco, o semicerchio, come dalla figura meglio si vede, quindi principiando l'operazione sul lato minore AC, dividerassi il semicerchio sovrappostogli in parti uguali a piacere, ed in altrettante dividerassi pur anche l'opposto cerchio sul diametro BD, i quali due mezzi cerchj veggonsi divisi ciascheduno in parti otto uguali, dalle quali divisioni dedotte da ambe le parti altrettante normali ai rispettivi loro diametri, che cadranno ne' punti HIKLEFG tanto da una parte, che dall'altra, i quai punti segnati nei diametri, come che procedenti dalle stesse, e cor-

e corrispondenti divisioni s'uniranno insieme per via delle rette HH, II, e le altre, lo stesso facendo dalle altre due parti, avremo le commissure delle quattro sezioni dei cilindri, che s'incontrano sulle diagonali, come dalla figura si vede, ma trovandosi ancora, che secondo le diverse lunghezze dei diametri, crescano nella stessa guisa i cerchj, che su essi si trovano, ne accadrebbe da questo, che il volto suddetto in tal sito troverebbesi in tutte e quattro le di lei sommità di disuguale altezza, per il che sarà necessario, determinata una sola altezza, accomodarsi a quella, con fare, o ridurre i restanti cerchj in tante ellissi, lo che praticherassi in tal guisa, col prendere tutte le normali, che nel semicerchio AMC si ritrovano, e portarle ciascheduna sulla sua corrispondente dagli altri diametri insù negli altri semicerchj, per ritrovarne i punti, per i quali possasi condurre l'ellisse, che sarà la base, o il sesto del volto in tutti i lati, come vedesi la distanza LM tolta dal semidiametro trasferirsi nell' opposto semidiametro da L in N, e negli altri; così la seconda distanza KO trasferirassi nella parte opposta da K in P, e tutte le altre anche negli altri cerchj, ne' quali si ritroveranno i punti, per cui passerà la curva, che esprimerà in ciascuno il sesto del volto, come meglio dalla figura si vede. Da queste notizie poi facilmente ricaverassi il mezzo di far tali volte in ogni sorte di siti, dovendovi però sempre a qualunque d'esse farvi i suoi sufficienti speroni, come si dimostrarono *alla Prop. 6. di questo* sul particolare degli archi.

Tav. 13. Fig. 2.

N 4 Non

Tav. 13. Non sempre avviene, che si possiamo servire di porzioni di cilindro, e dei cilindri medesimi per formarne archi, o volte, ritrovandosi alcune volte certi siti, ove non possansi praticare alcune sezioni di cilindri, perciò sarà allora di mestieri raccorrere alla seconda figura de' solidi, che sarà la conica, giusta la quale si potranno superare molte grandi difficoltà nel fare archi, o volte, i quali avranno molto maggior resistenza di quella, che abbiano gli archi cilindrici, e questo a motivo che il cilindro si serra nel centro, che trovasi corrispondere all'asse del medesimo, ed il cono doppiamente s'incontra, a causa che non solo sul proprio centro trovasi gravitare, ma bensì sull'apice, nel quale parimente s'incontra, per le quali ragioni dedurrassi la maggior resistenza nel cono, che nel cilindro, lo che dimostrerassi qui appresso.

PROPOSIZIONE XXIX.

Come formar debbasi un arco a porzione di cono contenuto tra due linee rette.

Fig. 3. Sieno gli imposti dell'arco AB, CD, su' quali debbasi principiare un arco, che cada a piombo delle due rette linee AC, BD, questo farassi a porzione di cono, e per ritrovare il cono, dal quale nascer debba tal porzione, si produrranno le due suddette linee AB, DC, finchè s'incontrino nel punto E, in cui troverassi l'apice del medesimo, quindi divisa la linea BD per mezzo in H, unirassi il punto H col punto E, e produrrassi dall' opposta parte quanto sarà di mestieri, eletta dopo la figura dell'arco suddetto, la quale farassi semicircolare, pel cui effetto fatto centro in H coll'in-

tervallo

tervallo HB descriverassi il cerchio BID, del quale stabilitane la grossezza DG, coll'intervallo GH condurrassi il secondo arco concentrico GKL, dalla qual operazione si ricaveranno tutte le misure per istendere in piano l'arco suddetto.

Tav. 13. Fig. 5.

Diviso adunque l'ambito d'uno degli archi suddetti in parti a piacere, come vedesi ne'punti 1. 2. 3., e così dall'altra parte, si condurranno da essi altrettante linee al centro H, finchè restino segate dal secondo cerchio paralello negli altri punti 4. 5. 6., dai quali di bel nuovo si faranno cadere perpendicolari alla linea BD, come vedesi espresso ne'siti 7. 8. 9., da dove finalmente condotte altrettante linee all'apice del cono E, finchè incontrino la linea CA, dimostreranno nella sezione dell' arco, o sia cono AC, BD le commissure, o piuttosto i taglj delle pietre, delle quali intendesi formar detto arco, d'onde ne avviene, che per ritrovarne le misure particolari sarà di mestieri il distenderne la superfizie in piano, pel cui effetto presa la distanza EA col centro E, descriverassi l'arco AM, ed aperto di nuovo il compasso da E in B descriverassi l'altro arco concentrico BN, dappoi presa la distanza B 6. si trasferirà da B in 10., la seconda 6. 5. si porterà da 10. in 11., così la terza 5. 4. si trasferirà da 11. in 12., e finalmente la 4. I si porterà da 12. in N, però con piccolissime aperture di compasso, acciocchè quanto più sarà possibile s'accostino queste due curve IB, e BN alla stessa uguaglianza, dai quai punti 10. 11. 12. N nella stessa guisa, che fecesi per lo passato si condurranno linee al punto E, finchè incontrino la curva AM, le quali denoteranno le commissure espresse nell'interna super-

fizie

Tav. 13. Fig. 3. fizie del volto suddetto, in tal guisa che se la superfizie distesa ABMN si applicasse al destinato luogo, le curve AM, BN si conterrebbero ne' termini espressi dalle rette linee AC, BD, e ciascuna delle commissure suddette s'applicheria appunto sull'altra nel vestigio impressa, che vale a dire il punto, e sua commissura 10. sopra il punto, e commissura 9., così il punto, e commissura 11. applicheriasi sul punto, e commissura 8., così pur anche la commissura 12. addatterebbesi sul punto, e commissura 7., e finalmente la MN coprirebbe affatto la commissura HO, e se si replicasse la stessa cosa dall'altra parte, avrebbesi con che vestire tutto l'arco intieramente.

Dalla poc'anzi fatta operazione più facilmente verrassi in cognizione del metodo di esporre la intiera solidità di detto arco, pel cui effetto eletta la grossezza, o vogliam dir solidità del cono, la quale conterrassi tra le due linee GP, DE, espressa pur anche nell'arco per la larghezza GD, la qual grossezza avendo a dimostrare distesa in piano per indicare la figura delle pietre, che per vestire tal arco si ricercano, farassi centro nel poc'anzi conosciuto punto P, all' intervallo PG condurrassi un arco GQ, e ristretto da indi il compasso fino in F, formerassene un altro paralello FR, dappoi nella stessa guisa, che praticossi per lo passato si dovrà stendere la curva GK nella GQ colle stesse divisioni, che ivi si trovano, come per esempio la distanza G 13. si trasferirà da G in 14., la distanza 13. 15. si porterà da 14. in 16., così pure la 15. 17. si farà uguale alla 16. 18., e finalmente l'ultima distanza 17. k si trasporterà da 18. in Q, i quali punti

14.

14. 16. 18. Q si uniranno al punto P, finchè restino sègate dalla seconda curva ER, lo che assai distintamente dalla figura si vède, nella qual maniera si vederanno espresse tutte le porzioni dell'esterna superfizie dell'arco suddetto. Ma per ritrovarne la solidità sarà di mestieri sovrapporre ciascuna porzione dell'interna superfizie sopra la sua corrispondente nell'esterna; ma per collocarle al debito luogo si divideranno primieramente tutte le porzioni di detta superfizie esterna per mezzo, conducendo dalle ritrovate divisioni altrettante linee al punto P, come meglio si comprende dalla figura, le quali tutte si faranno tagliare dall'arco ST proveniente dal semidiametro PE, come si vedono sègate ne'punti 20. 21. 22. 23. . Presa dappoi la distanza EB, e fatto centro in 20., con esse descriverassi l'arco 28. 29., così transferto il centro nel punto 21., colla stessa apertura condurrassi l'altro arco 30. 31., e sussèguentemente cambiando centro si formeranno di bel nuovo nelle restanti due porzioni simili archi, ed avremo il termine, o lato della superfizie interna sovrapposta all' esteriore; per ritrovarne poi il secondo lato ripiglierassi la distanza EA, e fatto di nuovo centro in 20. condurrassi un altro arco, e trasferta di lì nel punto 21. formerassene un altro, come anche nelle due restanti parti, come dalla figura si vede.

Tav. 13. Fig. 3.

Altro per ora non restaci, che il terminarne i suddetti opposti lati, dalle estremità de'quali vengono in conseguenza i due restanti, pel cui effetto divisa una delle porzioni dell'interna superfizie, come B 10. per metà, ciascuna d'esse porterassi da 24. in 28., e da 24. in 29., da' quai termini si condurranno due rette

linee

Tav. 13. Fig. 3.

linee al punto 20., che segheranno nello stesso tempo l' opposto lato ne' punti 32. 33., e sarà collocata a suo luogo l' interna superfizie della pietra sulla esterna, talmente che per dimostrarne con esse una figura solida, altro non abbisognavi, che l' unire gli angoli dell' una con quelli dell' altra superfizie, come trovasi nella figura espresso. Così nella seconda pietra potrassi operare, trasferendo nella stessa maniera la metà della sovra accennata distanza B 10. da 25. in 30., e da 25. in 31., da' quai punti conducendo due altre linee al punto 21., taglieranno anch' esse l' opposto lato per indicare la seconda superfizie, così proseguendo nel restante si troveranno tutti i cunei, che sono necessarj per compire l' arco suddetto, come assai chiaramente dall' esempio si vede.

Nè qui farommi a dimostrare, come nell' arco suddetto ritrovisi la resistenza nella stessa guisa, che negli archi a porzione di cilindro, come fecesi vedere *nella Prop. 2. di questo*, massime in riguardo al pilastro, che se gli sottopone, ritrovandosi operare quivi nella stessa guisa le direzioni, anzi che, dirò io, essere quivi nell' arco maggiore la resistenza in rispetto alla di lei natura, avvegnachè doppiamente resiste, trovandosi compresso, serrandosi sempre più verso l' asse del cono, che quivi serve per centro dell' arco, e per altra parte verso l' apice d' esso cono, al quale tutte dette pietre trovansi inclinare; soltanto in queste occasioni devesi aver riguardo nella struttura a collocare talmente le pietre con gran diligenza, che non si diparrano dalla natura del cono, di cui è porzione, tanto più, che nellá di lei parte più ristretta

trovasi

trovasi appoggiato ad un arco cilindrico, come dalla Tav. 14. di lei pianta si vede.

PROPOSIZIONE XXX.

Alcune volte avviene, che debbansi fare in certi Fig. 5. siti arcate, che s'avanzino in fuori oltre i loro imposti, per non interrompere la piante, che devono per l'ordinario ricorrere sopra gli archi, nella stessa guisa che corrispondono inferiormente, ed acciò per l'avanzo, che essi archi fanno, riserbino la loro resistenza, dovrannosi fare a porzione di cono, ritrovandosi in tal figura d'arco, non ostante il di lui sporto compensata la resistenza dalla natura istessa del cono, il quale piuttosto propende verso l'apice, lo che andrassi dimostrando in appresso.

Sia dato il cono ABC segato dalle due curve AB, DE, che rappresentino il vestigio dell'arco connesso, la di cui superfizie sarà d'uopo stendere in piano per meglio concepirne l'idea. Congiungansi i due termini A, e B colla retta BA, la quale divisa per mezzo in F, additeracci quivi il centro del cono suddetto, coll' ajuto del quale descriverassi il cerchio BGA, che servirà, o dimostrerà la pianta del cono suddetto, il qual cerchio diviso in parti uguali a piacere, come 1. 2. 3., da esse si condurranno linee paralelle al semidiametro GF, come vedesi 1. 4., 2. 5., 3. 6., da' quali ultimamente ritrovati punti si condurranno linee all' apice del cono C, talmente che seghino la porzione del cono contenuta tra le due curve AB, DE, come dalla figura si vede in qual maniera sarà espressa la

pianta

Tav.14. Fig. 1. pianta dell' arco ne' termini AHB, DIE. Con tutto questo parmi, che non siasi ancora bastevolmente spiegata la difficoltà di questa cosa, trovandosi maggiore nel distendere la superfizie di detto arco in piano, conciossiacosachè dalla unione delle pietre, o mattoni nella costruzione del medesimo ne dipenda la resistenza. Cominciando adunque per istenderne la superfizie interna, cioè a dire quella, di cui si veste l'arco per il disotto, farassi pria d' ogn' altra cosa centro in C, apice del cono suddetto, e prese le due diverse lunghezze CE, CB si formeranno due curve EM, EL, le quali si produrranno quanto fa di mestieri, dappoi misurata la curva BG con piccole aperture di compasso, farassi uguale la BL, segnandovi anche in essa le medesime divisioni 1. 2. 3. sotto gli altri termini 7. 8. 9., da' quali di bel nuovo si condurranno altrettante linee al punto C suddetto, e si prolungheranno al dissopra di detta linea quanto farà di mestieri. Fatto questo da' punti HOPQ si condurranno linee paralelle alla FB, sinchè s' incontrino nel lato EC del cono prodotto in R, di modo che la proveniente da H incontrerà in R, la procedente da O cadrà in S, la derivante da P ferirà in T, e finalmente la prodotta da Q verrà in V, coll' ajuto delle quali si taglieranno le porzioni dell' arco distese in piano, e cominciando dalla prima, prenderassi la distanza CR, e quella porterassi da C in 10., così la seconda CS si trasferirà da C in 11., la terza CT si porterà da C in 12.; e finalmente la quarta CV si trasporterà da C in 13., per i quai punti B 13. 12. 11. 10. destramente condurrassi una curva, che rappresenterà un lato della superfizie distesa. Per rica-

ricavarne poi l' altra curva EL, che chiudeva tutta la superfizie, dedurrassi la stessa operazione dalle divisioni, o siano punti interni della pianta dell' arco DIE, trasferendone le stesse distanze nella curva EL, come si è sinora praticato, avremo l'interna superfizie, che vestirà l'arco suddetto secondo le sezioni AHB, DIE, e se cercherassi di stenderne la solidità, potrassi operare come nell'antecedente Proposizione.

Tav. 14. Fig. 1.

PROPOSIZIONE XXXI.

Come coll' ajuto del cono, e del cilindro possasi formare una volta vacua nel mezzo, e che nulladimeno possa sopportare un gran peso a motivo della di lei resistenza.

SIA dato il sito quadrato d'una camera, o scala, che sia più a piacere ABCD, attorno alla quale debbasi fare un volto in tal maniera, che resti uno spazio voto nel mezzo, e che ciò non ostante abbia tal volto una resistenza non solo bastevole per sostenersi in piedi, ma pur anche per sopportare ulterior peso, come per esempio se fosse alla sommità d'una scala, per ove fossimo in dovere di mendicare la luce, o altro bisogno. Facciansi in primo luogo nei quattro angoli del sito sovra esposto quattro coni segati da due superfizie piane poste in angolo retto, come vedesi il cono AF segato dalle due superfizie CF, FG, il qual cono, o vogliam dir ciascuna delle di lui porzioni dovrassi fare di pietra tutta d'un pezzo, dappoi si collocheranno a suo luogo, come nella figura si vede; quindi se il sito sarà piccolo,

Fig. 2.

Tav. 14. Fig. 2. colo, e che perciò resti agevole l'unire un cono coll' altro con un sol pezzo di pietra, queste s'uniranno in piano, e formeranno assai bell'aspetto, ma quando ciò non fosse praticabile, allora potria si formare un arco piano da un cono all'altro, come dimostra il suo profilo superiore, che in tal maniera l'operazione riuscirà fortissima, e di bell'aspetto, ma negli angoli, o sia negli apici dei coni sarà di mestieri farvi i suoi sufficienti speroni, acciò più s'assodi ogni cosa. Nè sarei per dubitare della riuscita di tal volto, se si facessero gli archi da un cono all'altro rampanti, talmente che volessimo servirsene per una scala, lasciandoci il vacuo per la tromba, che allora riuscirebbe ancora più maravigliosa, massime quando da un cono all'altro si mettessero le pietre in luogo degli archetti, e quantunque il sito non trovisi di quadrato perfetto, ma di figura rettangola, potrà nulladimeno eseguirsi una tale idea, come pure se fosse d'altra figura, come triangolare, pentagola &c., con ciò, che li angoli non restino molto ottusi, perchè allora il cono non avrebbe tutto quell'incontro necessario per chiudere un simil volto.

COROLLARIO.

DI qui si raccoglie quanto sia necessaria, ed utile la cognizione de' corpi, e natura loro, all'occasione di doverne congiungere varj assieme, massime quando intendesi dal composto loro ricavarne nulladimeno la resistenza negli archi, e volte, la qual resistenza, come che da per se sola assai manifestasi, non si è in tutti questi capitoli rappresentata per maggior

brevità,

brevità, accadendovi sempre lo stesso tanto in riguardo all'impeto, che al peso verso de' suoi pilastri, come dimostrossi per l'addietro. Tav. 14 Fig. 2.

Delle Volte, od Archi fatti coll'ajuto di varie sezioni di sfera.

I Volti fatti a porzione di sfera sono quelli, che meno spingono all'incontro de' muri, e che più d'ogni altro restano connessi, ed assodati, e che finalmente sono abili a sopportare maggior peso senza pericolo di rovina, per i quali motivi, ed ancora per dare una breve notizia su tutti i corpi, non devesi tralasciare questo capitolo, e prima farommi a spiegare i modi, ne' quali possasi segare una sfera, o piuttosto come possansi formare secondo le varie sezioni di sfera le volte da essa nascenti, le quali sezioni al nostro proposito accomodabili possono essere di due sorte, una delle quali si è la presente espressa con circoli massimi, o vogliam dir paralelli, per i quali s'intenderanno tutti que' circoli concentrici formati dal centro O fino all'esteriore, ed il massimo ABCD, di qual metodo facciamo conto soltanto di servirsene in siti di volte assai grandi, come di cupole, ed altre volte consimili, senza che sieno segate, dovendo queste farsi, quanto si può compite, senza alcun interrompimento, o sezione, per il che di queste ne tratteremo in appresso, ed appigliandosi all'altro, che si è di segare una sfera in superfizie annulari, come dimostrammo *alla Prop. 23. di questa*, come soggetto più facile, ed al nostro fatto convenevole saremo per ragionare. Fig. 3.

Tav. 14. Fig. 4.

PROPOSIZIONE XXXII.

Come in un sito quadrato possasi formare un volto a porzione di sfera, o di pietra, o di mattoni, ma suppongasi in questo caso di doverlo fare di pietra.

SIa adunque il sito quadrato ABCD, nel quale sia necessario formarvi un volto a porzione di sfera, servendosi di varie porzioni annulari. S'unisçano pertanto gli opposti angoli di detto quadrato colle diagonali AD, CB, e nel punto E, ove le medesime si segano, fatto centro, descriverassi coll'apertura EB un cerchio circoscritto al quadrato suddetto, come dalla figura si vede; elette quindi sul semidiametro EF quante divisioni si vuole, cominciando da H sino in E o uguali, o disuguali che sieno, come resta espresso per i punti IKLM, per dove si condurranno altrettante linee paralelle al lato CD, che andranno a terminare nella periferia del cerchio, come sono IN, KO, LP, MQ, e le altre, quindi applicata una retta linea ai due punti immediati NC, quella prolungherassi sin a tanto che incontri il diametro EF prodotto in V nel punto R, in cui fatto centro, e distesa l'altra punta sino in C, con tale intervallo formerassi l'arco CX, e collo stesso centro disteso il compasso sino in N, descriverassi di bel nuovo il secondo arco NY, il qual intervallo tra queste due curve compreso conterrà una porzione d'anello, colla quale vestirassi la porzione di sfera NC, IH, ma per trovarne il termine, acciocchè detta porzione d'anello distesa arrivi giustamente a coprire

la

la destinata porzione di sfera NC IH, farassi di bel nuovo centro in H, e colla distanza HC, ovvero HD, descriveraissi il mezzo cerchio CED, quindi misurata con piccole aperture di compasso la curva, o sia quadrante CE, ad essa farassi uguale l'altra curva CX, indi uniraissi il punto X col punto Y colla retta XY, talmente che prodotta incontri il centro R, così farassi del secondo anello, facendo centro in S, coll' apertura SN formerassi l'arco N 2., ed aprendo il compasso sino in O formerassene di bel nuovo un altro O 3., che inchiuderanno un'altra porzione d'anello, bastevole a vestire la porzione di sfera OKNI, e per determinarne meglio la di lei lunghezza, abbenchè potessesi trasferire la lunghezza di NY nella N 2., tuttavia farassi di bel nuovo centro in I, e coll' intervallo IN farassi di nuovo un altro semicerchio, o suo quadrante IN 4., al quale renderassi uguale la curva N 2., ed uniraissi parimente il punto 2. col punto 3. con una retta linea prodotta dal centro S, che allora sarà sufficiente per vestire la porzione di sfera ONKI, e così farassi d'ogni altra porzione d'anello, come vedesi espresso nella figura, e come di già più avanti dimostrossi *nella Prop.* 23.

Tav. 14 Fig. 4.

Ma ritrovandosi, che da dette porzioni d'anello distese si debba detroncare quella parte soltanto, che per vestire lo spazio contenuto nel quadrato ABCD, dedurrassi in primo luogo dalla distesa porzione d'anello NCXY, che veste tutta la porzione di sfera NCIL quella parte, che a vestire la porzione di sfera NC 5., come esclusa dal quadrato suddetto non trovasi necessaria, per il che presa la misura della curva N 6. porzione

Tav. 14. Fig. 4. zione del quadrante N 4., quella porterassi da N in 7., ed unirassi il punto 7. col punto C colla retta C 7., e la restante porzione d'anello C 7. XY sarà appunto quella, che vestirà la porzione di sfera compresa nel quadrato ABCD sotto i termini C 5. IH; così per separare dalla porzione seconda d'anello ON 3. 2. quella parte soltanto, che a vestire la porzione di sfera contenuta nel quadrato ABCD sotto i termini KI 5. 11. richiedesi, porterassi in primo luogo la distanza N 6. del quadrante N 4. da N in 8., e sull'altra linea la distanza O 10. da O in 9., e s'uniranno i due punti 8. 9. con una retta linea, che separerà la porzione 8. 9. 3. 2. dalla restante, e quella servirà per coprire la porzione di sfera contenuta nel quadrato suddetto sotto i termini 5. 11. KI, così potrassi praticare delle restanti, come dalla figura si vede, ed in tal modo separerassi quel tanto, che solamente richiedesi per vestire la sfera contenuta nella figura quadrata ABCD.

Ma siccome la nostra idea s'estende non solo in dimostrare il mezzo di vestire una sfera di qualunque superfizie, ma bensì intendiamo con tal mezzo di dare la norma, come possasi formare una volta nel prescritto luogo a porzione di sfera, che abbia tutta la resistenza possibile, taglieremo di bel nuovo dette porzioni di anello in tal modo, che vestano solamente quella porzione di sfera contenuta nel triangolo ECH, pel cui effetto dovendo di bel nuovo dalla porzione d'anello C 7. XY, che dimostrossi vestire il rettangolo C 5. IK tagliarne quella porzione, che veste il piccol triangolo 5. C 13., lo che in tal guisa otterrassi, se dal punto 13. dedurrassi una paralella alla linea AC, sin-

chè

chè incontri il quadrante N 4. nel punto 12., e presa con piccole aperture la distanza N 12.; quella porterassi da N in 18., il qual punto unito col punto C taglierà per mezzo d'essa linea la porzione 7. 18. C, che era destinata per vestire il triangolo C 13. 5., sicchè resteravvi soltanto l'altra porzione C 18. XY, che vestirà la porzione di sfera C 13. IH contenuta nel triangolo suddetto ECH, che se si replicherà per tutte le restanti parti, formerassi il primo ordine di superfizie, coi quali vestirassi un ugual spazio tutto all'intorno del quadrato suddetto.

Tav. 14. Fig. 4.

Così volendo fare della seconda porzione d'anello, prenderassi la stessa distanza N 12., e quella porterassi da N in 20., dappoi dedotta dal seguente punto 14. un' altra paralella 14. 16., sinchè incontri l'altro quadrante KO 19. nel punto 16., e presa tal misura da 16. in O, quella porterassi da O in 21., e coll'ajuto della linea 20. 21. separerassi da questa porzione d'anello la parte 20. 21. 22., che vestirà la porzione di sfera contenuta nel triangolo sotto i termini 13. 14. kI, e se parimente questa si replicasse al bisogno, si formerebbe il secondo ordine di superfizie, col quale vestirebbesi un' altra porzione di sfera, e così farassi di tutti gli altri pezzi di anello, che così verrassi a chiudere il volto in modo tale, che riuscirà fortissimo.

La di cui gran forza meglio intenderassi nella figura qui appresso, in cui dimostrandosi il quadrato ABCD rappresentare una volta a porzione di sfera, fatta coll' ajuto di più sezioni annulari, delle quali parlossi poco avanti, ove se farassi in primo luogo riflesso sopra una porzione d'essa volta, il qual sarà ECDF, quello

Fig. 5.

Tav. 14. Fig. 5. troveremo esser non altro, che un arco sferico appoggiato sui due piedi EC, DF, così se se ne prenderà un' altra porzione susseguente GH, EF, altro parimente non sarà, che un altro arco della stessa natura appoggiato sui piedi GE, HF, e così tutte le altre sezioni potranno considerarsi come tanti archi uniti gli uni agli altri, che questo solamente saria bastevole per esprimere la resistenza d'una tal volta.

Ma se rivoltandosi la figura dall'altra parte considereremo diversamente segata la volta, cioè per la sezione IK, vedremo, che di bel nuovo ritrovasi da questa parte un altro arco, così per la seconda sezione LM esprimerassi pur anche un arco, in tal guisa che se si replicassero per tutte le parti varie sezioni paralelle ai lati dello stesso quadrato, sempre si segherieno archi, che da loro medesimi potrieno sostenersi. Stanti le quali cognizioni farommi a dimostrare, come l'impeto di detta volta trovisi tutto radunato negli angoli ABCD, in cui si poggiano i piedi della medesima, i quali, come più bassi del rimanente, danno luogo ad un minor angolo di direzione, giusta la quale minore saranne la spinta, come fecesi più avanti vedere. Tronchisi per maggior intelligenza dal quadrato ABCD l'interno NQPO, e vedremo nel rimanente, come trovisi la spinta ridotta ad operare tutta negli angoli, avvegnachè allora l'arco EC, DF trovandosi tronco per le linee OC, PD non incontrasi più nel muro FD, EC, ma bensì nell'altro arco OC, BN, e così degli altri, la direzione de' quali trovasi in parte estinta dall'incontro reciproco, ed il restante impeto deve di tutta necessità agire negli angoli nella stessa guisa, come incontrandosi due palle

in aria di ugual impeto, provenute da parti contrarie, e che nell'incontrarsi formassero un angolo retto, ciascheduna d'esse sarà divertita dalla sua direzione, ed ambedue formeranno angoli diversi, l'esempio del che vedesi giornalmente nel giuoco del Trucco, ove incontrandosi le palle alterano la direzione, e scemano di velocità, che vale a dire d'impeto, lo che arriva appunto nel caso nostro, il che stante ciascheduno può chiaramente comprendere, come abbisognandoci una volta di grande resistenza, come ricercasi ne' Magazzeni, ne' sotterranei delle Fortezze, ed in altri luoghi simili, sia la più accomodata quella di tal genere, essendovi in parte estinto l'impeto d'essa nell' incontro d'un arco nell'altro, ed obbliquata la direzione, aggiunto ancora, che la spinta essendo diretta negli angoli, ivi trovasi la grossezza de' muri maggiore nella proporzione della diagonale al lato del quadrato; da tutti i quali riflessi si può dedurre, che tal sorte di volta sia la più resistente d'ogn' altra, come si è proposto.

Tav. 14. Fig. 5.

Ma quando non si volesse caricare tutto il peso negli angoli, con distribuirlo nei lati, allora potriasi in altra guisa praticare la sezione della sfera, come nella presente figura, per il che essendo il sito quadrato ABCD, nel quale debbasi fare la volta, segheransi la sfera con sezioni paralelle alle diagonali di detto quadrato, come sono EF, GH, IK, e le altre, le quali potrannosi stendere in piano nella forma sovra prescritta, quindi nel detto quadrato condotti due diametri, che normalmente si seghino, come sono NO, LP, questi divideranno il quadrato ABCD in quattro

Fig. 6.

Tav. 14. Fig. 6. altri quadrati, uno de' quali sarà NMLD; dappoi dalle distese superfizie di sfera troncherassi per le precedenti cose solamente quel tanto, che a vestire il quadrato MNLD ricercasi, avremo la quarta parte del volto compita, lo chè non farassi, che replicare dalle altre parti, come dalla figura si vede, ed in tal modo estingueràssi anche in parte la spinta di detta volta per l'intersecazione d'un arco coll'altro, e sarà ripartito ugualmente tanto il peso, che il restante impeto in ogni punto sulla lunghezza dei lati.

Tav. 15. Fig. 1. Si pratica ancora assai frequentemente nelle volte a porzione di sfera il metodo nella fig. 1. tav. 15. espresso, cioe col mettere i materiali in giro, come fassi ordinariamente nelle Cupole, chiudendo poi ogni corso pria d'incominciarne un altro, e questo si è qualora il volto, o Cupola, che dir vogliamo, stassi appoggiato a quattro archi, acciocchè il peso d'essa non spinga i laterali, ma bensì carichi a piombo, pel cui effetto non abbisognavi ulteriore dimostrazione, essendo la cosa da per se sola assai manifesta.

Fig. 2. E finalmente se vorrassi in qualsivoglia sito fare un volto a porzione di sfera, divideràssi il medesimo con linee, che dagli angoli della figura vengasi ad un centro, come dimostra la figura pentagola qui appresso; quindi distesa una quinta porzione in piano, e segata coll'ajuto della regola espressa nella fig. 4. tav. 14. si taglieranno nella stessa guisa le restanti, come dalla figura si vede, ove non resteranno nè angoli, nè spighi, o costole in dette volte, come d'ordinario si suol vedere; e quanto fu detto del sito pentagolo potrassi anche intendere d'ogni altro, benchè d'irregolare figura.

PRO-

Tav. 15. Fig. 1.

PROPOSIZIONE XXXIII.

Con qual' arte debbasi construrre una Cupola ovale, acciò sia assai sussistente, ed anche con qual proporzione debbasele ritrovare l' ambito del Lanternino secondo i diametri della detta Cupola.

NON è mediocre difficoltà il dirigere una Cupola ovale, tanto nel farle formare il suo sesto, acciocchè faccia una perfetta sferoide, quanto nella mettitura de' materiali, affinchè corso per corso si serrino, nulla giovando in questo caso il fare i cerchj, o ellissi paralelle, che vale a dire di fare un anello tutto attorno d' uguale altezza, perchè allora si troviamo sul fine con un' apertura, o sia ellissi molto lunga, e strettissima, e per conseguenza sporzionata nei diametri in riguardo agli altri già determinati della base, oltre di che non sarebbevi quella resistenza, che si richiede per non ritrovarsi gli anelli serrati a livello. Per andare adunque all' incontro di tali inconvenienti, stabilirassi in primo luogo la pianta, o base della Cupola, che esprimerassi per l' ellisse ABCD, il di cui ambito diviso in parti a piacere, come sono 1. 2. 3. 4. 5., e così dalle altre parti, da tutte le quali divisioni si condurranno altrettante linee al centro dell' ellisse O, come dalla figura si vede, quindi preso il maggiore, e minor diametro AO, ed OC, quelli si congiunge-

Tav. 15. Fig. 3. giungeranno nella figura seconda sotto qualunque angolo, in guisa che il maggiore AO sarà EF, ed il minore OC sarà FG, unite indi le loro estremità EG colla retta GE, in essa si porteranno tutte le altre misure dei diametri, o per meglio dire i diametri stessi, cioè a dire 1. O porterassi da F in H, O 2. si trasferirà da F in I, O 3. uguaglierassi a Fk, e così d'ogni altra, come dalla figura si vede, ed in tal modo troverassi disposto tutto l'ordine tanto per dividere l'ellisse predetta in altrettante ellissi proporzionate, quanto per delineare, occorrendo, i centini, per formarne una Cupola in simil sito, acciocchè la di lei figura sia di sferoide perfetta, acciò meglio possansi collegare i materiali, che in tale struttura vi si impiegano, ed ancora affinchè ritenga più bella forma.

Fig. 4. e 5. Eletta adunque la figura del sesto, col quale intendesi fare la suddetta cupola, la quale potrassi ergere sul maggior diametro, e sia espressa pel quadrante NPQ, divideras si la curva QP in parti a piacere, come sono 6. 7. 8. 9. &c., da' quai punti, o divisioni si condurranno normali all'asse NQ, e si produrranno oltra al bisogno, ed avremo con questa figura espresso il maggior quadrante, o sia sesto della cupola suddetta, il quale sovrapporrassi al diametro AO fig. 3., al quale fecesi per costruzione uguale la linea EF fig. 5., presa indi la linea 6. 10. fig. 4., quella traferirassi da F in R, dappoi la seconda 7. 11. si porterà da F in S, così la terza linea 8. 12 si porterà da F in T, e finalmente la quarta 9. 13. trasporterassi da F in V fig. 5., da' quai punti RSTV ultimamente segnati si condurranno

altret-

altrettante paralelle alla linea EG, come sono RX, SY, TZ, V&c, come meglio vedesi dalla figura, le quali cose disposte si faremo in primo luogo a dare il metodo di descrivere nell' ellisse predetta altrettante ellissi a piacimento, con ciò che sieno tutte della stessa proporzione circa i loro diametri, su' quali dovrannosi indi ricavare i proprj centini per formarne la sferoide proposta.

Tav. 15. Fig. 4. e 5.

Cominciando adunque dalla prima linea, o divisione, che sarà RX fig. 5. prenderassi la distanza FR, e quella porterassi da O in 14. fig. 1., così la seconda F 15. si porterà da O in 16., la terza F 17. si trasferirà da O in 18., la quinta F 19. si trasporterà da O in 20., e così di tutte le altre, finchè si arrivi al minor diametro OC, il qual ordine potrassi proseguire nel descriver tutte le altre ellissi, rapportando le misure, o siano sezioni della linea SY, ciascheduna sul suo corrispondente diametro, per mezzo delle quali descriverassi l' ellisse 25. 26., inoltrandosi ancora, e pigliando le divisioni della linea TZ, quelle nella stessa guisa si potranno trasportare sui sopraddetti diametri, col mezzo de' quali avrassi l' altra ellisse 27. 28., e così in infinito, qualunque volta si ricercassero maggiori divisioni d' ellissi, le quali tutte sempre saranno proporzionate nei loro diametri, come la prima ABCD trovasi in riguardo ai suoi.

Finalmente dovendo esporre il modo, col quale debbansi fare i centini, coi quali abbiansi a formare le armature di simili volte, eleggerassi in primo luogo la loro altezza, che intendesi dare sul maggior

diame-

Tav. 15. Fig. 4. e 5.

diametro, la quale, come dissopra dissimo, sarà espressa pel quadrante PQN, questo adunque sarà il sesto, che applicherassi da A in O; e se si replicherà dall'altra parte, arriverà sino in D. Diviso adunque detto quadrante PQ in parti a piacere, come si vedono segnate per i numeri 6. 7. 8. 9., e condotte le linee normali all'asse NQ, come si è spiegato più avanti, porterassi la distanza O 1. da N in 29., dove sarà il principio del sesto, così la seconda O 16. si porterà da 10. in 30., la terza O 31. si trasferirà da 11. in 32., e nella stessa guisa tutte le altre, finchè si pervenga al termine Q, in cui hanno tutte a finire; per i quai punti condotta destramente una curva, questa esprimerà il sesto, che s'applicherà sul diametro O 1. Venendo a ritrovare indi il terzo, che sul diametro O 2. deve appoggiarsi, prenderassi tal lunghezza O 2., e quella porterassi da N in 33., di poi la seconda O 18. si porterà da 10. in 34., O 35. farassi uguale ad 11. 36., e così delle altre; per i quai punti farassi pur anche destramente passare un'altra curva, che vada a terminare nel punto Q, e questa sarà il sesto da applicarsi sul diametro O 2., e con tal ordine proseguendo nel rapportare le altre misure, avrassi il quadrante NQ 37., che servirà di sesto sul diametro O 3., così il quadrante NQ 38. applicherassi sul diametro O 4., NQ 39. s'addatterà sul diametro O 5., e finalmente NQ 40. servirà di sesto sul diametro OC, i quali se si replicheranno, avrassi con che vestire tutta l'ellisse, acciò formi una sferoide perfetta, che è quanto erasi sul principio proposto. Infinite di queste operazioni si potrieno rapportare a

tali

tali cose appartenenti, ma come che la disposizione loro riuscirebbe alquanto laboriosa, si sono tralasciate, potendo nulladimeno da quanto si è detto, e dimostrato qualunque difficoltà superare.

Tav. 15. Fig. 5.

PARTE

PARTE TERZA.

DELLE RESISTENZE.

AVendo finora discorso delle Resistenze de'muri contro gli impeti de'terrapieni, spinte di volte con diversi sesti, e varj altri accidenti, che per l' ordinario accadono nell' edificare, altro non restandovi, che il ragionare sopra la resistenza di que' solidi, che resistono a varie gravità, o pesi col sostenerli, come accade continuamente a' travi di qualunque grossezza, o sieno essi di legno, di metallo, o d'altra materia solida abile a sostentar pesi, nel quale ragionamento oltre di palesarne intieramente, e minutamente la forza farassi vedere di quanto s'allontanino dal vero que'Meccanici, che volendo far macchine di gran resistenza, credono il più delle volte ciò ottenere, qualora fattone lo sperimento sul modello s'affidano della riuscita coll'ingrandirne l'operazione in effetto, dal quale trovandosi poi delusi, ne attribuiscono la cagione all'imperfezione della materia, come soggetta a molte alterazioni, ideandosi poi con tal cosa di

di scusare l'inobedienza delle macchine in rispetto ai loro modelli. Ciò nulla ostante farommi a provare, che qualunque macchina, o solido di qualsivoglia materia, abbenchè perfettissima in tutti i suoi punti, non perciò risponderassi con un' altra simile nella resistenza, qualunque volta una farassi grande, e l'altra piccola, e tale effetto osservasi non solamente nei solidi, ma anche alla natura stessa resta impossibile il far moli di diversa grossezza, e proporzionata resistenza, come giornalmente vedesi in quelle persone di grandezza sproporzionata, che sono men abili a reggere un peso di quello sieno le più corte: in prova del che osservisi sì negli alberi, che negli edifizj, ed altre cose, che quanto più sono elevate, tanto meno sono resistenti; dal che si vede quanto sieno in proporzione meno abili i solidi, o macchine grandi a resistere, di quello sieno le piccole, e quivi è assai a proposito il rapportare un caso ricavato dal Galileo nel primo suo dialogo a fol. 483., dove racconta essevi una grossissima colonna di marmo distesa, e posata presso le sue estremità sopra due pezzi di trave; cadde in pensiero dopo un certo tempo ad un Meccanico, che fosse ben fatto per maggiormente assicurarsi, che la detta colonna gravata dal proprio peso non si rompesse, sottoporli nel mezzo un altro simile sostegno, parve generalmente il consiglio assai opportuno, ma dimostronne l'esito tutto l'opposto, atteso che di lì a pochi mesi trovossi la colonna fessa, e rotta, giusto appunto sovra il nuovo sostegno di mezzo; accidente in vero maraviglioso, ma la riconosciuta cagion dell' effetto tolse la maraviglia, perchè deposti altrove i due pezzi della colonna viddesi, che uno dei travi, su' quali appoggiavasi

una

una delle testate erasi per la lunghezza del tempo infracidita, ed avvallata, e restando quella di mezzo durissima, e forte, fu cagione, che la metà della colonna restasse in aria, abbandonando l'estremo sostegno, ond'è, che il proprio peso la fece rompere, la qual cosa senza dubbio non sarebbe occorsa in una piccola colonna, abbenchè della stessa materia, e rispondente in tutte le sue proporzioni alla colonna grande, dal qual effetto si può benissimo argomentare, quanto il proprio peso gravi da per se stesso più i solidi grandi, che i piccoli, e pel contrario quanto più i piccoli sieno in proporzione più resistenti dei grandi, lo che andrassi nelle seguenti osservazioni dimostrando.

ASSIOMI.

I.

CHE ogni solido abbia la sua resistenza finita, e limitata tanto nel farli forza per lungo, che per traverso, talmente che allungato un pelo di più da per se stesso si strappi, o si rompa.

II.

CHE la resistenza di qualsivoglia solido possa equilibrarsi da una ugual [illegible]za, e parimente che detta resistenza possa essere superata, qualora la forza, che pria lo equilibrava, verrà accresciuta di qualche minuto.

DE-

DEFINIZIONE I.

ASsoluta resistenza d'un solido diremo noi quella, quando propostoci un trave o di legno, o di metallo, o di pietra, fitto in un muro ad angoli retti, che risalti altrettanto fuori d'esso muro, quanto è il diametro della di lui base, e che in detta distanza se gli applichi più, e più peso, finchè questa tal gravità arrivi a superare, e vincere la resistenza dello stesso solido, cioè che lo costringa a rompersi quel peso, che pria della rottura del prisma equilibravasi colla di lui resistenza, che vale a dire, quando indifferente trovavasi tra il sostenersi, ed il rompersi, diremo noi quel peso uguagliarsi allora alla resistenza del solido suddetto.

PROPOSIZIONE I.

Dato un solido, o prisma di qualunque grossezza, e lunghezza, come se gli possa ritrovare il peso, che può sostenere in una determinata lunghezza.

SIA adunque il prisma, o trave ABCD fitto ad angoli retti nel muro AC, la di cui resistenza trovisi espressa pel valore del peso E sostenuto in D, dico, che astratta dalla nostra considerazione la materia del solido, volendolo allungar sino in F, sosterrà in detto punto un peso sudduplo al peso di E, e così susseguentemente in tutte le altre distanze di GHI, a misura che più s'allontaneranno dal muro AC, nella stessa

Tav. I. Fig. I.

Tav. I. Fig. I. porzione dovranno pur anche ſcemare i peſi, ugua-
gliandone il valor loro colla maggior lunghezza della
leva, come nelle prime Propoſizioni della prima Parte
dimoſtroſſi, e quanto vedeſi in diſtanze uguali prati-
cato, deveſi pur anche intendere in altre diſuguali,
qualunque volta oſſerveraſſi la ſteſſa proporzione, cioè
di quanto creſca la lunghezza ſopra la baſe, d'altret-
tanto ſcemar debba il peſo affiſſogli dal peſo E, come
effetti cagionati dalla ſemplice leva.

Non accadendo però mai, che poſſanſi ritrovare ſo-
lidità, che ſoffrano d' eſſere aſtratte dal materiale, e
per conſeguenza dal peſo, ne avviene, che unitamente
al valor de' peſi applicati a' ſolidi dovraſſi mettere an-
che in conſiderazione la materia, o ſia peſo, col quale
vengono eſſe ſolidità compoſte, qualora col allungarlo
vaſſegli in traccia della reſiſtenza.

PROPOSIZIONE II.

Fig. 2. SIA di bel nuovo infiſſo nel muro ad angoli retti
un ſolido, o trave ABCD, la di cui reſiſtenza
venga equilibrata nella lunghezza DC dal peſo E, la
quale dovendo allungare il doppio di ſua lunghezza,
abbiamo a ricercarne il peſo, che nell' eſtremità di
detta lunghezza ſia per ſopportare il ſolido, qualora
col maggior accreſcimento della leva avraſſi riguardo
all'aggiunta del peſo, che in ſe contiene la porzione
del priſma BF.

Per la ſovra citata Propoſizione faraſſi come la lun-
ghezza DF alla DC, così il peſo E al peſo H appli-
cato in F, che allora i peſi contrariamente ſi riſpon-
deranno

deranno alle diverse lunghezze, ma dovendovi anche mettere in conto il peso dell' aggiunto solido, il qual cresce in doppia proporzione sì per la maggior lunghezza CF, che per l' aggiunta di peso, ne verrebbe in conseguenza, che la sola aggiunta di solido saria per se stessa bastevole ad equilibrare la resistenza della base DA, onde altro non saria più di mestieri aggiungere al solido AF, acciocchè equivalesse al peso E, avvegnachè se nel termine F il peso E ridur devesi al sudduplo per virtù della semplice leva, così congiunto colla stessa leva il peso della stessa aggiunta BF, come crescente nella stessa proporzione dovria equivalere al peso H; ma ritrovandosi il più delle volte, che le apparenti dimostrazioni facilmente s' allontanano dalla verità, qualora non si prendono per il loro retto senso, vedremo nulladimeno abbisognarvi ancora nel termine F aggiunta di gravità per equilibrare la resistenza della base DA, abbenchè vi sia aggiunta la parte di solido BF.

Tav. 1. Fig. 2.

E che ne sia il vero, il peso H esercita la sua azione verso della base AD coll' ajuto della leva DF, pel cui effetto il peso H dovrà esser sudduplo al peso E, essendo la leva DF doppia di DC. Non così pertanto avrà la stessa azione il prisma BF, o sia il di lui peso, stante che non tutto sostiensi sul termine F, anzi che, dirò io di più, che niuna parte d' esso solido, o vogliam dir del di lui peso sostiensi sul termine F, essendo cosa infallibile, che le parti d' esso più rimote dalla base AD gravitino più delle viciniori, come in varj esempj di leve dimostrossi, farassi luogo a conchiudere, che il centro di gravità dell' aggiunto prisma

Tav. I. Fig. 2.

BF corrisponda al mezzo di esso anche in riguardo all'azione, colla quale il di lui peso opera verso della resistenza, dal che chiaramente si può dedurre, che il peso, abbenchè cresca nella stessa proporzione delle lunghezze nei prismi, non però nel nostro caso l'azione, che detto prisma ritiene contro la resistenza della sua base corrisponde alla sovra esposta, anzi soltanto ridurrassi il composto del peso colla lunghezza del braccio in riguardo all' azione alla proporzione sesquialtera di quella, che ritrovasi nei solidi doppia tanto per il peso, che per il braccio nell' allongarli, laonde sarà di mestieri per equilibrare la resistenza della base AD applicare nel punto F una qualche gravità, colla quale s' agguaglj al valore della resistenza suddetta.

Ridotti adunque nella stessa proporzione delle diverse lunghezze i due gravi E, ed H, cioè a dire, che siccome ritrovasi la lunghezza DF doppia di DC, così sia il grave E doppio di H in contraria proporzione delle lunghezze, tra' quali due gravi non ritrovandosi quale riducasi all'equilibrio nella lunghezza DF, farassi come il grave E al grave H, così la linea I alla linea G, alle quali troverassegli la terza proporzionale L, giusta la quale fatta una terza simile gravità, questa sarà quella, che applicata nel termine F equilibrerassi colla resistenza della base AD, che è quanto si era proposto.

Per prova di questa proposizione altro non hassi a fare, che convertirne il ragionamento in questa guisa. Sia adunque il grave H sudduplo del grave E, il quale sia inalterabile in riguardo al di lui peso, ed abbiasi a ritrovare un punto nel prisma AF, pel quale sospesa detta gravità trovisi in equilibrio colla resistenza della base

AD,

AD, ed avendo fatto vedere nell' avantiscritte cose, Tav. I. Fig. 2.
che in proporzione del prisma BF, e suo peso devesi
scemare il grave, così trovandosi questo inalterabile
dovrassi per altra parte scemar di lunghezza nel solido
AF, il quale crescendo in doppia proporzione sì per il peso,
che per la lunghezza del braccio, dovressimo per conseguenza
detroncarne la metà della lunghezza CF nel
punto M, trovandosi in tal guisa compensati i pesi, o composto
loro colle lunghezze verso della resistenza, qualora
l'azione del peso, che contiene il prisma BM andasse
del pari coll'accrescimento dell'assoluta sua gravità,
nella quale avendo dimostrato corrispondere il
centro di gravità alla metà della lunghezza CM, veniamo
a scorgere, che il peso H trovandosi affisso in
M esercitarebbe il suo momento coll'ajuto della leva
DM, quando per altra parte il peso dell'aggiunto prisma
BM esercita il proprio valore con altra distanza,
dal che ne siegue, che la disuguaglianza delle leve altera
in parte il valor de' pesi, e trovandosi il grave
H appeso in F eccedere, e superare la resistenza e nel
punto M quella non agguagliare, prenderassi tra le due
diverse lunghezze DM, DF la media proporzionale
DO, questa ci prefiggerà la lunghezza del prisma, per
l'estremità del quale affisso il peso H, equilibrerassi
colla resistenza della base AD, da dove si vede ritrovarsi
la corrispondenza contrariamente presa, imperciocchè
laddove tra i due pesi E, ed H si prese il terzo
proporzionale peso, serbate le lunghezze, così ultimamente
tra le due estreme lunghezze si prese la media, serbati
i pesi, oltre varie altre prove, che addur si potrieno,
che per brevità si tralasciano.

Tav. 1.
Fig. 2.

PROPOSIZIONE III.

Dato un solido, o prisma, la di cui resistenza sia nota, ed equilibrata nel quadrato della sua base da una gravità conosciuta, come possasi equilibrare la di lui resistenza col solo allungar detto solido.

SIA dato il prisma ABCD, nel di cui estremo D sia appeso il grave E, col mezzo del quale resti la di lui base AC in equilibrio, cioè indifferente tra il sostenersi, ed il rompersi, e volendo allungare il detto solido, sin a tanto che abbia acquistato momento tale, che s' uguaglj al peso di E, per il cui effetto conosciuta la gravità del peso E, prenderassi nello stesso solido una ugual porzione in peso, come saria BF, ma come che si è più avanti dimostrato, che l' aggiunto solido BF cresce in doppia proporzione, tanto per il peso, che in se ritiene, che per la lunghezza, colla quale cresce il braccio della leva, per il che riducendo la proporzione doppia alla suddupla, dovrebbesi detroncare parte dalla leva, e parte dal peso, sicchè la lunghezza DF aggiunta ridurrassi al suo sudduplo, che sarà DG, ma avendo pur anche dimostrato, che l' azione del peso non corrisponde alla lunghezza, imperocchè il peso di BG non per il termine G fa forza, ma colla leva CH, che corrisponde appunto al di lui centro di gravità, laonde per ugualiare queste diverse proporzioni prenderassi tra le due diverse lunghezze CF, e CG la media proporzionale

nale CI, questa ci darà la prefissa lunghezza del solido, che sarà bastevole per equilibrare la resistenza della di lui base AC, lo che si è proposto. Tav. 1. Fig. 3.

La verità di tal Proposizione chiaramente dimostrasi pel suo converso, stante che stabilita la lunghezza del solido CI equilibrata colla resistenza della sua base AC, dal qual solido volendone detroncare tal parte, acciò il restante possa sopportare nella sua estremità il peso E, al quale avuto in primo luogo riguardo, taglierassi dal solido AI una porzione ad esso uguale in peso, come abbiam fatto nell'aggiungerla, la qual fu DF, a cui farassi uguale IK, e resterebbe il restante solido kA quello, che sopportar dovrebbe nel suo estremo K il grave E, ma essendosi fatta vedere diversa l' azione d' un peso coll'ajuto d'una leva dall' azione d'un altro uguale accompagnato da leva diversa, ne viene, che alterata la proporzione a nulla ci serve l'operato, se non che per fondamento d' altra ragione, per lo che compensare prenderassi tra le due lunghezze CK, CI la media proporzionale LM, e questa trasferta da A in B, ci determinerà la giusta lunghezza del solido, al di cui estremo appeso il grave E, equilibrerassi colla resistenza della di lui base AC, e tale ritrovata lunghezza converrà appunto colla già determinata, pria che si allungasse il solido, che è quanto si ricercava.

Tav. I. Fig. 4.

PROPOSIZIONE IV.

Dato un solido, o prisma equilibrato dal proprio peso contro la sua resistenza, come se ne possa ritrovare un altro simile parimente proporzionato in resistenza.

LA resistenza nei solidi ad essere spezzati consiste nella maggiore, o minore quantità delle fibbre, o materiale, di cui vengon composti, a segno che nissuno così fuor di mente sarebbe in volermi contendere, che non faccia di mestieri impiegar maggior forza nello spezzare un gran legno, che un minore, che maggiormente sopporti un gran peso un architrave grande, che un piccolo; e che finalmente con più fatica si tronchi un grosso albero, che un arboscello; per il che la natura istessa nella formazione delle cose addattossi alla proporzione, osservando sì negli animali, che nelle piante essere i grand'alberi sopportati da un gran tronco, gli Elefanti muniti di gran piante, e per lo contrario i piccoli animaletti forniti di membrature proporzionate, volendo con questo additarci nel primo apparire delle cose agli ochi nostri una vera idea di proporzione, quantunque essa fosse in facoltà d'allontanarsi dalla proporzione suddetta senza discapito della resistenza nelle cose col formar certe parti di materia più solida, e per conseguenza mantenere ugual forza sì nelle piante degli alberi, che degli animali, e degli uomini stessi, dal quale argomento facilmente dedurrassi tale conseguen-

za,

za, cioè che data uguaglianza di materia sieno le so- Tav. x. Fig. 4.
lidità più grandi maggiormente resistenti delle più piccole, e come poi detti disuguali solidi ritrovar si possano proporzionatamente rispondenti dimostrerassi in appresso.

Sia adunque il solido, o prisma di qualunque materia ABCD equilibrato dal proprio peso verso della sua resistenza, dico, che qualunque altro della stessa materia, ed intieramente a questo proporzionato, se sarà di maggior diametro, sosterrà in proporzione minor peso, ovvero non ridur potrassi a proporzionata lunghezza, e se pel contrario troverassi di minor diametro, si allungherà oltre la lunghezza prefissa dalla proporzione; dal che si deduce, che le solidità di qualunque genere simili, ed in tutte le sue parti ugualmente rispondenti quanto più saranno minori, tanto si troveranno più resistenti, proposizione in vero, che pare contraria a quanto poc'anzi dimostrossi, trovandosi altrettanto vera quanto l'antecedente, imperciocchè, siccome quella in astratto trovasi verissima, questa in ristretto dimostrerassi evidente.

Intendasi adunque formare un solido simile al dato ABCD in tutte le sue parti al primo proporzionato, dico, che trovandosi della istessa materia non ridurrassi a proporzionata lunghezza senza spezzarsi, e se ad una tale lunghezza vorrassi questo produrre, sarà neccessaria cosa l'accrescerlo di base.

Facciasi il solido EFGH di base doppia alla base del primo, la quale trovandosi espressa pel quadrato AI, sarà per virtù *della Prop.* 47. *lib.* 1. *Elem.* il quadrato doppio, o sia la doppia base espressa pel quadrato EK, il

di

Tav. I. Fig. 4.

di cui lato uguaglierassi alla diagonale AI del primo solido, il quale dovendo accrescere in lunghezza doppia, la quale sarà EG, non potrassi sostenere, ma il peso proprio della stessa solidità vincendo la base, costringerà il medesimo a rompersi, la qual proposizione sarà facile dimostrarla incontestabile, qualora considerata la resistenza d'un solido dalla maggiore, o minore moltiplicità delle fibbre, che lo compongono, verrassi in cognizione esservi nel solido EH il doppio di dette fibbre, dal che ricavar potriasi doppia la resistenza, ma se per altra parte infigendo detti solidi nel muro, e facendo loro forza nelle estremità loro col volerli rompere per traverso, ad altra cagione ancora sarà di mestieri raccorrere, per meglio investigarne la resistenza, che è quella, colla quale le lunghezze d'essi solidi stanno verso delle basi loro, per virtù della qual proporzione la lunghezza del solido considerata come una leva, agisce verso la sua base come contralleva, d'onde chiaramente si scorge questa non corrispondere, che vale a dire le lunghezze verso le basi, imperciocchè laddove la lunghezza BD trovasi quadrupla della grossezza BA nel solido AD, non così pertanto la lunghezza FH sta verso della grossezza FE nel solido EH, abbenchè la base di questo trovisi doppia della base di quello, trovandosi quivi la contralleva FE proporzionatamente minore della contralleva BA, per il che rimediare sarà di mestieri detroncare dal solido EH parte tale, che resti il residuo della lunghezza in guisa proporzionato verso della contralleva FE, come la lunghezza BD del primo trovasi verso la sua BA, la qual lunghezza estenderassi da F in L, il di cui peso equilibrerassi appunto

colla

colla resistenza della base FE, ritrovandosi sempre proporzionata la resistenza in quelle solidità, che ritengono i lati, o leve omologhe. Tav. 1. Fig. 4.

Se poi per altra parte fossimo in necessità d'avere tutta la lungezza FH nel solido FG, allora abbisognerebbe accrescere in tal guisa la di lui base EF, acciocchè fosse abile a sostener il peso di detto solido in tale lunghezza, sarà allora di mestieri accrescere la base del medesimo in modo tale, che le leve restino ugualmente proporzionate in ambedue i solidi verso le sue lunghezze rispettive, per il che dedotta tra le due basi de' solidi AB, ed EF la terza proporzionale, questa sarà FO, sino alla quale accresciuta la base, o vogliam dir contralleva del solido, sarà proporzionatamente resistente il solido HO, di quello siasi il solido AD, nè con questa aggiunta di leva si troveremo in obbligo di far la base del prisma di figura quadrata, ma sarà bastevole, che sia rettangola, uno dei cui lati sia FO, e l'altro Fk, che in tal guisa avrà ugual resistenza, come se la di lui base fosse di figura quadrata, lo che dimostrerassi in appresso.

Che poi le basi, e lunghezze dei tre solidi AD, EL, ed OH sieno proporzionali, ed omologhe si dimostra, avvegnachè colla stessa proporzione, colla quale la base AB riguardava la base EF, così fecesi per costruzione la base FE, ma a queste due basi trovossi la terza proporzionale FO, giusta la quale fatta una simile figura, troverassi per virtù *della Prop.* 19. *lib.* 6. *Eucl.* in duplicata proporzione della prima figura AD, adunque l'altezza FO sarà la ricercata per sufficiente base del prisma OH.

Restaci

Tav. x. Fig. 4. Restaci soltanto più a dimostrare, che la base rettangola KO del solido OH ritenga ugual resistenza, come se fosse di figura quadrata, giusta il maggior lato FO, qualunque volta fassegli forza per rompere detto solido di traverso, coll'equilibrarle la di lei contralleva dal semplice peso del solido suddetto; imperocchè dividasi la di lei base FH in parti a piacere, come dall' esempio si vede in tanti rettangoli, che passino per tutta la lunghezza del solido OH, nella stessa guisa appunto, che fanno i segatori, quando d'un trave ne ricavano varie tavole, è manifesto, che trovandosi tutto il solido in equilibrio nella sovra dimostrata proporzione di lunghezza, ed altezza, nella stessa guisa lo saranno tutte le di lei parti uguali, qualunque volta troverassegli uguaglianza di proporzione, e diminuendo in ogni parte d'esso la larghezza, che gli serve di base, non alterando la contralleva, sarà nel suo essere la proporzione in riguardo alla resistenza, osservando, che siccome la resistenza, che nella base consiste, viene equilibrata dal peso dello stesso solido, restringendolo di base, diminuirassi nella stessa guisa di forza, con toglierli di peso, e pel contrario riducendolo di maggior base, crescerà per conseguenza il peso anche nel solido in proporzione dell'aggiunta di base. Conchiudasi pertanto, che in simili casi non hassi a mettere in considerazione la larghezza della base, ma bensì l'altezza d'un solido, colla quale fassi la contralleva.

Lo stesso effetto però non avviene, quando coll'ajuto d'un trave speriamo sostener un gran peso, che allora non venendo la resistenza equilibrata dal

peso

peso dello stesso solido, quanto maggiore sarà di base, tanto sarà più resistente, dal che si comprende, come la diversità degli effetti procedano da diverse cagioni, come dimostreremo più oltre.

Tav. 1. Fig. 4.

Ritornando per fine al nostro proposito dimostreremo, come ridotto un solido simile alla metà del primo potrassi allungare più che ad una suddupla lunghezza.

Eleggasi adunque la base del prisma, che sia suddupla di quella del prisma AD, come esprimesi nel quadrato MN, uguagliandosi il lato di questo alla mezza diagonale PA, essendosi per tal motivo più oltre dimostrato il quadrato da tal lunghezza di lato prodotto uguagliarsi alla metà di quello, in cui si trovano le diagonali, come più avanti per maggiormente avvalorare la ragion di tal cosa si fece raccorso *alla Prop.* 47. *lib.* 1. *Elem.*, stante qual cosa dico, che un prisma elevato su questa base MN ridurrassi ad una lunghezza più che suddupla della lunghezza BD, abbenchè le basi siensi dimostrate ambedue in ragion suddupla una dell'altra, e che ne sia il vero infisso un tal solido nel muro ad angoli retti, ed allonghisi sempre più fuori d'esso, sarà infallibile, che ritrovandosi d' ugual materia degli altri, allora sarà per equilibrarsi il peso d' esso solido colla resistenza della di lei base, quando la contralleva del medesimo troverassi nella stesa proporzione colla leva, una delle quali intendesi esere la base, e l'altra la lunghezza, come si trovano gli antecedenti due solidi poco fa dimostrati, per qual ragione ridotta la lunghezza MO verso la MP alla stesa proporzione, come la lunghezza

AC

Tav. I. Fig. 4. AC verso della AB resterà in tal guisa equilibrato; dal che osservandosi essere la contralleva MP nel solido PO più che sudduplaa della contralleva BA nel solido AB, sarà per conseguenza la lunghezza MO più che sudduplaa della lunghezza AC, come si era proposto.

Ma se poi si cercasse d'avere un solido, la di cui lunghezza fosse sudduplaa a quella del solido AD, e che giusta la quale dovessevi proporzionare la grossezza, altro non farassi allora, che prendere tra le due diverse basi AB, MP la terza proporzionale PQ, questa ci additerà la giusta base, o vogliam dir lato d'essa, che richiedeasi nel solido QR, come dalla figura si vede

PROPOSIZIONE V.

Come si possa conoscere la resistenza in due prismi, o solidi d'uguale lunghezza, ma di diversa base.

Fig. 5. Sieno i due solidi AB, CD de' quali sia uguale la lunghezza, ma l'altezze, o vogliam dir basi loro sieno diverse, come si vede del solido AB essere la base AE, e nell'altro CD essere la base CF, e che questa sia in altezza sesquialtera a quella, conservandosi però sempre uguali le larghezze, come si vedono non alterate FH, EG, dico, che la resistenza del solido più alto CD crescerà sopra quella del solido AB più piccolo in doppia proporzione dell'eccesso, col quale l'altezza della base CH supera l'altezza della GA, qualun-

que

que volta il solido CD sarà infisso nel muro coll'altezza CH perpendicolare.

Tav. 1. Fig. 5.

Supposti adunque i due solidi AB, CD d'uguale materia farommi a dimostrare *col Galileo alla Prop. 4. dial. 2.*, come debbano avere uguale resistenza, se le grossezze loro nella stessa guisa rispondessero, avendo ivi il detto Autore dimostrato, contenersi la maggiore, o minore resistenza in un solido dalla maggiore, o minore quantità delle fibbre, filamenti, o altro ligame, ed unione di materia, che tenga unito detto solido, nella stessa guisa appunto, che una fune, abbenchè venga formata da quantità di filamenti non eccedenti d'un braccio, niente di manco essendo questi intrecciati, e ligati insieme sopportano gran pesi, nè qui evvi pur dubbio alcuno, che quanti più saranno i canapi, tanta sarà maggiore la resistenza della fune, così anche nei solidi, come che vengon composti di filamenti unite insieme, tanto maggiore sarà la resistenza in essi, quanto che maggiore sarà la loro base. Per il che dimostrare incomincierassi a conoscere la resistenza massima del solido AB per via d'un peso applicatogli nel di lui estremo B, il qual sarà $\sqsupset$ X, quindi del maggior solido CD troncatane una porzione uguale ad AB, la qual sarà DI, dico, che giusta le antecedenti premesse la resistenza del solido ID, o piuttosto della di lui base IH avendosi a sperimentare per mezzo d'un grave appeso in D, il quale dirassi K, avremo i due pesi K $\sqsupset$ X, ne qui crederei di dover incontrare opposizione alcuna, trovandosi ambedue i solidi di materia, base, e lunghezza uguali.

Avanti

Tav. I. Avanti però di più inoltrarsi fa di mestieri anteporre una piccola dichiarazione, che alcune volte potria destar qualche difficoltà nell'idea d'alcuno, e si è circa la resistenza de' solidi, che s'infiggono ne' muri, la quale proporzione il sovra menzionato *Galileo alla Prop.* 4. *del suo dial.* 2. ritrae dall'assoluta resistenza, che puonno avere i solidi nelle loro basi affermandogli in alto, e facendogli forza col tirarsi per dritto, e volendo questa ridurre al suo proposito aggiunge, che oltre della proporzione, che tra di loro possano ritenere due solidi, prodotta dalla maggiore, o minore grossezza delle lor basi siavene, un' altra qualunque volta volendogli rompere per traverso infissi in un muro ad angoli retti, e della lunghezza, che considera, la qual leva è del semidiametro della loro base considerato come contralleva in ragione, e prova del che adducendo, che siccome facendo forza ad un trave nel volerlo rompere per traverso, pria che formisi la rottura, le di lui parti superiori si estendono, e le inferiori si ristringono, e volendo di questi due contrarj effetti compensarne il valore, considera, come se tutti i filamenti sparsi per le superfizie delle basi si riducessero nei centri, volendo con questo spiegare, che se ad un trave, o legno nel tirarlo per dritto vi fanno di bisogno cento libbre di peso, per strapparlo, e che infisso per traverso nel muro sia la sua lunghezza quintupla della base, saranno allora bastevoli nel suo estremo libbre dieci di peso per rompere detto solido, essendovisi la stessa proporzione dal 10. al 100., come trovasi dalla lunghezza del prisma al suo semidiametro.

La

La qual proposta non viene approvata dal Mariotto nel *suo Trattato del movimento dell' acque nel secondo Discorso della Parte quinta*, ove appoggiato sugli stessi principj, che il legno, il ferro, ed altri corpi solidi abbiano certe fibbre, e parti ramose, intrecciate le une nell' altre, che non soffrano d'essere separate, e disgiunte, se non da una certa, e determinata forza, e che tutte insieme formino la resistenza, e sodezza d'un corpo all' esser strappato, tirandolo per lungo. Secondariamente suppone, che una trave di qualunque materia infissa in un muro, facendole forza nel suo estremo in volerlo rompere per traverso, pria di cedere, debbansi le une, cioè le superiori parti d'essa trave estendere, e le altre all' opposto ristringersi, e rinserrarsi sino ad un certo segno, oltre del quale non possano più sostenersi, e sieno in necessità di rompersi, e questa tale estensione, e ristringimento osservare sempre un' ordinata proporzione colla forza, in guisa tale, che se un peso di 500. libbre farà cedere, ed abbassare il trave di due once pria di rompersi, se sarà soltanto di 250., cederà solamente un'oncia, e susseguentemente un altro di 125. lo farà cedere una mezz' oncia, in tal guisa che a proporzione del peso sempre risponderassi la curvatura del solido.

Tav. 1.

Ciò supposto si consideri la bilancia ACB appoggiata sul sostegno C, nel di cui estremo B sia applicato il peso F, che s'equilibri colli tre pesi uguali GHI, con ciò che la distanza BC sia verso della distanza CE, come 12. a 1., CD sia verso BC il doppio di CE, cioè come 2. a 12., e finalmente la distanza CA sia doppia di DC, come 4. a 12., talmente che se il peso G fosse

Fig. 6.

Tav. 1. Fig. 6. G fosse di libbre 12., trovandosi la distanza AC sub tripla della CB, il peso F dovria soltanto essere di quattro libbre per sostenerlo; così proseguendo non sarieno bastevoli che due libbre in F per sostenere il peso H, e finalmente ritrovandosi il peso F una sol libbra, potria con tutto ciò sopportare il peso I applicato in E, facendo quivi le funzioni del peso la lunghezza della leva, aggiungasi nell' estremo B un qualunque piccolo peso, col mezzo del quale diasi il movimento alli tre pesi IHG, si fa manifesto, che quantunque disugualmente si muovano, ciascuno avrà la sua azione col valore assoluto di dodici libbre, avuto però riguardo alla distanza loro verso del punto C. Non così pertanto sarà per avvenire nella disunione delle parti d'un solido, che transversalmente si rompe, lo che in tal guisa si dimostra.

Fig. 7. Considerato adunque un solido unito con un altro immobile, coll' ajuto delle tre piccole cordette uguali, ed ugualmente tese, e forti DI, GL, HM in tal guisa addattato, che la lunghezza FC, colla quale esce fuori del solido immobile PAQC, sia di dodici piedi, la lunghezza CA sia di quattro piedi, la CE di due; e finalmente la CB d'un solo, supposto pur anche, che ciascuna di dette cordette pria di strapparsi, debbansi estendere un dito a cagione del peso R sostenuto in F, il quale supponesi di libbre quattro, talmente che aggiunto un benchè menomo peso si strapperà, darà questo luogo a concedere, che non più le libbre quattro, ma bensì la metà d'esse sarà bastevole per far estendere d'un dito la cordetta LG trovandosi sola, e solamente una sola libbra, per ridurre allo stesso

segno

ſegno la cordetta HM, ſervendoſi per punto d' appoggio del termine C. Ma avuto ora riguardo, che mentre la cordetta DI eſtendeſi un dito, la GL non ſi eſteſe che d' un mezzo dito, e per la ſteſſa ragione operando tutte inſieme per ottenere l'eſtenſione d' un mezzo dito nella cordelletta GL, non ſarà di meſtieri impiegar le due libbre di peſo, ma bensì una ſola, ottenendo con queſta quanto ci fa di biſogno, così per conſeguenza nella cordetta HM, che per farla diſtendere un dito eravi neceſſaria nel termine F una libbra di peſo, non eſtendendoſi che un quarto di dito, non ſaranno biſognevoli che once 3. per equilibrarſi con queſte eſtenſioni, dal che conoſceraſſi, che il peſo R di libbre 5. $\frac{1}{4}$ avrà forza tale, che coll' aggiunta d' un piccolo peſo coſtringerà la cordetta DI a ſtrapparſi, e quaſi nel medeſimo iſtante le altre due, eſſendo che queſte ſole molto meno reſiſtano, che ſe foſſero tutte e tre unitamente preſe.

Tav. 1. Fig. 7.

Applicato adunque il diſcorſo al ſolido ABCD infiſſo tranſverſalmente nel muro EADO, la reſiſtenza maſſima del quale, che è quella, con cui ſi agiſce col tirarlo per dritto, tentando di ſtrapparlo, foſſe di 600. libbre, vuole, che dividendo la di lei baſe AD in tre parti uguali ne' punti G, ed H, e che trovandoſi la lunghezza CD verſo del terzo dell'altezza DH, come 60. a 1. ſia baſtevole per rompere la reſiſtenza della baſe AD lo applicare nell'oppoſto termine F un peſo di libbre dieci, quando giuſta il ſentimento del Galileo ve ne ſarieno biſognevoli libbre 15., *lo che prova lo ſteſſo Autore ſucceſſivamente nel ſuo Trat. a fol.* 356.

Tav. 1. 'Tra' quali due sentimenti di sì gravi Autori non sapendo quale sia il più certo, trovandosi, che la specolativa non sempre riesce praticabile colle sue dimostrazioni nelle cose meccaniche, nascendo alle volte da una non conosciuta cagione diverso effetto, ed essendo in queste cose piuttosto scrupoloso lo indagare le cose con tal sottigliezza, le quali però colla ragione si fanno chiare all'intelletto, ma l'effetto, che da un solido ne nasce, mai sarà per avvenire ad un altro, abbenchè cagionato dagli stessi mezzi.

Tralasciate adunque queste parti, in cui più, o meno si radunino le forze, o per meglio dir si proporzionino verso la lunghezza d'un solido, seguiteremo giusta il da noi principiato ordine, chiamando per assoluta la resistenza d'un mobile, quando infisso ad angoli retti in un muro fassegli forza per romperlo nel quadrato della sua base, che allora saremo sempre in dovere di considerare tutta la base per contralleva, in riguardo a tutta la lunghezza per leva.

Fig. 5. Ritornando di nuovo al primo proposito, ed accresciuta la base del solido da F in I sino da F in C, tanto maggiore sarà la resistenza della base HC sopra della base HI, come la lunghezza IH verso della CH, avendo il solido CD per leva la linea HD, e per contralleva la linea CH. Tratta adunque la proporzione, colla quale la linea CI riguarda la IH, che vale a dire in proporzion suddupla, non v' ha dubbio alcuno, che la porzione del solido aggiunto CL sia per sopportare un peso suddupla al peso K, che dimostrassimo equilibrare in D la resistenza del solido DI, e se il peso suddupla, che sosterrà la porzione del prisma CL nomi-

nerassi

Tav. I. Fig. 5.?
nerassi O, tutto il prisma CD unito insieme sopporterà un peso $\equiv$ al peso K † O, e questo semplicemente per virtù della maggior contralleva. Ma se per altra parte avrassi ancora riguardo, che nell'accrescere di contralleva da I in C, si aumenta nello stesso tempo la base, come pel rettangolo CN, contenendosi in dett' aggiunta anche la metà di quelle fibbre, e filamenti, che si contengono nel quadrato IF, e per conseguenza aver anche questi la loro rispettiva forza, sul qual riflesso farassi luogo a conchiudere, che l'aggiunta del solido CL al solido ID cresce in doppia proporzione tanto per la contralleva, che per l'aggiunta di materia, sicchè tutto il peso, che dovrà equilibrarsi col solido CD sarà $\equiv$ ad X † 2. O, ovvero a † 2. X, che è quello, che intendevasi dimostrare.

Proseguendo più oltre ancora, e riducendo la base del maggior solido CF di simile figura del primo EA, cioè in figura quadrata, come vedesi espresso per la base CP, in proporzione del quale accrescimento dovrà senza dubbio anche aumentarsi nel solido la resistenza tanto in riguardo alla maggior grossezza della base, come in riflesso all'effetto della leva, per il che osservata la proporzione, colla quale la porzione d' aggiunta FQ riguarda il restante solido FC, nella stessa maniera, e non altrimenti dovrà corrispondere il valor della resistenza, trovandosi ambedue questi solidi ad esercitare la sua azione coll'ajuto della medesima leva, sicchè se prima il solido CF trovavasi esercitare il suo momento uguale alla forza di † 2. X, ora coll'aggiunta del solido FQ sudduplo del primo, dovrà per conseguenza la resistenza in esso crescere anche in proporzione sudduplа di

Tav. 1. Fig. 5. quella, che riteneva il solido CF, talmente che se poco più avanti dimostrossi uguale a † 2. X, ora coll'aggiunta della porzione FQ renderassi uguale a † 3. X, che è quanto bisognava dimostrare; dal che si vede, come la resistenza ne' cilindri simili ad esser rotti cresca secondo due proporzioni, cioè secondo la maggior grossezza delle basi, e secondo la proporzione dei diametri, secondo quella delle basi dovrà la resistenza crescere in duplicata proporzione, per essere figure simili, come *insegna Euclide alla Prop. 19. lib. 6. Elem*; e giusta quella dei diametri, che trovasi sudduplа a quella delle basi, dal che si conchiude, che la proporzione delle resistenze, che dalle due sovra accennate proporzioni ricavasi essere triplicata dei loro diametri, che è quanto intendeva anche il Galileo *nella Prop. 4. del dial. 2.*, e perchè anche i cubi sono in triplicata proporzione dei loro lati, *come per la Prop. 9. lib. 11. Eucl.*, possiamo similmente conchiudere le resistenze dei solidi ugualmente lunghi, e disugualmente grossi, essere come i cubi verso dei loro diametri.

COROLLARIO.

DA quanto si è sovra dimostrato si può anche dedurre essere le resistenze dei solidi, o cilindri ugualmente lunghi in proporzione sesquialtera di quella delle loro basi, lo che fassi manifesto, essendosi poco fa dimostrato, che i solidi simili, ed ugualmente alti ritraggano vicendevolmente la loro proporzione dalle lor basi, la quale fecesi vedere duplicata dei lati, o diametri d'esse basi, e le resistenze sieno in triplicata proporzione

porzione dei medesimi lati, o diametri, ne verrà in conseguenza, che la proporzione delle resistenze sarà sesquialtera delle superfizie degli stessi solidi.

Tav. 2.

PROPOSIZIONE VI.

Come riconoscer possasi la diversa resistenza di due solidi di diversa lunghezza, e grossezza.

SIano i due solidi AB, CD di diversa grossezza, e lunghezza, dico, che la resistenza del solido CD sopra quella del solido AB, ritiene proporzione composta del cubo del diametro AE, al cubo del diametro CF, e della proporzione della lunghezza FD alla lunghezza EB.

Fig. 1.

Per ritrovare adunque tal proporzione troncherassi in primo luogo dal maggior solido CD una porzione tale, che il residuo s'uguaglj alla lunghezza del primo EB, ed essendo ambedue i solidi di uguale lunghezza, conosceremo subito *per la Proposizione antecedente* essere la resistenza del solido CH in triplicata proporzione di quella del solido AB, la quale così si ritrova. Prendansi i due diametri AE, CF, ed a queste due linee trovisi la terza proporzionale I, e la quarta K, fassi manifesto, che la resistenza del solido CH, sarà verso quella del solido AB, come la quarta proporzionale K sta verso del diametro della prima AE, dovendosi in questo luogo intendere il significato di quel termine duplicato, triplicato &c. diverso da quello, che intendono gli Algebristi, i quali quando dicono duplicare una grandezza, vogliono che sia moltiplicata per se

 stessa,

Tav. 2. Fig. 1. ſteſſa, e triplicare anche s'intendono, che la ſteſſa grandezza ſia moltiplicata pel ſuo prodotto, e pel prodotto del prodotto, e così in infinito, per il che fanno una sì grande differenza tra il duplo, e duplicato, tra il triplo, e triplicato, ma ſe parleremo come la intende Euclide in queſto propoſito *alla Prop. 19. lib. 6.*, ove dimoſtra, che due figure qualunque volta hanno duplicata proporzione tra di loro, altro non è, che ſiavi una certa proporzione riſguardante dette due figure, nella ſteſſa guiſa come tra tre linee proporzionali la prima riguarda la terza, così trovandoſi replicata due volte la proporzione, argomentando in tal guiſa, cioè come ſta la prima verſo della ſeconda, prende queſto per primo termine, così la ſeconda alla terza, trovandoſi quivi replicata due volte la proporzione, così ſe la proporzione tra dette linee riguarderaſſi come la prima alla quarta, ſi dirà triplicata, e così in infinito, ma allungando ora il ſolido CH per la lunghezza HD, diminuirà allora nel ſolido CD la reſiſtenza, come ſi è dimoſtrato diſsopra, per creſcere in eſſo oltre della leva ſopra la contralleva anche il peſo dell'aggiunto ſolido, per il che ſi faranno, come la linea FD alla FH, così la linea K alla L, ed allora la reſiſtenza del ſolido AB ſarà verſo la reſiſtenza del ſolido CD, come il diametro AE verſo della linea L, dal che ſi può conchiudere, che la reſiſtenza dei ſolidi di diverſa lunghezza, e groſſezza ritengano in riguardo alle reſiſtenze loro proporzione compoſta dei cubi de' loro diametri, e delle loro lunghezze, che è quanto fu propoſto.

PRO-

PROPOSIZIONE VII.

Tav. 2 Fig. 2.

Come in due solidi simili, e di uguale materia possasi proporzionare la resistenza, che hanno verso la loro base a motivo della maggiore, o minore lunghezza loro.

SIeno i due solidi simili AB, CD, dico, che i momenti risultanti dalle gravità, e lunghezze loro scemeranno nel maggiore in proporzione sesquialtera dell'eccesso della lunghezza dell'uno sopra la lunghezza dell' altro. In prova del che facciasi il solido CD di uguale lunghezza al solido AB, e sia CE, avremo *per virtù della Prop. 5. di questo* la resistenza del solido CE sopra la resistenza del solido AB in triplicata proporzione del di lui lato CH sopra del lato FA, e questo a motivo che la contralleva CH ha maggior proporzione verso della leva HE, di quella che abbia la contralleva FA verso della sua leva FB, ed anche a cagione, che la base HG trovasi in duplicata proporzione della base FI, ma dovendo accrescere la lunghezza del solido da E in D, non risponderà certamente il momento d'esso alla maggior lunghezza, ma bensì in proporzione sesquialtera della lunghezza ED.

E che ne sia il vero, l'aggiunta porzione di prisma EL fa scemare la resistenza nella base CH in proporzione dell'aggiunta lunghezza, ma il peso di tutto il prisma EL, che trovasi a far forza colla lunghezza EM, che corrisponde appunto al di lui centro di gravità,

Tav. 2. Fig. 2. vità, estinguerà anche nella stessa proporzione la resistenza, sicchè per ritrovarne il momento del solido CD verso del solido CE, sarà di mestieri trasferire la lunghezza DM da D in N, quindi come la lunghezza HN sta verso della HE, così sarà la resistenza del solido CD verso del CE in proporzione contraria, in tal guisa che scemerà secondo la proporzione sesquialtera della lunghezza ED, e se la resistenza del solido CE verso del solido AB sta come la linea AF verso della O, in questo caso poi allungando il solido fino in D, ridurrassi la resistenza come la linea P, che scemerà in proporzione sesquialtera dell' aggiunta ED, come si era proposto.

PROPOSIZIONE VIII.

Come conoscer possasi la resistenza d' un solido appoggiato sulla sua metà, applicandogli le forze nelli di lui estremi.

Fig. 3. DOpo d'aver fin qui considerati i momenti, e le resistenze dei solidi, allora quando infissi in un muro per uno de' loro estremi, e nell' altro si applica la forza d' un peso premente, o sia considerandolo solo, ovvero congiunto colla gravità del medesimo solido, oppure quando la gravità istessa del solido fa tutta l'azione della forza per superare la resistenza della sua base, dopo del che siamo in dovere di discorrere alquanto dei medesimi prismi, e cilindri solidi, qualora si appoggiassero su un sol punto tra le estremità preso, come avviene nel far qualche leva, ovvero

quando

quando fossero appoggiati, e sostenuti da ambe le parti, per il che farommi a provare, che qualunque volta un solido, che gravato dal proprio peso, trovandosi infisso in un muro ad angoli retti, che vale a dire ridotto alla lunghezza massima, oltre la quale si romperebbe questo tale cilindro, dico, o vogliamlo sostenuto nel mezzo da un sol sostegno, come vedesi in ABC, ovvero nelle due estremità, come DEF, potrà allungarsi il doppio, prima che in esso formisi la rottura, lo che per se stesso è assai manifesto, perchè se intenderemo la metà del solido ABC essere la somma lunghezza valevole a sostenersi, stando fissa nel termine B; nella stessa guisa si sosterrà, se posata sopra il sostegno G sarà equilibrata dall'altra sua metà BC, ritrovandosi in tal guisa indifferente tra il sostenersi, ed il rompersi, ritrovandosi in quel caso ugual forza, e resistenza, come se per un estremo fosse infisso nel muro, e per l'altro fosse applicata la forza. Lo stesso parimente avverrà nel solido DEF uguale al primo ABC, qualora appoggiandolo sui due sostegni HI posti alle estremità d'esso, e facendogli forza nel mezzo, non essendovi dubbio alcuno, che quella forza, che nel primo ripartita in AC sarà bastevole a formare la rottura in B, unita in un sol punto E cagionerà lo stesso effetto, essendo sì nell'uno, che nell'altro uguale la resistenza, verso la quale applicandosegli ugual forza coll' ajuto d'uguali leve dovrassi formar la rottura.

Tav. 2. Fig. 2.

PRO-

Tav. 2. Fig. 3.

PROPOSIZIONE IX.

Come cresca la resistenza in un solido situato obbliquamente.

SIA il solido ABC obbliquamente collocato sui due sostegni DE, e che tal solido sia di diametro, lunghezza, e resistenza uguale ai due preaccennati, in guisa tale, che se fosse posto in piano per ogni menomo impeto si romperebbe, dico, che messo obbliquamente sotto qualunque inclinazione crescerà in tal solido la resistenza, nella stessa maniera che cresce la lunghezza d'esso su dell'orizzontale DF.

Costituiscasi adunque in tal positura il solido sui sostegni DE, ed il peso H esprima la forza, colla quale tirando perpendicolarmente pretendasi di formare in esso la rottura, è manifesto, che la forza incontrandosi obbliquamente colle fibbre del solido, non ha verso di quella la medesima azione, che avrebbe, allora quando tirasse ad angoli retti, e questa tale azione scemerà appunto nella stessa guisa, come scemano le leve, avvegnachè riducendosi tutta la lunghezza DE in DF, nella stessa maniera scemerà la leva, secondo la quale in proporzione contraria crescerà la resistenza sopra la forza; per il che se si farà come la lunghezza DF alla DE, così il peso H ad un altro proporzionale I, questo sarà quello, che applicato al mezzo del solido AC equilibrerà la di lui resistenza, stando nell' inclinazione DE, come aveasi a dimostrare

OSSER-

OSSERVAZIONE.

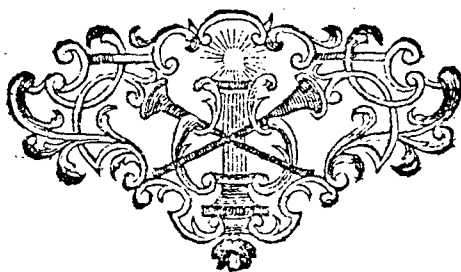
Tav. 2. Fig. 5.

QUello poi, che su questo fatto ricerca più sottile specolazione, si è il ritrovare su quale dei due sostegni maggiormente graviti il solido AC, stando sull' inclinazione DE, circa del che dico, che inclinando in qualunque modo il solido AC, la metà d'esso graviterà sempre sul sostegno D, ed il maggiore, o minor peso, che se gli può aggiungere a motivo dell' inclinazione, che può avere più, o meno detto solido, toglies sempre dalla restante porzione, giusta la quale scema poi il peso nel punto, o sostegno E. E che ne sia il vero, se lascierassi detto solido orizzontale sui proprj sostegni, fassi allora manifesto, che tutto il peso ripartirassi ugualmente su ciascuno d'essi, e nella stessa guisa, se sul medesimo solido maggiormente s' accrescesse di peso, colla stessa proporzione dividerebbesi su ciascuno de' suoi sostegni ugualmente, ma se rimosso dall' orizzontale, e costituito sull'inclinata DE, dovrassi senza contesa ammettere, che oltre della metà del solido AB, che assolutamente preme sul punto D, siavi ancora parte dell' altra metà d'esso solido BE, che accrescasi al peso sul sostegno D, e per conseguenza scemi verso dell' altro E, giusta la proporzione delle lunghezze contrariamente applicate, per il che se di tutto il peso, che in se ritiene la metà del solido AC, se ne faranno parti proporzionate, una alla lunghezza DE, l' altra alla DF, la prima crescerà sul punto D il peso, e la seconda dimostrerà il valor d' esso peso sul punto E, ma per

meglio

Tav. 2. Fig. 3. meglio dichiararsi, se si farà come la lunghezza DF alla DE, così la lunghezza DG alla DH, verrassi in cognizione, che di tutto il solido AC la porzione AH gravita sul punto D, e l'altra HC preme sul punto E, come per se è manifesto.

Aggiungasi ancora, che se su detto solido s'andasse sempre più aggiungendo maggiore, e maggior peso, sempre questo dividerebbesi nella stessa proporzione sì su l'uno, che sull'altro sostegno, dal che si può benissimo conoscere di quanto s'allontanino dalla sodezza coloro, che nel fare i coperti mettono le travature in tal guisa inclinate da un muro all'altro, senza intestarle in altri travi orizzontalmente collocati, osservando benissimo da questa Proposizione di quanto più resti gravato un muro, che un altro, oltre del che congiunto col maggior peso evvi poi ancora un altro riflesso, che è quello della spinta, come dimostrossi nelle prime Proposizioni della seconda Parte, il che tutto sempre fassi a pregiudizio per lo più delle muraglie di facciata, nelle quali quanto più si è possibile devesi conservare la resistenza.

PRO-

PROPOSIZIONE X.

Tav. 2. Fig 4.

Dato un solido infesso ad angoli retti per le sue estremità in due muri, sopra del quale debbasi aggiungere più, e più peso, non però nel mezzo di esso, ma bensì più vicino ad un muro, che all'altro, siamo per ricercare su quale di questi due muri maggiormente sostengasi il peso sovrapposto.

SIA il solido AB assodato nei due muri di fianco AC BD, dico, che se sul medesimo sarà distribuito ugualmente un peso, come saria quello d'un solaro, o altro simile, questo ripartirassi ugualmente su ciascuño de'pilastri AC, BD, accadendo quivi lo stesso effetto, come se dalla di lui metà fosse appeso un grave, come dimostrossi nella Proposizione ottava, ma se tutto il peso in vece d'appoggiarsi in E si collocasse in F, allora non più divideriasi l'azione di detto peso ugualmente sui due sostegni, ma tanto più caricherebbe il muro AC, quanto meno sentirebbe di peso il muro BD. Lo che si dimostra così; il peso, che costituito in E ripartivasi poc'anzi ugualmente sui due muri, non si suppone alterato col solo trasportarlo da E in F, onde essendo tale non avrà maggiore la sua azione in riguardo al peso, talmente che debba maggiormente opprimere il solido AB, sarà soltanto alterata la di lui azione in riguardo ai pilastri, verso de'quali quanto più s'approssima il peso, tanto più s'accresce la pressione, e questa sempre in proporzione delle leve contrariamente prese, che vale a dire, che come sta la linea

FB

Tav. 2. Fig. 4. FB verso la BE, così sarà tutto il peso verso del muro AC, ed all' opposto come la lunghezza FC verso la CE, così sarà del restante peso verso del muro BD, sicchè la divisione dei pesi farassi sempre in proporzione delle leve contrariamente prese, nella stessa guisa che accade nelle bilance di braccia disuguali, e se di bel nuovo dalla parte opposta vi si aggiungesse un altro peso non uguale al peso di F, ma per esempio suddu-plo, non ostante che resti sempre l'altro peso in F, allora qualunque siasi la gravità posta in G incomincierassi a supporre collocata nel punto E, sul quale ugualmente dividesi nei sostegni AC, BD, quindi facendo come la lunghezza CG verso la CE, così il peso G graviterà sul muro BD, e per l'opposto, come la lunghezza GB alla BE, così il residuo dell'assoluto peso graviterà sul muro AC, dal che si può conchiudere, che qualunque volta due, o più gravità diverse s'appoggiano sopra d'un trave, o altro solido in punti non regolati, dividerassi allora il peso sopra ciascuno de' pilastri in proporzione composta delle diverse lunghezze verso della metà del solido, e dei pesi contrariamente presi.

PRO-

PROPOSIZIONE XI.

Tav. 2. Fig. 5.

Di quanto peso siavi di bisogno per rompere un solido, la di cui resistenza siaci conosciuta, applicandovi un peso sul mezzo, qualunque volta tolto il peso dal mezzo si colloca sopra altro punto in esso solido a piacimento.

NEll' antecedente Proposizione si è dimostrato, come un peso rimosso dal mezzo d' un solido, ed approssimato più ad una estremità, che ad un'altra, maggiormente carichi il sostegno più prossimo, che l'altro più rimoto; ora siamo per riconoscere di qual maggior resistenza sia per essere il medesimo solido equilibrato sul suo mezzo verso della propria resistenza, se lo stesso peso rimoto dal suo sito si trasportasse in qualunque altro punto. Per il che si consideri in primo luogo il solido AB, CD con un peso posto in E, che equilibri la di lui resistenza, in cui ritrovandosi le lunghezze EA, EC eguali, trovisi il peso diviso ugualmente sulle estremità, o vogliam dir sostegni BD, e questa è la resistenza minima, che trovar possasi in un solido, come abbiamo sinora veduto; ma se pel contrario farassi osservazione nell' altro solido, tolto il peso dal mezzo E, e trasferto in H non solo premerà più verso del punto F, come dimostrossi qui sopra, giusta la proporzione della linea AE alla FH, ma quel che di più resta chiaro è, che la base del solido FI tanto più diverrà resistente sopra la base dell'altro AB, quanto che la lunghezza FH sarà minore della

Tav. 2. Fig. 5. lunghezza AE, giusta la qual proporzione dovriasi accrescere il peso H.

Nè qui vale a dire, che possansi compensare le distanze, essendo che la lunghezza HG cresce sopra la CE nella stessa proporzione, colla quale scema l'altra FH, pel qual motivo potrebbesi addurre, che quella maggior resistenza, che nella base FI ritrovasi, debba essere bisognevole per soccorrere la base GK, la quale avendo maggior contralleva, dovrebbe per conseguenza rompersi, al che si risponde, che questo saria per avvenire, allora quando il solido FK fosse separato nel punto H, e che infissi i due pezzi HK, HI in due muri, e che nell'estremità d'ognuno d'essi fosse applicata la metà del peso posto in E, perchè allora il peso non resta alterato, solamente cresce la di lui azione in riguardo alla maggior leva, colla quale la lunghezza HG cresce sopra la EC, ma quivi per l'opposto in proporzione della lunghezza GH scema il peso di premere sulla base GK, talmente che essa base non soffre altra violenza dalla trasmutazione del peso, di quella, che sentirebbe, se il peso fossesi lasciato nel mezzo, ed abbenchè eserciti la sua azione colla leva HG, ciò nulla ostante non sarà per crescere di valore, essendosi fatto vedere qui sopra, che nella medesima proporzione della lunghezza scemava il peso dal sostegno k, e cresceva in I, dal che si puol conchiudere, come il peso H possasi sempre accrescere, giusta la diminuzione della lunghezza FH verso della AE, la quale si può scemare in infinito, nulla contando il maggior accrescimento di leva, che fassi per la lunghezza HG verso della FH, essendosi fatto vedere, che

che quanto più s'allunga, tanto più si scarica. Sicchè la resistenza nella base FI dovrà crescere sopra la base AB in proporzione della lunghezza FH verso la base AE contrariamente prese.

Tav. 2. Fig. 5.

Conosciute tutte le forze, che possano avere varj solidi contro il loro spezzarsi, i quali ora dipendono dalla maggiore, o minore grossezza, ora anche dalla maggiore, o minore leva sotto varie inclinazioni, adesso poi conviene, che s'osservi con qual proporzione crescer possa la resistenza in un solido dal tirarlo per dritto con volerlo strappare verso dell'assoluta, e massima resistenza, che ha in se il medesimo, qualora fassegli forza nel volerlo rompere per traverso, la qual proporzione secondo il Galileo nel suo dialogo della giornata seconda, vuole, che cresca sopra la resistenza massima dell'esser rotto circa 60. per cento, adducendo ivi le sue ragioni, e secondo un altro Autore Franzese di credito, detto il Mariotti deve crescere 75; ma qualunque siasi tale maggior resistenza, questo non è di necessità tanta nel nostro proposito, che siamo in dovere di specolarne la sottigliezza, bastandoci il sapere essere la resistenza di un solido all'esser strappato, tirandolo per dritto, eccessiva in riguardo a quella dell' essere spezzato per traverso, per potere secondo ambedue queste cognizioni dimostrare, come possasi di queste forze farne composti tali, che tra di loro s'estinguano, e portino grandissime utilità in tutti gli edifizj, ed altre cose necessarie all'uso umano.

Il magggior uso, che facciasi de' travi in un edifizio si è a riguardo della costruzione dei coperti, attorno ai quali massimo deve essere lo studio di un Architetto,

Tav. 2. Fig. 6. e diligenza del meccanico nella costruzione, affinchè oltre del renderli abili a sopportare il proprio peso delle tegole, possano altresì resistere all'invernate, quando i coperti si caricano di nevi, senza che il peso possa pregiudicare ai muri, che le sopportano, anzi che, come dimostrossi *nella seconda Parte di questo alla Prop.* 1., quando trovansi in buona forma costrutti accrescono nel muro medesimo la resistenza; prima però di dimostrarne la formazione, fa di mestiere anteporre la regola per darli l'alzata, come usasi comunemente qui in Italia, che viene rapportata dal *Serlio al lib.* 4. *fol.* 23. per regola de'Frontespizj, quale si è nel modo seguente: avuta la larghezza del sito, nel quale intendesi di fare il coperto, il qual sia AB, si dividerà per metà nel punto C, dal quale dedurrassi una perpendicolare producendola da una parte, e dall'altra in E, e D, quindi presa la lunghezza CB, ovvero CA, quella si trasferirà da C in D, dappòi fatto centro in questo punto D s'aprirà il compasso sino in A, ovvero in B, e trasporterassi questa misura da D in E, dal qual punto si condurranno due rette linee ai termini AB, le quali ci daranno l'altezza del coperto CE.

Fig. 7. Eletto ora il sito, che debbasi coprire, contenuto tra le due muraglie AB, CD, condurrassi in primo luogo una linea orizzontale, che unisca i due termini, o vogliam dire le altezze del muro AC, la quale dovrassi produrre oltre dei detti muri da A in E, e da C in F, e questo a motivo di poter allungar il coperto fuori delle muraglie, allontanando da esse quanto più sia possibile l'acqua, ovvero per potere anche coprire la cornice. Ridotta adunque tutta la lunghezza della linea

AC

AC in EF, troverassi l'altezza d'esso coperto per la regola poco fa addotta, la qual sarà GH, unendo col punto H le due estremità EF colle linee EH, HF, dopo di questo s'eleggerà la grossezza delle travature, colle quali intendesi di fare il telaro, che ha da sopportare le tegole, il quale sarà HI, dal detto punto I potransi condurre due linee paralelle, una alla HE, l'altra alla HF, come sono le due IK, IL, alle quali si potranno condurre due altre paralelle a piacimento, che esprimano la grossezza del trave IK, il quale appoggiandosi sul muro AE, potrebbe unirsi in angolo coll'altro opposto IL, ma perchè allora tutto il peso del coperto appoggiandosi ai due travi suddetti IK, IL, essendo questi inclinati, l'azione del peso ridurrebbesi parte anche in ispinta secondo la proporzione del di lui angolo d'inclinazione verso dell'angolo retto, come dimostrossi *alla Prop.* 37. *della Parte prima di questo*, oltre al che trovandosi ai detti due travi nelle estremità loro KL poco incontro di muro, crescerebbe allora il pericolo di rovina, quando si caricasse di neve il coperto, perchè allora maggiore trovandosi il peso, quel poco di muro KM sarebbe inabile a sopportarlo. Lo che senza dubbio non sarà per arrivare, se in primo luogo sulle estremità della muraglia si metterà un trave in piano KL, nel quale s'intesteranno i due travi inclinati KI, KL, come dalla figura si vede, quello farà, che tutta la spinta estingueraffi nelle testate del trave KL, e ridurrassi tutta l'azione del coperto al semplice peso, il quale accrescendo la resistenza nel muro, gli servirà altresì di chiave per contenerlo, e se alle volte fossevi qualche dubbio, che il trave KI nell'appuntarsi alla testata dell'

Tav. 2. Fig. 7.

Tav. 2. Fig. 7. altro KL facesse spiccare da esso quella parte, che lo contiene, potrebbesi in quel caso cautelare con una, ò più lastre di ferro, che abbracciandogli ambedue gli assicurassero da tal pericolo, lo che si vede nella figura praticato.

Evvi finalmente un' altra cosa, contro della quale conviene munirsi, ed è, che il peso del trave KL coll' andar del tempo potrebbe da se stesso gravato, avvallarsi alquanto nel mezzo, e per conseguenza rimoversi nelle estremità, e sconvolgere in parte il restante coperto. Ma se nella congiunzione dei due travi KI, IL s'intesterà un altro trave, che starà perpendicolare IO, il quale non arrivi a toccare l'altro KL, ma però ad esso resti ligato con una lastra di ferro OG, la quale oltre di affermare il trave IO, che non si possa da tal sito rimovere, servirà pur anche in caso, che il trave KL fosse per abbassarsi, a sostenerlo nella stessa posizione, come si vede nella figura.

Dopo di questa vedesi l'altra figura, che rappresenta un pezzo di coperto armato colle principali travature, acciò possansene intendere le disposizioni di tutte le cose.

Fig. 8. Per assicurare ancora maggiormente l'armatura di un coperto, qualora trovasi di una lunga distesa, affinchè le travature oppresse dal peso non cedano, come nell'esempio del coperto ABC, ove i due travi AB, BC potrieno per un gran peso avvallarsi, per il che dovrassegli appuntare un sostegno, che incontrisi nel mezzo della travatura suddetta, o ivi poco distante, il qual sostegno dovrassi sempre procurare di metterlo in guisa tale, che non carichi il trave AC, come più soggetto ad

ad esser rotto, avendo maggiore degli altri la distesa, ma bensì dovrannosi intestare nel punto D del Bolzone, e nei termini EF delle travature, stando adunque in tal guisa un' armatura, e facendo il caso, che il trave BC fosse per rompersi, venendo incontrato nel punto F dal sostegno FD, non potrà mancare, se prima non farà rialzare il trave AB nel punto E, ma essendo impossibile, che un peso posto in F, o sia del coperto, o sia d'aggiunto straordinario, come accade in tempo d'inverno, quando vi cade gran copia di nevi, possa oltre del vincere la resistenza del solido BC, ancora sollevare tutto il peso, che su del trave AB resta appoggiato, resta perciò fuor di dubbio, che sia un tal coperto per mancare, abbenchè sia eccessivo il peso, che possasegli applicare, se nelle due testate AC starà fisso, per maggior cautela del che potrannosi ancora ligare insieme le testate dei travi colle lastre di ferro nella precedente figura enunciate.

Tav. 2. Fig. 8.

INDICE

De' nomi, e cognizione de' taglj per la formazione dell' armatura.

AC, Trave detto Somero, che ponesi orizzontale, acciocchè graviti ugualmente sui muri, nel quale si fanno gli incastri GH per intestarli i due rampanti HB BG.

KI, Trave detto rampante con i suoi taglj, cioè I rappresenta il taglio, che s'investe nel sito G del

Tav. 2. Fig. 8. somero, e col taglio K, che s'investe parimente nel punto L del Bolzone.

MN, Bolzone coll'incastro M, nel quale deve infiggersi il taglio K, e coll'incastro N, nel quale deve infiggersi la saetta DF.

OP, Saetta col taglio O per infiggersi nell'incastro N, e col taglio P per infiggersi nell'incastro Q del rampante KI.

Tav. 3. Fig. 1. Avviene il più delle volte ne' grandi edifizj o di Chiese, o di Palagj, ove intervengono ben lunghe distanze, che le travature ritrovansi corte, massime qualora vengono collocate sopra le volte, e che non si deve alle medesime appoggiarsi per sostentare il coperto, conviene allora unirne più assieme, affinchè possano arrivare da un' estremità all'altra, lo che si deve fare non senza mediocre studio, e con somma diligenza nella costruzione. Scelti adunque due travi ben sodi, e secchi, come CB, DA, quelli s'intesteranno gli uni negli altri a denti di sega, come vedesi nello spazio contenuto tra CD, commettendogli uno all' opposto dell'altro, e questo si è a motivo, che soffrendo i due travi la maggior forza loro nell'esser strappati, non possano per tal cagione disunirsi, e disgiungersi. Per andar poi ancora all'incontro, che detti taglj, o incastri dovendo soffrire una gran forza non si spiccassero, sarà bisognevole farvi due taglj al contrario, li quali sono i due CD, in guisa tale, che se il trave CB nello stesso tempo, che fosse per far spiccare dall' altro AD la porzione DC, la sosterrebbe coll' incontro del taglio D.

Nè

Nè questo solo saria bastevole per fare, che i due travi in tal guisa congiunti fossero per resistere a sostenere il coperto, non però a riguardo che potessesi uno dall'altro disgiungere, ma a motivo che il peso solo dei due travi potrebbeli far avvallare, e cagionare qualche alterazione, lo che per certo non sarà per avvenire, se oltre del taglio CD se gli aggiungerà per sostegno l'altro trave EF ligato sul mezzo dei due primi colle lastre, o fascie di ferro nelle estremità, e coi chiodi nel mezzo, che in tal guisa, oltre d'impedire l'avvallazione dei due travi, renderà altresì l'armatura più forte.

Tav. 3. Fig. 1.

Fatto questo dovrassi fare la figura del frontespizio, come abbiamo per lo passato esposta ABI, quindi si disporranno in distanze al bisogno tre Bolzoni IkL, e si incominceranno ad intestare a coda di rondine nei due travi IL, LB, attaccando a detti Bolzoni l'armatura dissotto colle lastre di ferro, che si vedono nella figura, le quali oltre di tenere incatenata l'armatura, farà sì, che gli stessi Bolzoni meglio si sosterranno, e se meglio si vorranno contrastare le forze, si potranno mettere due altri incontri ML, MK, che s'appoggino nel punto M del Bolzone MI, i quali incontrandosi nelle testate KL, formeranno due altri frontespizj, che serviranno a maggiormente incontrare il Bolzone L, il qual fuor di dubbio non sarà per cedere, non potendo il punto M rimoversi, se prima non s'abbasserà il punto I, ed il punto I sempre si manterrà a suo luogo, qualunque volta le di lui basi KL staranno fisse, e queste parimente resisteranno a qualunque forza, se nella testata del trave B sarà assicurato l'in-

contro,

Tav. 3. Fig. 1. contro, che per maggior cautela si potrà investire con alcune lastre di ferro, come si vedono nella figura, dal che si può conchiudere, che un'armatura in questa guisa incontrata sarà per sostenere qualunque peso, se nella costruzione si avranno i dovuti riguardi qui avanti accennati.

Fig. 2. In altra guisa ancora si può formare un armatura d'un coperto in una lunga distesa, e si farà armando primieramente il somero nel modo poc'anzi descritto, tagliandoli le investiture a denti di sega, e ligandoli con un altro, che abbracciandogli tutti due formi quasi come un solo trave, nelle di cui testate AB si faranno gli incastri per impostarvi i travi del frontespizio, i quali per trovarsi di eccessiva lunghezza, non potrieno aver quella forza, che a sostener il peso da sovrapporsegli saria bisognevole, pel cui effetto saremo in dovere di metterli in più porzioni divisi. Fattene adunque di tutta la lunghezza AB tre parti o uguali, o disuguali, se gli applicheranno sul mezzo i due Bolzoni CD, nelle testate de' quali vi si commetteranno i due travi AC, BD, che formeranno parte del frontespizio, acciocchè poi detti Bolzoni non solo possansi in tal guisa sostenere, ma pur anche affine che ad essi possasi ligare il somero, se gli commetterà nelle testate un trave orizzontalmente collocato CD, in guisa che i tre travi AC, CD, DB formeranno un arco, al quale verrà attaccato il somero, come si è detto dissopra, e questo sarà di struttura fortissima, essendo che mai non potrà sì il trave CD, che i due Bolzoni abbassarsi, se non si sforzeranno li due incastri nelle testate AB del somero, del che per assicurarsene si ligheranno

con

con alcune lastre di ferro, come dalla figura si vede; per compire poi il frontespizio sino in E, s'intesteranno al modo ordinario due travi rampanti nelle testate CD, in mezzo a' quali vi si applicherà il Bolzone E, al quale potrassi ligare il trave orizzontale CD, come vedesi nella figura espresso.

Tav. 3. Fig. 2.

Alcune volte ancora può arrivare d'aver da mettere un coperto in qualche luogo, sotto del quale siavi qualche volto, in guisa che nei fianchi si possano appoggiare due saette, come nella presente figura le due AB, CD, dalle quali massimo se ne ricava il vantaggio. Supposto adunque tal sito colla distesa EF saremo in dovere di unire due travi insieme per testa, come praticossi finora, dappoi in vece di ligarli con un terzo trave ai primi due sovrapposto, questo potrassi mettere al dissotto, come vedesi BC, le di cui estremità CB, o vogliam dir taglj, si faranno obbliquamente ai lati del medesimo, dandogli la figura di un cuneo tronco, e questo a motivo, che incontrandosi nelle testate delle due saette AB, CD, più sodamente s'incontrino, e formino quasi come un arco, ciò nulla ostante non lascierassi di ligare detto trave BC al somero, che gli sovrasta nella stessa guisa degli altri poco fa menzionati, quindi per farvi al dissopra l'armatura, dividerassi la lunghezza FE in parti tre a piacere, ed in quelle di mezzo G H si metteranno due ometti, o Bolzoni GK, HI, fatto questo formerassi un incastro nel punto H, piede del Bolzone HI, in cui potrassi infiggere un trave rampante, che investasi nel punto K, termine del Bolzone opposto, con ciò che faccia coll'altro KE frontispizio, il qual trave EK s'infiggerà

Fig. 3.

nel

Tav. 3. Fig. 3. nel termine E del somero EF, nella stessa maniera farassi dall'altra parte coll'infiggere nel punto G del Bolzone GH il trave GI, che portisi a far frontespizio nel punto I col trave IF. Nè questo soltanto saria bastevole per sostenere un gran peso, se i termini dei Bolzoni HG non saranno incontrati dalle due saette HL, GM, stante la qual cosa i termini IK mai non potranno abbassarsi, senza che manchino i due sostegni GM, KL, i quali mai non potranno venir in manco, senza che non si disgiungano i due travi EK, IF dai due Bolzoni IH, GK, lo che trovandosi impossibile tanto per il taglio de' legnami, che per il contrasto loro farà sì, che l'armatura suddetta sarà resistente per sostenere ogni gran peso; per terminare poi detto coperto se gli metterà sul trave KI un' armatura semplice d'un sol Bolzone con due travi incastrati, e questo espressamente si è fatto più rilevato dalla linea del coperto, a motivo che trovandosi in questi casi lunghe le distese, non possano poi le ultime tegole dei medesimi coperti ritenere tutta la pioggia, che da una sì lunga distesa ricevono, e per conseguenza spargano poi l'acqua nelle case, e particolarmente sui muri di facciata, lo che non arriverà certamente, se rilevando alquanto di più il coperto dissopra, si condurrà via l'acqua, che sul medesimo vi cade per via di canali, ed in quel caso trovandosi nel restante sito più corta la distesa, non sarà così facile, che l'acqua rigurgiti indietro, e venga nelle fabbriche.

In altra guisa ancora si potrà fare un coperto fortissimo in una lunga distesa, se armato nello stesso modo dell' antecedente il somero coi suoi saettoni, ridurrassi

raßi alla totale lunghezza, la quale divisa in parti a piacere, si disporranno ugualmente lontani tre saettoni AB, CD, EF, fatta dappoi la regola del frontespizio GCH, coll'ajuto di questa si stabiliranno le lunghezze dei bolzoni in ACE, lo che in tal guisa disposto darà luogo alla conneßione del restante coperto. Fatti adunque nelle due testate del somero G, H le solite espresse intaccature, ivi se gli commetteranno i due travi rampanti GA, EH, che porterannosi ad incontrare i due bolzoni più corti ne' punti A, ed E, per ove infiggeraßi pur anche un altro trave orizzontale AE, lo che renderà l'opera in tal guisa costrutta, che formerà quasi come un arco scemo, la resistenza del quale così viene a dimostrarsi.

Tav. 5. Fig. 4.

Mai non mi darò a credere, che cotale disposizione d'armatura sia per cedere, o venire a meno, qualunque volta stando sul piombo, o sia in linea retta col somero, che stagli al disotto, non potraßi rimovere da' punti GH, ove per l'appunto maggiore ritrovasi l'impeto del peso. E che ne sia il vero, stando fißi i due termini dei travi nelle estremità GH, s'accosteriano allora le due estremità AE dei travi GA, HE, l'una verso dell'altra abbassandosi, lo che è contro ogni probabile supposizione, essendo incontrati, e sostenuti dal trave orizzontale AE. Aggiungasi per maggior sicurezza sopra il trave AE il compimento del frontespizio AC, CE, il quale incontrandosi parimente nei due bolzoni AB, EF, darà anzi maggior forza all'armatura disotto, tanto più, che nell' incontro d'eßi si incasserà il bolzone di mezzo a coda di rondine pel suo estremo C, si ligherà, o commetterà

Tav. 3. Fig. 4. terà nel trave AE per maggiormente rassodarlo nel punto I, lo che farà, che mai il trave AE potrà rimoversi dal proprio sito coll'avvallarsi, essendo nel suo mezzo sostenuto da un sostegno sì valevole, come è quello del bolzone CI, il quale prodotto fino vicino al somero, con esso potrassi unire per via della lamina di ferro, che gli cinga, la quale rassoderà l'opera, in guisa che mai potrà uscire dal suo vivo, lo che dovrassi nella stessa guisa praticare agli altri due bolzoni AB, EF, come resta nella figura espresso. Ciò fatto, per maggiormente assicurarsi s'imposteranno due travi nelle estremità dei bolzoni AB, EF, cioè ne' punti BF in figura di frontespizio, che vadansi ad unire nel punto di mezzo I, ove daranno maggior incontro al bolzone CD, e per opporsi alla forza, o violenza, che potessero fare i due travi ultimamente impiegati IB, IF contro le due estremità dei bolzoni BF, se gli contrapporranno dall'altra parte due altri pezzi di trave appuntati nel frontespizio esteriore, i quali sono BK, FL, i quali oltre d'opporsi al movimento, che potessero fare i due bolzoni suddetti, serviranno altresì di sostegno al coperto, all'occasione che gravato dal peso potesse in qualche parte cedere, sul qual riflesso si sono pur anche aggiunti i due travi IM, IN nel frontespizio superiore, in quanto poi alle ligature di ferro, quelle si potranno praticare, come si vedono dal disegno espresse.

Ma se la distanza, o intervallo da un muro all'altro, sui quali debbasi appoggiare il coperto, fosse eccessiva, in guisa che il trave somero non fosse bastevole per arrivare da una parte all'altra, armato, ed

unito

Tav. 9. Fig. 5.

unito nelle maniere oltre passate, che perciò fosse necessario invece d'unirne due, dovessimo unirne tre insieme, formerassi in primo luogo il somero di tre travi congiunti insieme per testa colle intaccature a denti di sega, all'incontro della quale unione sarà ben fatto ligar le due altri travi, affinchè diano maggior robustezza all'opera, lo che tutto sarà da praticarsi ne' modi avanti dimostrati, o come più ampiamente dalla figura si vede. Preparata tal cosa eleverassi dalle due estremità suddette la figura del frontespizio ABC, come anche si è insegnato per l'avanti, dentro del quale potrassi condurre una porzion d' arco DEF, la di cui corda sarà DF, la qual porzion d'arco, abbenchè più, o meno sia incurvata, ed anche più, o meno abbia di corda, questo non ha a che fare a riguardo della resistenza, lo che ciascuno saprà accomodarsi a suo genio, il qual arco divideraissi in porzioni a piacere, come vedesi in EGH, EIK, per le quali divisioni si condurranno altrettanti raggi al centro dell' arco, i quali serviranno di assi ad altrettanti travi, se serviranno di bolzoni al frontispizio ABD.

Intestato poi che sarà il bolzone K nella parte del frontispizio AB, cioè nel punto L, coll'ajuto del centro, col quale si siamo serviti poc'anzi, condurremo un' altra curva paralella, che finirà nell'opposto punto N, ove appunto l'altro simile bolzone H termina nel frontespizio, giusta le quali curve s'anderanno applicando i travi DK, KI, IE, &c., e così superiormente, come dalla figura si vede, i quai travi in tal guisa disposti faranno la figura di un arco composto di varj cunei, ed a riguardo della resistenza dimostreremo,

Tav. 3. Fig. 5. remo, che il bolzone di mezzo BE non potrà da verun peso esser rimosso, senza che nello stesso tempo non faccia rimovere i due, che tiene a fianco IG, nè questi parimente saranno rimossi, se non rispingono gli altri due KH, i quali totalmente resisteranno coll' ajuto dei due incastri FC, AD, i quali dovranno essere con tutta la cautela armati con lastre di ferro, come vedesi nella figura. Lo che farà, che per questa parte non potrà venir in rovina un tale armamento; resta soltanto più necessario fare in modo, che tutta la macchina, messa che sia al suo luogo, non si possa ritirare dalla linea retta, o sia dal suo vivo, lo che farassi sicuro col mettere nel piede di ciascun bolzone la sua lastra di ferro, che s'investa nel somero, la quale, oltre d'assicurar tutta l'opera dal portarsi fuori del piombo, sarà di gran giovamento al somero, affinchè il proprio peso mai non possa farlo avvallare.

Sul proposito di tali armature parvemi ben fatto il rapportare alcuni disegni di Ponti enunziati nell' Architettura di Andrea Palladio nel libro 3., uno dei quali asserisce essere stato praticato sul fiume Cismone, il quale scendendo dai monti, che dividono l'Italia dalla Germania, entra nella Brenta alquanto sopra Bassano, il quale essendo velocissimo, coll' ajuto di esso mandavano i Montanari grandissima quantità di legnami. Presesi risoluzione di farvi un Ponte, senza porre altrimenti pali nell' acqua, perciocchè i travi, che vi si piantavano, erano dalla velocità del corso del fiume, e dalle percosse de' sassi, e degli arbori, che da quello continuamente all' ingiù erano portati, mosse, e cavate; per il che abbisognava ogni anno rinno-

rinnovarlo; la quale invenzione è molto degna d'avvertimento, potendo servire a più occasioni, qualora si avessero simili difficoltà, ritrovandosi i Ponti così fatti belli, forti, e comodi; belli, perchè la tessitura de' legnami è graziosa; forti, perchè tutte le loro parti scambievolmente si sostengono; comodi, perchè sono assai piani, e quasi sotto stessa linea col rimanente della strada. Eletta adunque la larghezza del sito, in cui intendesi fare un tal Ponte, si uniranno insieme due, o più travi, che faranno la figura di un somero ne' modi pel passato descritti, quando tale fosse la distesa, che con un sol trave non si potesse unire: quindi divisa tale lunghezza in parti uguali a piacere, come nella figura in sei, su ciascuna d'esse si alzerà una colonnetta di legno, come vedesi A, B, C, D, E, dopo del che stabilita l'altezza del Ponte CF, ivi metterassegli un'altra trave paralella al piano AE, la qual sarà HI; dai quai due punti si metteranno due altre travi inclinate, che formino la figura d'un frontespizio, come sono IK, HM, i quai tre legni formando figura di arco, sosterranno il peso della restante armatura col mezzo delle colonnette HB, ID, alle quali potrassi ligare il piano AE o sia con lastre di ferro, che se gli investiscano d'attorno, ovvero con bolzoni di ferro, i quali passando per tutta la grossezza del trave, s'affermino al dissotto con una chiavetta; oltre del che nei tre spazj suddetti per maggiormente incontrare i tre travi superiori MH, HI, Ik s'imposteranno tre frontespizj, uno de' quali, cioè OPB sosterrà il trave MH, il secondo BFD sosterrà il trave HI; e finalmente il terzo DQR ajuterà il

Tav. 4 Fig. 1.

S trave

Tav. 4. Fig. 1. trave IK, nel mezzo de' quali messi i suoi rispettivi bolzoni, questi nella stessa guisa si ligheranno al trave orizzontale AE per maggior incontro, come dalla figura si vede. Preparate tutte queste cose vuole l'Autore, che questo si collochi a livello sopra i due buoni pilastri di pietra, e sicuri, acciò mai non si possa rimovere, e mancare il Ponte: io pertanto sarei di parere, che ad un tal Ponte si sottoponessero i due saettoni AS, EV non tanto a motivo che sostenessero anch'essi parte del peso, quanto per incontrare i due travi AO, ER, i quali essendo intestati con quel di mezzo BD, potessero coll'andar del tempo alquanto ritirarsi.

Quando poi fossesi per mettere in opera una tal cosa, non dovriasi collocare meno di tre ordini di tali armature, abbenchè il Palladio nella sua pianta non ne dia che due, perchè allora in tal guisa si può formare quella di mezzo poco più alta, affine di fare il piano del Ponte alquanto colmo nel mezzo per trasportare fuori le acque, che su esso potessero arrestarvisi, ed anche a motivo, che meglio colligandosi insieme abbia maggior robustezza, come dal profilo messo in prospettiva si puol vedere fig. 2.

Fig. 3. Un'altra invenzione di Ponte viene susseguentemente rapportata dallo stesso Autore, la quale abbenchè appaja non di grande studio, nulladimeno sembrami degna di considerazione non mediocre, la maggior robustezza del quale consiste nella struttura della pianta, avvegnachè, stabilita che sarà la lunghezza del sito, la quale non si potendo comprendere da un sol trave, si congiungeranno più travi insieme di diversa lunghezza, accostandogli gli uni agli altri per fianco, come si

si vedono nella pianta, in modo che i primi due segnati I saranno i più corti, i quali oltre d'esser ligati, ed annessi agli altri, saranno pur anche incatenati dalla traversa B, sulla quale saranno infisse le due prime colonnette segnate B nell'alzata, presso alle estremità delle quali si incontreranno coi due travi inclinati a forma di frontespizio CD. Ritornando poi alla pianta, divideranssi la lunghezza di tutto il Ponte in parti uguali, come resta indicato dalle travature rettangole, oltre alla seconda trasversale D dovrannosi produrre i due travi K, i quali saranno nella stessa guisa dalla suddetta travatura ligati, sul vivo della quale di bel nuovo s'eleveranno le colonnette E nell'alzato, all'incontro delle quali appoggieraslegli la saetta BE col trave in piano EC, nella stessa guisa opereraſſi sul mezzo del Ponte, elevando sul vivo della trasversale H la colonnetta A, incontrandola con altre due saette FA congiunte in angolo, quindi unendo in piano il restante intervallo da' punti EA, avrassi formata l'armatura del Ponte, il quale sarà più dilatato nelle due estremità, che sul suo mezzo, a motivo della maggior concatenazione, che riceve dalla moltiplicità dei travi, che vicino alle sponde si ritrovano, in quanto poi all'alzato, non sarà difficil cosa il comprendere, come si sostenga a vicenda tanto il piano DD, che il piano CC, quel soltanto, che è di grande importanza, sarà il rassicurare i due travi CD nelle estremità d'esso Ponte, affinchè non possano far spiccare le teste dei travi, sui quali si appoggiano, per il che nelle precedenti operazioni in più luoghi si è suggerito l'opportuno rimedio.

Tav. 4. Fig. 3.

Tav. 4. Fig. 3. Un tal Ponte così fatto, abbenchè non fosse composto di tre ordini d'armature, sarebbe nulladimeno assai forte, a motivo che ristringendosi ambedue i fianchi nel mezzo maggiormente contrastano insieme: non lascierò pertanto di suggerire il modo di lastricarlo, il quale dovrà parimente farsi colmo nel mezzo, l'esempio del che potrassi nel di lui taglio chiaramente comprendere; ed affinchè il peso non possa farlo avvallare sul mezzo, vi ho appoggiate le due saette, che s'incontrano nel trave somero, come dalla figura si vede.

Fig. 5. La terza sorte de' Ponti rapportata dallo stesso Autore, è pur anche assai bella, e la comprende in una porzione di cerchio, la di cui struttura viene espressa come segue. Eletta la grandezza del sito si formeranno in primo luogo ne' fianchi i due gran pilastri AB a livello, dappoi eletta la porzione di cerchio a piacere ACB, tirerassegli dai termini AB la corda BA, la quale divisa in parti uguali a piacere, come sono DEFG, su d'esse s'eleveranno i bolzoni di lunghezza tale, che uniscano la porzion d'arco sovra descritta colla corda AB, lo che chiaramente dalla figura si vede, fra i quali spazj si metteranno altri travi diagonalmente, che nelle estremità dei bolzoni contrariamente s'incontrino, formeranno quasi, come un arco scemo, ai quai bolzoni saranno attaccati inferiormente alcuni travi congiunti, e ligati nelle testate loro, i quali serviranno per maggiormente ligare insieme tutta l'opera, ma se si potesse chiudere tutto questo spazio colli tre travi AE, EF, FB, allora potransi fare incurvare alquanto i due laterali BF, AE, ed affinchè ritirare non si potessero, si potrebbono in-

con-

contrare colle due saette GH, DI, le quali appog- Tav. 4.
giandosi nel forte del pilastro si venissero ad unire Fig. 5.
nel piede dei due primi bolzoni. Superiormente poi a seconda della curva ACB s'applicheranno le travature, che dovranno portare il piano del Ponte, le quali dovranno essere intestate nei loro rispettivi bolzoni colle sue cavicchie, come dalla figura si vede.

La quarta invenzione de' Ponti, che descrive il Fig. 6.
Palladio, potrassi più sicuramente praticare in un sito più spazioso, qualunque volta sarà con diligenza costrutto, la di cui figura dimostrerassi qui appresso. Formati in primo luogo i due pilastri, in modo che non sieno per mancare in verun modo, si condurranno da un pilastro all'altro due curve, o sieno due porzioni di cerchio paralelle, nè questo importa, quantunque abbiano maggiore, o minore il sesto, e la distanza, abbenchè trovisi o più dilatata, o più ristretta, dopo del che divisa una di esse curve in parti uguali a piacere, per esse si condurranno varie linee al centro dell'arco, le quali ci additeranno la direzione dei bolzoni, i quali in tal guisa disposti formeranno quasi come tanti cunei tronchi, e per maggior sicurezza ancora da un bolzone all'altro si metteranno altre travi diagonalmente situate con ordine tale, che s'incontrino nelle testate, e che s' oppongano le une alle altre, lo che darà maggior sostegno all'opera, li quali tutti armamenti devono essere assicurati colle sue lastre di ferro, e se il Ponte in tal guisa formato si facesse nelle due estremità alquanto più dilatato di quello ritrovisi sul mezzo, questo servirebbe per darci maggior incontro, e sostegno, nè su questo resta ne-

cessaria ulterior dimostrazione, essendo che la figura assai chiaramente lo spiega.

PROPOSIZIONE XII.

Come possasi fare l' armatura d'un coperto senza l' ajuto del somero, il quale non dia spinta ai muri laterali.

Tav. 5. Fig. 1.

BEne spesse volte avviene, che occorrendo di alzare le volte a qualche Camere, Gallerie, o altre abitazioni resta necessario elevarsi sopra il livello de' muri col colmo del volto, lo che ben soventi viene impedito dai travi someri, i quali attraversando tutto lo spazio tolgono, massimamente nelle Gallerie di eseguire simili progetti; per il che il più delle volte avviene di dover far detti membri senza proporzione, per non potersi elevare, sul qual riflesso si è stimato a proposito il dare un idea di un tale coperto, il quale sia d'un ugual resistenza degli altri sin qui esposti.

Elevati adunque allo stesso livello i due muri laterali AB si formerà per le avantiscritte Proposizioni il frontispizio ACB coll'ajuto dei due travi AC, CB, ed affinchè questi non spingano verso dei detti muri, dovranno intestarsi colle due estremità AB nei due legni AD, EB, i quali si muniranno colle sue saette DF, EG. Preparate tutte queste cose dovrassi considerare, che non mai i due travi CA, CB potranno con respingere, affaticare i muri laterali, senza che il colmo C non s'abbassi, lo che per impedire si metteranno in primo luogo due pezzi di trave nelle estre-

mità

mità DE, che s'incontrino nel frontespizio ne' punti HI, all'incontro de' quali si metteranno i due bracci KL, MN, i quali ligandosi collo stesso frontespizio tratterranno il trave AD a suo luogo, e l'altro EB in guisa che possano resistere alla spinta del frontespizio suddetto, ed affinchè non possa tal costruzione mai rimoversi s'assicureremo ancora coll'incontro dei due travi MO, LP, lo che trovandosi assicurato colle sue lastre di ferro ai luoghi opportuni, come dalla figura si vede, sarà fortissimo anche senza l'ajuto del somero, ed in tal guisa potrassi elevare la sommità del volto secondo la curva RQS.

Tav. 5. Fig. 1.

La seguente figura è fatta quasi sullo stesso modello, colla sola differenza, che nell' unione dei due travi, che formano il frontespizio, trovasi il bolzone di mezzo, al quale vengono colligati i due bracci, che tengono unito il coperto, trovandosi in tutto il restante appoggiata sui medesimi riflessi, pel qual motivo si è stimato inutile il ragionarne di vantaggio le operazioni.

Fig. 2.

PROPOSIZIONE XIII.

Come possasi fare l'armatura d'una cupola, arco, volta, Ponte, senza che sia appoggiata nel mezzo sopra alcun sostegno.

SIA adunque la cupola, volta, o arco &c., la quale dovendosi fare molto resistente, avverrà, che sarà per richiedere una proporzionata grossezza di muro, la quale portando seco in conseguenza un gran peso,

Fig. 3.

Tav. 5. Fig. 3.
saremo in dovere d'assicurarsi dalla rovina, col formarle la dovuta armatura di legno, affinchè il peso suddetto, allora quando non resta ancora bastevolmente colligato, non opprima i centini, ovvero non esca fuor del suo giro con fargli avvallare in qualche parte, supposto di più, che nel mezzo dello spazio non vi si possa collocare alcun pilastro, coll' ajuto del quale sostenessimo tutta la macchina, fossimo in necessità di sostenerla nell'aria, allora dovrassi fare l'armatura nel modo seguente.

Sui due pilastri, o termini del muro AB si collocherà in primo luogo un trave tutto di un pezzo, se si ritrova, altrimenti si congiungeranno due insieme, che s'uniscano come i denti di sega, il che più avanti praticossi, il qual sarà BA, ed affinchè il detto trave oppresso dal superior peso non possa in veruna maniera cedere, se gli applicheranno al disotto le due saette CD, EF congiunte col terzo trave CE; di più sul mezzo di tutta la lunghezza H elevato il bolzone HI si formerà l'armatura a frontespizio coll' ajuto dei due travi IA, IB, avremo assodata tutta l'operazione, dedotti ora dal punto H due altri travi in forma di raggi, che si portino a ritrovare la circonferenza dell' arco ne' punti KL, questi dovranno incastrarsi nei due travi del frontespizio ne' punti MN fino alla metà della grossezza, che in tal guisa renderanno l'opera fortissima, da' termini poi IAB si faranno partire altri travi, che s' uniscano pur anche in forma di frontespizio ne' punti KL, su'quali si potranno assettare sicuramente i centini, giusta i quali si formerà la figura della volta, che si desidera, la quale se sarà circolare altro

altro non farassi, che replicare la stessa cosa tutto all'intorno della circonferenza, che vengasi ad unire al bolzone di mezzo IH, e se sarà un arco, volta, o ponte, si replicherà la stessa armatura paralella a qualunque distanza, e quante volte sarà di mestieri. Tav. 5. Fig. 3.

Se poi fosse luogo nel collocare la detta armatura di piantare sul mezzo del sito qualche colonna, o che in effetto vi fosse un pilastro fatto per comodo dei ponti, nello stesso tempo che si forma il resto della fabbrica, allora si serviremo dell'ajuto di questo pilastro per appoggiarvi la nostra armatura, considerandola in un sito più vasto del primo. Avuto adunque il pilastro suddetto sino al livello del piede del volto, o cupola, cioè sino in D, ivi farassi un palco, il quale si farà lastricato con tavole ben sicure, dovendo su esso prepararsi tutte le cose, che a formare la cupola sono bisognevoli, e trovandosi la distanza dal pilastro di mezzo sino ai fianchi assai grande, come poco fa si è detto, tanto più, che i travi non potendo colle testate loro cavalcare molto sulla sommità d'esso pilastro, le quali testate peraltro dovranno essere ligate assieme con alquante lastre di ferro, maggiormente potranno assicurarsi colle saette ABC, EFG, le quali appoggiandosi per una parte nel pilastro, e per l'altra nel muro, s'uniranno negli angoli BF, nel sito appunto, ove i due travi HD, DI abbisognano di maggiore sostegno Fig. 4.

Disposti adunque in tal guisa più travi armati, ed assicurati, a segno che non possano venire dal carico oppressi, che investano la figura del sito, farassi su d'essi il dovuto palco ben sicuro, e forte, dappoi

conti-

Tav. 5. Fig. 4. continuato il pilastro D sino alla sommità del volto in L, o di muro, o di legno, come più aggrada, contro del medesimo, e nel punto D si applicheranno due travi, che incontrino giustamente la quarta parte del volto ne' punti MN, divise indi le restanti porzioni HM, ML, e le altre per mezzo, ivi si faranno concorrere nuovi sostegni per incontrare il sesto dell'arco, due de' quali saranno OP, OQ, che s'appoggieranno al pilastro, e gli altri due restanti BR, FS si sosterranno sui punti BF, ove concorrono le saette ad incontrare il palco. Affinchè poi tutta questa macchina non vacilli, principalmente l'albero, o pilastro di mezzo DL, potrassi questo assicurare con due altre saette prodotte da' punti BF, e concorrenti nel punto O, e se finalmente vorrassi avere tutta l'opera ben soda, sarà bisognevole ligare, od unire le estremità HRMPL con altri legni HR, RM, MP, PL, &c., a motivo che non s'allontanino giammai dal sito loro, acciò l'opera conservi meglio la sua figura.

Se il sito destinato per farvi una Cupola fosse molto vasto, a segno che non si potessimo assicurare colla semplice armatura di sostenere tutto il peso; tanto più, che in siti grandi deve crescere a proporzione la grossezza del volto, e per conseguenza aumentarsi di peso, con accrescere di materia, si faranno in quel caso due, o più pilastri, come si vedono AB, i quali si produrranno sino al termine del volto in CD, contro i quali pilastri si appoggieranno le sei saette unite in angolo per sostenere il piano del palco, che formar devesi al livello del piede della volta nel sito EF, il qual palco dovendo resistere ad una inaspet-

tata

tata talora, e gran forza, dovrassi sempre fare colla più attenta, e sicura maniera possibile, come si è avanti proposto. Fatto questo, ne' punti EB, AF si collocheranno quattro travi, che s'uniscano in figura di frontespizio ne' punti G H dei due pilastri AC, BD prodotti, questi in primo luogo comincieranno ad arrestare tutta la macchina insieme, e dove s'incontrano, ivi saranno o ligati, e ben uniti, ovvero incassati uno nell'altro sino alla metà della grossezza del legno, i quai travi FH, CG si produrranno sino alla sommità del volto nel punto I, coll'aggiunta degli altri due GI, IH, così gli altri AH, BG si produrranno sino all' incontro del volto ne' punti LM coll' aggiunta dei due HL, GM, e finalmente la distanza residua FL, ME s'incontrerà con un sostegno, che s'appoggi ne' pilastri AB, intersecando i due travi HF CG, produrrassi tanto da una parte, che dall' altra ne' punti NO. Disposte tutte queste cose si ligheranno con altri legnami tutte le testate di questi travi, che comprendano i punti FN, NL, LD, DI &c., all' incontro de' quali farassi appoggiare il sesto del volto, come dalla figura si vede, e questa sorta di armatura non solo si replica al bisogno nostro col metterla paralella, ma anche si colloca ad angoli retti l'una coll' altra, affinchè tenga più unita tutta l'opera, in guisa che il suo profilo rassembrisi colla facciata, che ci viene espressa per la figura. Una poco dissimile idea fu praticata in Piemonte al Santuario della Città del Mondovì a Vico, ove trovasi un corpo di Chiesa ben vasto coperto da una sola Cupola elittica, e per potere sostenere il peso delle armature,

Tav. 5 Fig. 5.

Cupola,

Tav. 5. Fig. 5. Cupola, e Cupolino, furono costrutti, a misura che andavasi fabricando, sei gran Pilastri, i quali all'occasione, che fecesi la Cupola del 1732., furono di necessario, ed infallibile giovamento, e l'armatura di tal' opera vedeasi per facciata, fianco, e diagonale.

Fig. 6. Alcune volte devonsi fare arcate, senza che sotto delle medesime possansi edificare pilastri, nè tampoco possasi fare il palco, o altra armatura, come avvenne al Celebre Mattematico P. D. Guarini, all'occasione, che fece edificare la Chiesa di S. Lorenzo di Torino, ove per sostenere la Cupola fu in dover di formare quattro archi principali, che peraltro non si veggono, sui quali appoggiò tutto il peso della Fabbrica, e perchè detti archi non si potevano armare al solito modo finora proposto, fecevi costrurre un' armatura espressa nella figura presente, la quale viene totalmente appoggiata nell' imposto dell' arco medesimo, ed è in questa guisa, disposti tre legni in angolo AB, BC, CD, circoscriverassi a questa figura il sesto dell'arco, come si vede, e per tenere dette travature congiunte insieme, le ligò gli angoli con altri pezzi di legno EF, GH, dappoi disposti sopra i tre primi legni AB, BC, CD altre armature in forma di frontespizio per sostenere il peso ne' punti più deboli, formò i suoi archi, e perchè questi non si trovano avere peso bastevole sui fianchi per arrivare ad equilibrare il peso, che nel mezzo applicolli, fece fare per cadun arco un' armatura particolare, la quale lasciò sotto ciascuno de' medesimi, e questa ancor di presente si mantiene, e si ripara al bisogno.

Da

Da tutte queste sorte d'armature di Cupole, coperti, archi, ponti &c. potrassi venire in cognizione, quale sia la resistenza de' legni, e come possasi coll'ajuto di questi formare infinite macchine, delle quali essendosi di già trattato da molti, stimo superfluo il ragionarne, appigliandomi soltanto a quello, che all'Architettura si è convenevole, e particolarmente dico, che nella costruzione dei coperti devesi avere un' attenzione infinita nel collocare i boscami, affinchè non spingano i muri, e quando non si possono praticare i someri, allora farassi piuttosto un telaro intestato negli angoli a coda di rondine, in guisa che arresti tutta la spinta, lo che si può eseguire in qualunque sorta di sito, abbenchè irregolare.

Tav. 5 Fig. 6.

PARTE

PARTE QUARTA.

DELLE RESISTENZE.

Della natura, qualità, e solidità degli Alberi, che all'uso del fabbricare si convengono, giusta il parere d'Autori più celebri d'Architettura.

IL principale motivo, per cui deve servire quest'opera, si è per dare un'idea specifica di quelle cognizioni più essenziali, delle quali deve essere adorno un Architetto, al quale in tutte le occasioni, che arrivare le possano, faralli di mestieri servirsi de' Boscami, o per formare coperti, o per ornare Camere, Porte, Finestre, ed infiniti altri usi, resta al medesimo necessario un tale intendimento, affinchè non gli avvenga d'obbligarsi a' Meccanici nel prendere ognora il parer loro, i quali il più delle volte spiegano il loro concetto con fine secondario, ovvero prodotto da' sentimenti communicatigli, senza saperne la cagione; ma se per l'opposto l'Architetto instrutto delle principali notizie chiamerà ad altri il parere, distin-

distinguerà allora la buona dalla verisimile ragione, per potersene all'opportunità valere.

Circa dunque la robustezza maggiore, o minore degli alberi convengono gli Autori coll' Alberti, che i sterili sieno dei fruttiferi più robusti, ed i selvatici sieno dei domestici più duri, asserendo Teofrasto, che i selvatici non vengano da infermità combattuti, e che i domestici, e specialmente i fruttiferi ben sovente a gravi infermità soggiaciano; affermando pur anche, che circa la natura delli stessi fruttiferi sieno più forti i tardi, che i primi, e gli acidi più, che i dolci. Tra quelli poi, che d' acuto, e d' aspro sapore sono, i più acerbi, e quelli, che più rari frutti producono, deono preferirsi. Quelli poi, che da' continui venti vengono travagliati, sono più robusti, e più sodi di quelli, che nelle valli, ed in luoghi da venti più sicuri nascono, come pure quelli, che sono in luoghi umidi, sono più teneri di quelli, che trovansi in luoghi elevati, e secchi. In ogni albero quanto vi sarà meno di medolla, tanto più saravvi di vigore. Quanto poi all' uso loro, giusta il parere di Teofrasto, non sarà mai bastevolmente secco alcun grosso albero, specialmente all' uso de' Palchi, e Porte avanti tre anni dopo, che sieno tagliati, ed essendo più sorti d'alberi di varia natura, sono perciò a varj usi ciascun d' essi destinati, trovandosi, che allo scoperto alcuni più vagliono, altri meglio all' ombra si conservano, altri all' aria splendono, altri nell' acqua s'indurano, ed altri sotterrati maggiormente resistono; per il che alcuni in intaglj, e sculture, altri ad intoniccare, a far palchi, e travi, altri ne' fiumi, e

palifi-

palificate de' fondamenti maggiormente conſervanſi, come l'Alno, e pel contrario nell' aria, ed al Sole non dura. L'Olmo nell' aria, ed allo ſcoperto ſi raſſoda. Il Pezzano, ed il Pino ſotterra ſono eterni. Il Rovere a' terreni edifizj è molto acconcio, ed all'aria ſi apre, e torce, e agevolmente dall'acque del mare viene corrotto. L' Ulivo, la Caſtagna, ed il Faggio nell'acqua non ſi corrompono, e li due ultimi ſotterra durano. Per far travi il migliore di tutti vien giudicato l' Abete, ritrovandoſi più facilmente di maggior groſſezza, lunghezza, e leggerezza degli altri, nè gravando la fabbrica, nè ſi piega ſotto il peſo, oltre del che egli è a lavorar facile, ma agevolmente abbruggia. Leon Battiſta Alberti vuole, che per l'uſo delle fabbriche a tutti ſi preponga il Larice, eſſendo nervoſo, e tenace, e racconta eſſere ſtata opinione degli Antichi, che queſto da fuoco difendaſi, ed eſſo pertanto averlo veduto ardere, ma in guiſa, che il fuoco da quello ne veniſſe ſcacciato, ed avuto in diſprezzo. Narraſi della Palma una virtù mirabile, che contro il peſo ſi piega, ed al contrario s'innalza in vece di cedervi. Gli alberi poi, che ſono di ſucco amaro, non ammettono sì facilmente il verme, e poſſono da loro cacciare ogni ſtraniero umore, ed all' oppoſto giudicano di natura contraria quelli, che hanno dolce ſugo. Le tavole di Caſtagna, Olmo, e Fraſſino facilmente ſi rompono. La Noce poco fu dagli Antichi commendata, abbenchè, come vedeſi, poſſa ella a più uſi ſervire, trovandoſi forte, e ſicura, lodando a preferenza di queſto il moro, come che molto tempo duri, e che ogni via più facciaſi più

nero;

nero, e bello. Per fare opere al Torno sono assai commodi il Faggio, il Moro, il Terebinto, e specialmente il Busso, ed Ebano per la sodezza loro. Quanto poi all'unione degli alberi tra di loro, sarà in primo luogo il Rovere, il quale colli altri malamente s'accompagna, e rifiuta ogni Colla, lo stesso avviene di tutti i crespi alberi, che ogni sorta di Colla da loro cacciano, così quelli, che sono per natura differenti, come l'Hellera, Lauro Tiglia, per esser caldi, colli alberi di natura freddi, e nati in luoghi umidi, longamente non stanno in Colla. L'Olmo, il Frassino, il Moro, ed il Cinegio, coll' Alno, e col Platano non s'accordano, perchè questi sono umidi, ed in somma mai sosterranno ligati con Colla legni contrarj.

Del tagliare i Legnami.

IN queste cose gli Autori antichi non convengono molto sia quanto all'opinione, che quanto al particolare degli alberi, imperciocchè Teofrasto vuole, che l'Abete, il Pezzano, il Pino si taglino nella Primavera, allora quando cominciano a produrre le prime frondi. Alcuni tuttavia vogliono, che all'Autunno tagliati sieno di maggior forza, particolarmente il Cerro, l'Olmo, il Frassino, e la Tiglia, dicono, che i Roveri nella Primavera tagliati intarlano, ma nell' Autunno non sofrono vizio, nè s'aprono; in prova del che la quercia tagliata verso l'Autunno soffiando Borea, arde ottimamente, abbenchè verde, e quasi

ſenza fumo, il che ci manifeſta eſſervi in quella conſumato quell' umor crudo; anzichè Catone vuole, che ſi taglj la quercia nel ſolſtizio. Tutti gli alberi, che hanno ſeme, ſi taglieranno allora quando avranno maturato, e gittato il frutto, e l' Olmo quando laſcia le foglie.

Quanto poi debbaſi avere attenzione alla Luna nel tagliare gli alberi, in che figura ſi trovi, credo di non avere a mendicarne delle prove, avvegnacchè queſto rifleſſo facciaſi dagli ſteſſi Contadini nel tagliare i loro alberi, e tutti gli Uomini eſperti concorrono, che debbanſi tagliare i legnami mancando la Luna, affermando eſſere allora conſumato nell' albero quell' umore, che a corromperlo era attiſſimo, e che i legni in tale ſtato di Luna tagliati non ſieno da tignole offeſi, e che le ſteſſe foglie, mancando la Luna, raccolte non marciſcano: aggiungono ancora, che ſaranno più ſodi, ſe ſi laſcieranno ſeccare in piedi, tagliandoli ſino alla midolla, affinchè ogni cattivo umore ſtillando ſen vada, e debbeſi ogni albero fruttifero tagliato che ſia, ſpogliare di corteccia, perchè ſotto di quella agevolmente ſi guaſta.

Diceſi comunemente, che gli alberi creſcano per il corſo di cento anni, e che per altri cento anni ſi conſervino nello ſteſſo ſtato, e che in altri cento anni periſcano; ma abbenchè ſia vero, che al termine di dugento anni muoja un albero, ſuppongo fallace quell' opinione di credere, che dopo delli cento primi anni ogni albero non creſca più, ed abbenchè non ſia più notabile il di lui progreſſo nell' alzarſi, ciò nulla

oſtante

ostante non tralascia d'ingrossarsi, essendo che attrae sempre del succo, e vigore dalla terra, essendo contraria cosa alla sperienza medesima, che dopo il primo secolo non faccia più un albero alcun progresso.

E volendo sapere in che età un bosco fu tagliato, non evvi che a segarlo, e polirlo nel piede, ove vedrassi dal numero delle vene, che sono in tal sito, rappresentanti varie circonferenze quasi concentriche, che vanno crescendo dal centro in progressione sino alla corteccia, ricavandosi da queste assai distintamente il numero degli anni, che crebbe detta pianta.

Accadendo ben soventi d'avere ad accomprar alberi, quando devesi fabbricare, non sarà fuor di proposito il riconoscerli avanti d'impiegarli, acciò non sieno difettosi, giusta del che farassene allora l'uso più opportuno. Per il che fatto pigliare dell'Olio d'Olivo ben caldo, quello si farà spargere sopra le estremità di tal legno, ed allora se l'olio scintillerà gettandolo, sarà segno, che tal albero venne da un fondo paludoso, ed all'opposto, se l'albero sarà sortito da un terreno dolce, e tagliato in tempo opportuno, allora l'olio non s'imbeverà intieramente da per tutto, restandovene verso la corteccia, ma se l'albero sarà cresciuto in terren secco, e che sia stato tagliato, quando vi si erano consonti gli umori, allora l'olio resterà intieramente assorbito; con queste cognizioni non dovrassi impiegare quell'albero nodrito in terreno paludoso ne'luoghi umidi, ed esposti alle pioggie, perchè si tarleria in poco tempo, come pure in luoghi molto dominati dal Sole, avve-

 gnacchè

gnacchè il gran caldo attirando a se quell' umido; facilmente farallo aprire; ciò nulla ostante avrassi riguardo nella costruzione d' un edifizio qualunque, d' impiegare ne' luoghi di maggior rilievo i travi di miglior condizione, affinchè non venga poi di grave spesa, ed incommodo il ricambiarli poco tempo dopo, essendo infallibile, che i grossi legni, essendo viziosi, sono più soggetti a rompersi, ed aprirsi.

Certe volte arriva, che una trave dopo d' essere riquadrata, e polita, apparisce ben sana, e senza difetto, quando trovasi, che nel centro comincia a marcire, contro del che sarà bene assicurarsi con farle battere una delle testate con qualche martello, approssimando l' orecchio dalla parte opposta, osserverassi, se la percossa del martello tramandaci un suono denso, e sordo, ed allora segno è, che per di dentro non è buono, ed al rovescio, se sentesi il suono chiaro, potrassi giudicare della bonta d' esso. Quando poi i legnami saranno cresciuti in luoghi umidi, dovrannosi avanti d' impiegarsi, lasciarli seccare in luogo asciutto, ed al coperto, affinchè abbieno luogo di consolidarsi, e questo almeno per lo spazio di due anni; avrassi ancora riguardo di spogliarli intieramente della corteccia, abbenchè accompisse la quadratura d' essi, cominciando in questa parte più facilmente a marcirsi; quando poi si impiegano detti travi, a motivo, che la Calce gli può comunicare dell' umido, o altra cattiva qualità, dovrassi a dirimpetto della testata d' essa trave lasciarle un piccolo buco, affinchè l' aria per esso entrando, possa seccare,

re, ed annientare quelle cattive materie, che potesse la detta trave participare tanto dalla calce, che dalla diversità de' materiali, che nel muro deono impiegarsi.

Della cognizione de' Materiali, che nella struttura d'un Edifizio sono bisognevoli, loro proprietà, e della maniera di servirsene.

LE pietre sono il nervo più robusto d'un edifizio, perciò di queste comincierassi a discorrere, trovandosene anche di più buona, o cattiva condizione, sul qual riflesso comincieremo ad ispiegarne la natura loro. Di queste se ne distinguono due qualità differenti; una, che trovasi assai dura, e l'altra più tenera, o molle, che dir vogliamo, ed al comun parere meglio riesce la più dura dell'altra, abbenchè alcune fiate la tenera meglio s' accomodi, e resista ne' luoghi umidi, paludosi, ed acquatici, non soffrendo così il gelo, ma questo devesi soltanto attribuire in proprietà a qualche cava, perciò questo non farà stato nel nostro discorso, trovandosi, che le pietre dure ritengono i pori più ristretti, e condensati, è infallibile, che saranno capaci di maggiormente resistere alla corrente de' fiumi, ed all' ingiurie de' tempi, e per ragionarne con qualche poco di fondamento, s' appigliaremo al sentimento di Monsieur De-Bellidor su questo particolare.

„ Nella formazione delle pietre, o vogliam dir del-
„ le parti, che le compongono, trovansi certi pori
„ impercettibili riempiti d' acqua, che venendosi a
„ condensare, e per conseguenza a crescer di mole,
„ sforzano detti pori per occupar maggiore spazio,
„ alla qual forza non potendo il più delle volte dette
„ pietre resistere, si rompono immediatamente, e si
„ eclatano, e quanto più sarà porosa la pietra, ed
„ avrà particole crasse, tanto più attirerà dell' umido,
„ e per conseguenza sarà soggetta al gelo.

„ Ma non solamente evvi il gelo, che distrugge la
„ pietra, ma credesi, che la Luna le alteri la natu-
„ ra, ciocchè avviene alle pietre d' un certo genere,
„ entro le quali infondendosegli i raggi in quelle
„ parti meno compaginate, ci dà a credere, che
„ i detti raggi sieno umidi, facciano separare le me-
„ desime, e sfarinare.

Per assicurarsi ancora meglio dallo svantaggio, che arrecar possa alle pietre il gelo, o altre ingiurie dei tempi, caverannosi d' estate le pietre, lasciandole abbandonate ad ogni ingiurie, affinchè a soffrirle s' avvezzino, a motivo che non mettendo in opera una pietra così d' umor nativo piena, il tempo non la facesse venare, e tal prova, che fassi con esporre le pietre allo scoperto, si è per isciegliere dalle cattive le buone. Trovansi più sorte di pietre, e di varia natura, di modo che altre all' aria induriscono, altre di brina sparse si rompono, e queste tali cognizioni si prendono dai luoghi vicini, dove in tempo antico siasi fabbricato con tali pietre. Tuttavia l'Alberti così de-
finisce

finisce la qualità delle pietre. „ Ogni bianca pietra
„ è della colorita migliore, la trasparente, piucchè
„ l' oscura, facile a lavorare, e quanto il colore più
„ limpido, e purgato vedrassi, tanto sarà più dure-
„ vole, quella che ha meno vene, è più intiera, e
„ soda, e quanto la vena è più di colore alla pietra
„ simile, ella è migliore, quando la vena è più tor-
„ ta, ella è più austera, e quando ha più nodi, è più
„ acerba. Quella vena fendesi agevolmente, che ha
„ nel mezzo una rossa linea inclinante sul giallo, ma
„ la migliore sarà quella, che avrà le vene di color
„ verdeggiante. Tra le vene, la dritta è giudicata
„ peggiore. Quella pietra è più soda, le di cui scheg-
„ gie vengono più acute, e terse; la pietra, che rotta
„ rimane più liscia, sarà dell' aspra migliore. Ogni
„ pietra ignobile è di maggior durezza; quella, che
„ spruzzata con acqua non si secca, è molto cruda.
„ Ogni pietra grieve è più soda, e liscia della leg-
„ giera, la quale più della grieve è fragile, e quella,
„ che battuta risuona, è della sorda più forte, quella
„ eziandío, che stropicciata manda odore di solfo, è
„ più dura di quella, che non manda odore alcuno;
„ e finalmente quella, che allo scalpello più resiste,
„ sarà contro le ingiurie de' tempi più ferma, e du-
„ revole. Ogni pietra di fresco cavata, è più tenera,
„ e s' indurisce col tenerla allo scoperto; per il che
„ la pietra nella cava è al ferro più arrendevole, che
„ fuori, così ogni pietra da più umido luogo cavata,
„ diventa più dura, esponendola al secco, e per l' uso,
„ o resistenza delle pietre, potrassi fare tal prova,

T 4 cioè

„ cioè per vedere, ſe la medeſima pietra reſiſterà
„ all'umido, bagnerassi nell'acqua, oſſervando s'ella
„ reſti più grieve, allora ſcioglierassi, e quella, che
„ dal fuoco ſi ſgrota, ed arde, non durerà al caldo,
„ o al Sole.

Dovendoſi poi impiegare le pietre, ſi diſporranno nella iſteſſa guiſa, come ſi trovavano nella cava, a motivo che ſu tal poſizione elleno ſono capaci, piucchè in ogni altra guiſa a ſopportare ogni peſo, in vece, che collocandole in altri modi, il peſo medeſimo è valevole di farle aprire, e non hanno la ſteſſa forza; ſu queſto particolare li ſteſſi Piccapietra al primo aſpetto conoſcono la poſitura della pietra, che riteneva nella cava, ed anche i Muratori; ma non ſempre ſi ſottomettono all' attenzione di metterle a dovero.

Avendoſi a fabbricare in qualche luogo, ove ſiamo in neceſſità di ſervirſi di pietre di più qualità, ſi dovranno impiegare le più dure, e reſiſtenti, ove ſieno più eſpoſte al gelo, ed alle ingiurie, acciò meglio gli ſieno in iſtato di reſiſterle, riſervando le meno buone per i luoghi coperti nel mezzo delle muraglie.

Della

Della qualità de' Mattoni, modo, e tempo, con cui devonsi formare.

I Mattoni sono uno de' capi principali d' una fabbrica, perchè non dappertutto ritrovansi persone grandi, che vogliano fabbricare con pietre di taglio, ed in altri luoghi, abbenchè siavi il comodo delle pietre, tuttavia restano questi indispensabilmente necessarj nella struttura degli edifizj, per fare gli angoli retti, le pilastrate delle porte, e finestre, i voltini d'esse, gli archi, e volte, e finalmente l'ossatura degli ornamenti sì interni, che esterni; e potendo questi moltissimo contribuire alla perfezione di un edifizio, stimai in dovere anche il parlarne.

La terra adunque giudicata migliore per fare li suddetti mattoni, bisogna, che ella siasi di colore bianchigno, o griggio, grassa, e forte, che non sia arenosa, nè giarosa, essendo primieramente gravi, ed essendo dalla pioggia bagnati, facilmente si sciogliono, e cadono dai muri, esser deono leggieri per non caricare la fabbrica, particolarmente quando devono impiegarsi in volte; evvi anche della terra rossa propria per tal' effetto, ma peraltro non è della migliore, essendo soggetto tal sorta di lavoro a sfogliarsi, e non troppo abile a resistere al gelo; ma prescindendo dai lavori, giudicherassi della bontà della terra per farne i mattoni, se dopo una piccola pioggia caminandovi sopra, attaccherassi alle piante, ed accumule-

muleravvisi in gran copia, senza che ella facilmente si distacchi.

Avendone adunque di tal sorta di terra accumulata, o scelta quella quantità necessaria, quella farassi tagliare, aspettando il tempo delle pioggie, affinchè essendosi ben imbevuta, più facilmente s' impasti, lasciandola per qualche tempo riposare, quindi di lì a qualche giorno, ricominciando lo stesso, questo farassi più volte, e se prepareressi all' inverno, sarà ancora più a proposito, operandovi allora molto quel piccolo gelo, che meglio la fa fiorire, e sfarinare; il tempo più a dovere per formarli, sarà di Primavera, ovvero d' Autunno *al dir di Vitruvio*, acciocchè parimente ad uno stesso tenore si secchino, essendo difettosi quelli, che fannosi al tempo del solstizio; trovandosi soltanto cotta la lor coperta superfiziale dal Sole, fa, che pajano secchi, ed aridi, e non trovandosi ugualmente al di dentro, fa, che esse parti seccandosi si ristringano, e la superfizie loro si crepi, e fenda, volendo detto Autore unitamente al Palladio, e Leon Battista Alberti, che ottimi sieno quelli, che si formeranno due anni prima di cuocerli, se i mattoni fatti nella stagione avvanzata dell' Autunno, si copriranno con arida sabbia, e nell' Estate con paglie bagnate, affinchè non si torcano, e fendano.

Ma non sempre avviene, che quel, che vuole fabbricare, abbia a far fare i mattoni, ma dovendoli il più delle volte accomprare, resta anche necessario conoscere i buoni dai cattivi; e Vitruvio racconta, che gli

gli Uticesi, affinchè non seguissero inganni su tal fatto, non permettevano, che s'impiegassero i mattoni, se prima non erano visitati dal Magistrato presidente; tralasciandone adunque la dipendenza della bontà dal colore, si giudicheranno buoni quelli, che avranno un suono più chiaro; se poi dovrannosi impiegare in luogo di riguardo, e delicato, come per esempio in archi, pilastri, ed altri simili travaglj, ove debbono sopportare gran peso, sarà necessario il prevedere a tale esecuzione, per assicurarsi della bontà loro collo stenderli in terra, e quivi lasciarli durante l'inverno, per osservare, se il gelo li fa sfogliare, e non arrivandole alterazione veruna, potrassi allora loro affidare con certezza qualunque sorta d'impiego; se i mattoni saranno grossi, dovrannosi perforare in qualche luogo, affinchè tanto l'aria, che il fuoco possa meglio estrar loro l'umidità, e purgarli dagli umori, ma se saranno sottili, non farà ciò di mestieri, avvegnachè non resteravvi umore in veruna parte.

Delle qualità dell' Arena.

L'Arena è una delle principali materie, che impiegasi in un edifizio tanto per formare, e mescolare colla terra de' mattoni, come per incorporare nella calce, onde perfino su questa fa di mestieri, che rivolgasi la cognizione dell' Architetto, affinché possa riconoscere la più, o meno abile per formare una

una soda calce, la quale si è il maggior ligame di una fabbrica.

Di tre sorti vengonci commendate dagli Autori, cioè di cava, de' fiumi, e di mare: quella di cava, così vien detta, perchè ritrovansi certe miniere di essa nel cavare la terra in più luogi, ove si trovano certi banchi, o vogliam dir ordini d'essa, i quali ben sovventi, cangiano d'estensione, e d'altezza a misura della differenza de' siti, da' quali viengli pur anche prodotta la diversità del colore, sul quale varj Antichi giudicavano della bontà di quella, ma i Moderni trovandosi forse più ampiamente convinti, pretendono, che il colore non abbia quivi che fare circa della buona, o cattiva qualità, ristringendosi adunque alla grana d'essa, quella giudicherassi migliore, la quale oltre d'essere ben purgata da ogni sorta di terreno, sarà più lucida, e trasparente, di sorta che venendosi a stroffinar tra le dita, mormori chiaramente, nè lasci le dita tinte da veruna sorte di grasso, o terra: dovrassi pur anche sciegliere nè troppo grossa, nè troppo minuta, imperciocchè la prima tiene troppo spazio tra un mattone, e l'altro, e perciò fa, che non così sodamente s'assetti la fabbrica, e la seconda è cagione, oltre di non aver corpo colla calce nel formare la malta, di ridursi facilmente in polvere.

L'altra sorta d'arena detta de' fiumi, a motivo che dal seno d'essi ricavasi, dovrassi preferire a quella di cava, trovandosi meno crassa, e più pura, abbenchè sia vero, che in più luoghi facilmente ritrovisi

nell'

nell' escavazione delle fondamente certe cave d' arena, le quali per facilitare l'impresa, pare, che non debbansi sprezzare, devesi nulladimeno contro ad un motivo così valevole ben avvertire di non lasciar impiegare certa sorta di cattiva arena, che il più delle volte trovasi essere terra indurita, ed arenosa.

Tirasi dal letto de' fiumi l'arena con certe zappe fatte per tal uso, ed escavandola maggiormente si lava; quella poi, che pigliasi più vicina alle sponde, per l'ordinario è più meschiata con terreno crasso, che nel tempo delle piene vi si depone superiormente il torbido, ed ivi formasi superficialmente una spezie di coperta, onde di questa sarà bene l'assicurarsene col lavarla; quella di mare viene dall'Alberti riprovata meno abile alli usi della fabbrica, perchè tosto seccasi, e sciogliendosi per cagione del salso s'inumidisce, e spargesi, onde malagevolmente sostiene i pesi; e finalmente cattiva sarà quell' arena, che molle, e non aspra, e che meschiata nell' acqua la fa torbida, e fangosa, e che lasciata a mucchio produrrà erbe, al che è più atta quell' arena, che sarà lungo tempo stata al sole, al sereno, alle brine, impregnandosi questa di terreno, e marcio umore, onde all' uso delle fabbriche vien giudicata men ferma.

Delle varie qualità della Calce, e modo d' impastarla.

DEvesi la calce riguardare come una delle principali cose in una fabbrica, sovra la quale devesi prestare tutta l'attenzione, mentre che nella struttura d'un edifizio altro non debbesi avere in pensiero, che di sciegliere in tal guisa i materiali, che tra di loro convengansi, acciocchè di essi possassene fare un composto tale, che unisca le parti, in guisa che un muro rassembrisi ad una pietra sola.

Se veniamo all' origine della calce, altro quella non trovaremo essere, che una pietra disciolta dal fuoco, che stemprasi nell' acqua, pel cui effetto scielgonsi delle pietre durissime, pesanti, e bianche, fra le quali trovasi migliore il marmo, entro delle quali quelle saranno migliori, che di fresco saranno spezzate, di quelle, che si raccolgono già da qualche tempo disperse. Quella, che fassi di certe pietre spongose, e dure, che trovansi tanto nelle campagne, che nei fiumi, trovasi più atta alle intonacature, essendo più facile allo stendersi, e facendo più polito il lavoro.

Per bagnare poi la calce farassi un recipiente, o mortajo in terra, vicino al quale approfonderassene maggiormente un altro di maggior capacità, e mettendone nel superiore una bastevole quantità d'essa, vi se gl' infonderà una proporzionata quantità d' acqua per istemprarla, dovendola ben soventi rimuovere colla paletta

a

a tal uso destinata, sinchè siasi ridotta ben liquida, dopo del che aprendo il buco, che nell'estremità del recipiente si lascia, farassi trascorrere nell' inferiore continente, ove lascierassi riposare, sinchè acquisti maggior consistenza, e quanto maggior tempo avanti prepareraſſi, tanto più sarà abbondante. Meschiasi questa per impiegare nella fabbrica con due terzi di arena, e questo più, o meno, secondo la migliore qualità, avvegnacchè trovandosi la suddetta calce fatta, e preparata a dovere, richiede sino a tre quarti d'arena su d'un quarto di calce; non volendola impiegare, non escaverassi dal suo recipiente, affinchè sì il caldo, che l'umido non le alterino la bontà, anzichè lascierassi ricoperta di un palmo d'arena su tutta la superfizie.

Avendo poi a fabbricare nell' umido, mescolerassi colla calce la polvere di Pozzolana, che trovasi in Italia nel territorio di Baja, avvegnacchè facilmente ligasi, e seccasi colle pietre, abbenchè fosse nel mare, o ne' fiumi, volendo i Chimici, che questa polvere altro non sia, che terra calcinata da' sotterranei fuochi, che all' incontro dei siti, ove ricavasi continuamente da' monti, risplendono, e che questo sia il motivo valevole per contribuirle tale proprietà.

In Fiandra servonsi ancora per mescolare colla calce, allora quando vogliono fabbricare nell'acqua, della cenere detta *di Fournaj*, la quale viene depositata nelle fornaci della calce, che cuocesi con carbone di terra, e come che tal deposito viene formato da certe particole sì di pietra, che di carbone calcinate; di quì

è, che

è, che la detta cenere sarà di un buonissimo usaggio per comporre una malta forte. Le proprietà della qual cenere vengono assai chiaramente descritte da *M. De Bellidor* nel tenor seguente.

„ Dimostrandoci l' esperienza, che le pietre dure
„ sieno le più a dovere per far la calce più forte, e
„ tenace, e che questa maggiormente si lighi ne' siti
„ paludosi, ed umidi, allora quando si meschia col
„ carbone, o macchiaferro, che tirasi dalle fucine, non
„ ci dovrà causar maraviglia, se la cenere, della quale
„ poco fa parlossi, sortirà il medesimo effetto, par-
„ ticipando questa le medesime proprietà delle due
„ sovr' accennate materie, essendo incontestabile, che
„ quelle particole di carbone, che trovansi disperse
„ nella cenere, infondano in essa la proprietà d' in-
„ durirsi nell' acqua, essendo parere de' Chimici, che
„ la durezza de' corpi provenga da' sali, che vi si li
„ trovano dispersi; essendo quelli, che tengono le parti
„ loro unite, in modo che, giusta il parer loro, la
„ distruzione de' corpi durissimi cagionatali coll' andar
„ del tempo, facciasi per consonzione de' sali, che
„ traspirazione svaporino; i quali sali ritrovandosi in-
„ fusi nella cenere suddetta, possano più agevolmen-
„ te comunicarli la qualità d' indurirsi.

Di questa tal cenere, come anche della Pozzolana se ne servono per comporre il bittume per intonaccare le terrazze, il qual si prepara a questo modo.

Scielta la calce della migliore, e più forte, se ne prende in quantità tale, che si possa impiegare in una settimana, con ciò però, che detta calce sia asciutta, e disten-

distendendola sopra un piano, o in un recipiente, quindi bagnerassi per disciorla, di poi coprirassi con altra malta già impastata per un piede d'altezza, lasciando tal cosa in riposo per due, o tre giorni per dar luogo alla calce suddetta d' intieramente stemprarsi; dopo del che venendo colle solite palette da mescolare, si risolverà tutto in un corpo solo, indi lasciandola di nuovo in riposo per due, o tre giorni, separerassene il giorno avanti di metterla in opera una parte, ritornandola ad incorporare di nuovo, bagnandola di tanto in tanto, finchè si veda essere di buona consistenza; ma peraltro in Italia non molto sono permanenti, e massimamente nell' inverno il freddo, ed umido concentrato nei pori lo fa agevolmente scrostare.

Del modo di fondare in ogni sorte di Terreni.

PRia d' ogn' altra cosa devesi aver riguardo di assicurare l' edifizio nelle fondamenta, non essendovi cosa meno scusabile, che il vedere alcune volte certe fabbriche, che appena sono arrivate al coperto, che minacciano in qualche parte rovina per mancamento prodotto dalla qualità, e differenza del suolo, che il più delle volte nello stesso edifizio viene in varj luoghi alterato. Ciò non ostante dimostrerassi come assicurar debbasi l' Architetto riguardo alla cognizione del suolo, sul quale ha da piantare la sua fabbrica. La prima qualità del fondo sarà quella di Rocho, o Tuffo, sul

ſul quale ſi fonda ſicuramente, allora quando eſſendoſi abbaſſato ſul ſolido, iſpianeraſſi ugualmente dappertutto, per aſſodar maggiormente il primo corſo, e ſe nell' allineamento della fabbrica vi s' incontraſſe la pietra, o piuttoſto ſe foſſimo nel caſo d' aver a fondare ſulla medeſima, reſtandoci coſa aſſai difficultoſa lo ſcarparla per formare il piano poc' anzi deſcritto, allora potraſſi accomodare la baſe della fabbrica alla figura del ſaſſo ſoltanto, con incavare in eſſo varj piani in figura di gradini, i quali piuttoſto ſieno per inclinare verſo l' angolo rientrante, che verſo il ſaliente, i quali trovandoſi ben ripianati, daranno luogo ad un buon fondamento, non elevando il muro ſu eſſi, ſinchè il reſtante corpo non ſia allo ſteſſo livello, acciocchè meglio poſſaſi colligare.

Avendo poi a fondare ſopra un ſaſſo molto diſuguale, ove non ſia così praticabile lo ſpianamento ſovra accennato fatto à gradini, e che la figura di eſſo ſaſſo ſia in tal guiſa irregolare, alla quale difficilmente poſſanſi accomodare i materiali, vedrannoſi di accomodare le più ſenſibili irregolarità ad una minore diſugualianza, quindi eletta la groſſezza del muro, che intendeſi fondare, faraſſi ſu tal grandezza più caſſette dette coſani, i quali nella parte inferiore s' accomodino il più, che ſi può alla figura del ſaſſo, e nella parte ſuperiore ſi laſcieranno orizzontali, i quali coſani ſi faranno di groſſe tavole di Rovere, o d' altro legno forte ben inchiodate, quindi fatto un bitume di varj avanzi di pietre, ed altri materiali minuti impaſtati con malta forte dopo averli laſciati ripo-

riposare un giorno, o due al più, devonsi riempire di detto bitume con violenza i detti cosani, facendo battere la materia suddetta a forza di masse ferrate, come fassi nelle selciate delle contrade, sin a tanto, che si assicuri, che il bitume suddetto siasi infuso in tutti i piccoli voti del sasso, di poi di lì a qualche tempo, indurito che siasi detto bitume, si serviremo dei cofani per trasportare altrove, e dovendosi accomodare alla montuosità, si metteranno i detti cofani più, o meno elevati, e se non avremo di bisogno di due sponde, servendosi da una parte dell' opportunità del sasso scarpato, allora sarà bastevole da una parte sola.

L' altra qualità di terreno, sul quale si puol fondare, si è la giara, o sabbia, la quale dovrà esser ferma, e dura, questa distinguesi dalla men buona al picchio, che fassegli sopra nell'approfondare l' escavazione delle fondamenta, quando con gran difficoltà si separa, e maggiormente si potremo assicurare della solidità, con fare varie prove in più luoghi col palo di ferro, osservando, se dappertutto siavi uguale la resistenza, su qual fondo appoggierassi sicuramente la base di una fabbrica, dopo d' averlo ben ispianato, come si è detto disopra, facendo, che tutto il fondamento sino a livello dell' orizzonte s' elevi in forma piramidale troncata, affinchè trovandosi il muro nella base maggiormente dilatato possa comprimere maggior quantità di terreno, ed anche a motivo, che il restante muro posi sul centro.

Alcune volte pertanto nel ricercare il fondo buono siamo in dovere d' abbassarsi molto, dal che ne viene cagionata eccessiva la spesa della fondazione sino al piano di terra, ma in quel caso si cavano pozzi di distanza in distanza, ove si fanno alcuni pilastri regolati in guisa, che corrispondano ai vivi superiori, sulli quali si fanno le opportune arcate, che sostentano tutto il peso della fabbrica. Ma in questi casi potrebbe avvenire, che il fondo, sul quale vengono appoggiati i diversi pilastri, non sia d'un uguale resistenza dappertutto, e che per il suppostoli peso venga qualcuno d' essi a trovarsi più oppresso, per il cui effetto fu approvato da varj Autori il farle certe arcate al rovescio, come *nella figura* 2., le quali appoggiandosi colla convessità loro al suolo ben battuto; vengano ad impostarsi in due pilastri, e questi in caso, che fosse per cedere qualcuno d' essi, potrà sostentare la parte più bisognosa.

Avviene ancora, che nel voler stabilire le fondamenta, s' incontrino alcune sorgenti, che sieno di grande incommodo, e danno all' opera, su qual cosa varj si praticano li mezzi, fra quali pretendono alcuni, che gettando nella sorgente una quantità di cenere, e calce viva, quello componga un bittume bastevole per otturarle; ed impedirle il corso, altri gettandovi nell' apertura dell' argento vivo, entrano in senso, che per il suo peso violenti l'acqua per un altro canale, ma il più sicuro si è di farvi a lato una spezie di mortajo, nel quale si tramandi* per un piccol canaletto la sorgente, dal qual mortajo col mezzo di macchine

si

si escavi l' acqua, a segno che ci dia luogo di fondare a secco, quindi vedrassi, se sarà cosa praticabile d'allontanarle, con farle prendere un altro corso.

La terza sorta di fondo, sul quale si può fabbricare, si è la terra grassa forte, sulla quale devesi avere gran precauzione, a riserva, che non si trovasse ben ferma, e che avesse un suolo di considerabile altezza, allora potrassele fondare a dirittura sicuramente, ma il più delle volte approfondandosi nel voler cercare un miglior terreno, trovasi peggiore, dovrassi in quel caso assicurare la fondazione col mezzo della craticola fatta di travi in angolo retto commessi, riempiendone i vacui di buona materia, piuttosto col farvi un piano di grosse tavole ben inchiodate, dovendosi ben colligare la muraglia ugualmente sino al piano di terra, il qual piano di craticola dovrà avanzare quanto si può dal vivo del muro, affinchè comprima maggior quantità di terreno; e se sarà necessario di palificare sotto la detta craticola, sciegliendo i migliori boscami, i quali si faranno entrare quanto si stimerà a dovere nel terreno, e la maniera di fare le palificate sarà la seguente. Stabilita la larghezza del muro, che devesi fondare, s'incomincierà per fare un ordine di palificate dalla parte di fuori, e l'altro dalla parte di dentro, quindi a proporzione della larghezza del muro se ne metteranno più ordini al di dentro, quindi uguagliati tutti ad uno stesso livello sovra i medesimi, comincierassi a fare un telaro in piano per il longo del muro; indi facendone un altro per il traverso, inchiodandoli nelle testate de' pali, che li cor-

 rispon-

rispondono; dopo del che continuando a palificare nei vacui, formerassi un sodo piano, sul quale potrassi assicurare la base della fabbrica.

Nel fare poi le palificate avrassi riguardo nel situare sempre i più longhi, e robusti negli angoli, e nelle parti di fuori, e dal primo, che sarà infisso, finchè ricusi di più inoltrarsi, si prenderà cognizione della lunghezza, e grossezza degli altri, che nel medesimo sito devono essere impiegati. Si farà la parte da basso in punta, acciocchè più facilmente s' inoltri, e per indurirla di vantaggio farassi abbrustolire; e se dovrassi palificare in siti pietrosi, allora dovrassi armare il palo con una punta di ferro, e nella sommità parimente dovrassi investire con un cerchio di ferro, acciò nel batterlo non si risenta, ed apra. Leon Battista Alberti entra in parere, che il martello, che ha da percuotere la testa del palo sia piuttosto leggiero, che grave, e che i colpi debbano essere tanto frequenti, che più sarà possibile, ma queste osservazioni meglio sono intese da' Meccanici, onde resta superfluo lo scriverlo.

Avendo poi da fondare nel mare, vuole Vitruvio al cap. 12. lib. 5, che si facciano certi cassoni di legno chiusi con tavole investite le une nelle altre, e quelle mandare nel fondo s'accomodino esattamente al suolo; quindi con macchine proprie per estrarre l' acqua s' evacuino detti cassoni, e preparata la materia di calce, pozzolana, e pietre, tutto ben incorporato, e mescolato di già nel mortajo, con essa si riempisca a gran forza il detto sito, che in tal guisa

sarà

sarà presa mirabile nell'acqua; e se per l'incomodo del mare, o altra corrente non fosse praticabile un tal mezzo, allora suggerisce d' incominciare sulla spiaggia a fare un letto fermissimo della grandezza del muro, che s' intende gettare, o fare, il qual letto in vece d'essere a livello, si faccia pendente dalla parte del mare istesso, al qual letto farannosi le sue sponde di fortissimi tavoloni ben ferrate, in guisa che accomodandosi alla pendenza del letto, riducano la superfizie ad un perfetto orizzonte, quindi uguaglierassi a livello delle sponde il piano sovraccennato, con riempire il sito restante d'arena, sulla quale formerassi un pilastro di qualsivoglia grandezza, il quale si lascierà fare la dovuta presa; di poi tagliata la sponda dalla parte dell' acqua, a poco a poco scemandosi l' arena, caderà il pilastro, o prisma da per se stesso, il che replicando, finchè sarà di mestieri, farassi luogo a sormontare il livello dell' acqua, e andar innanzi al bisogno.

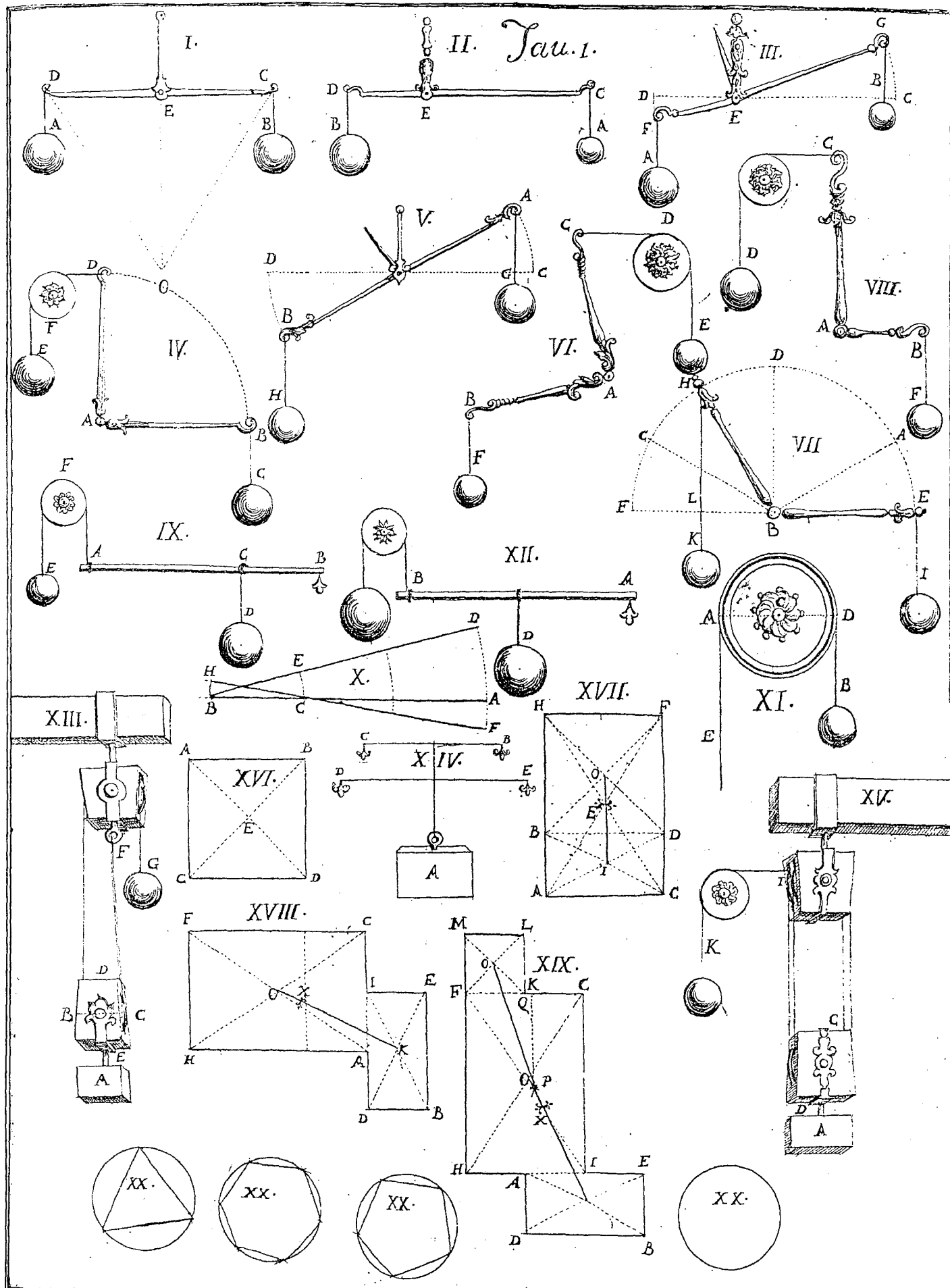
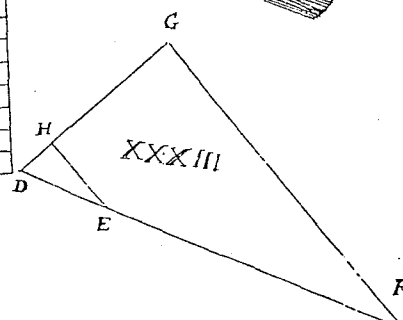
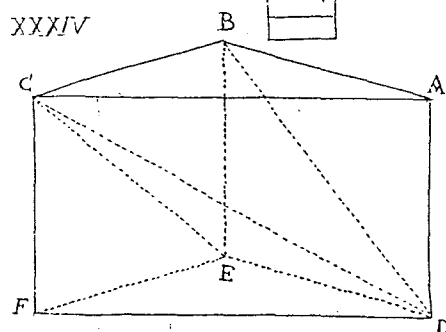
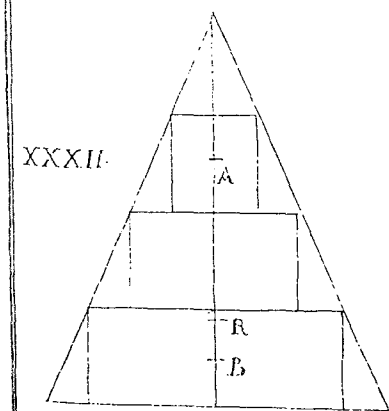
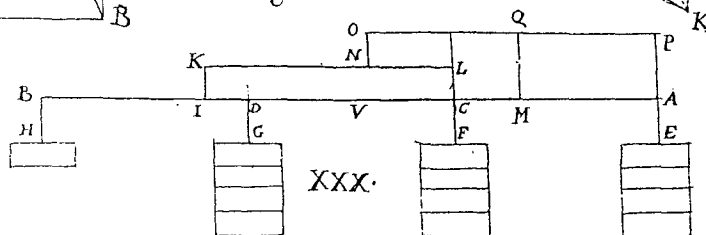
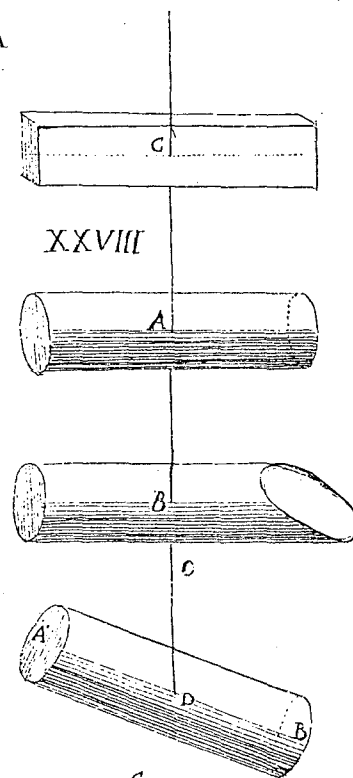
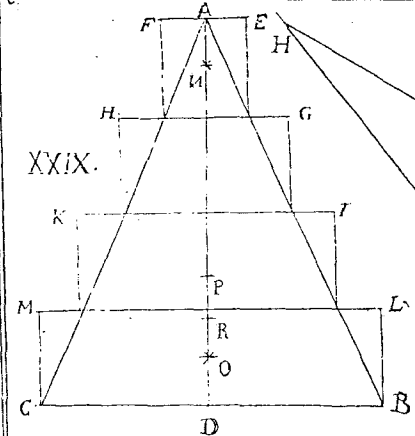
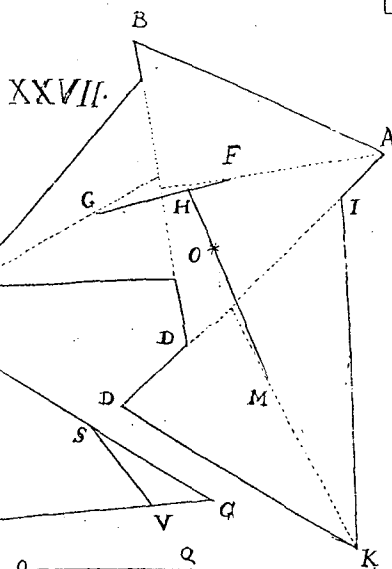
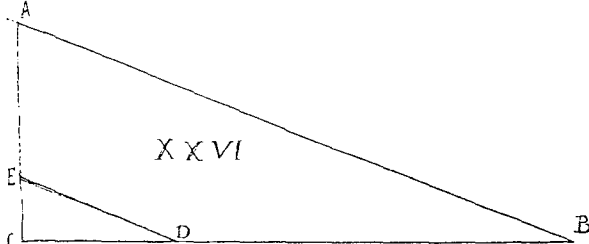
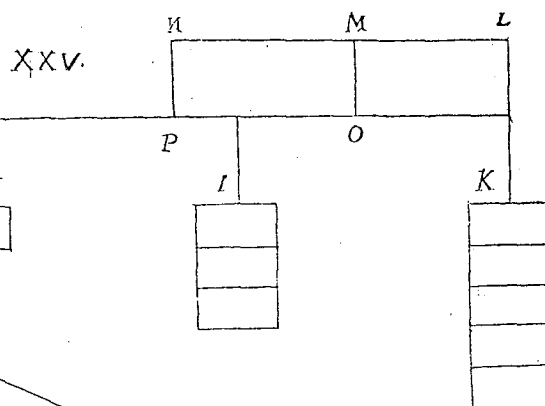
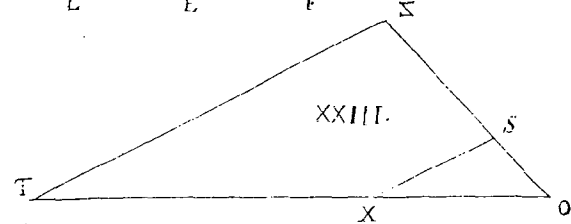
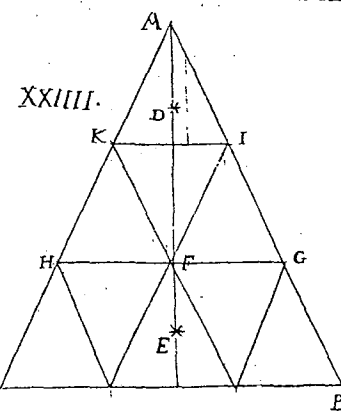
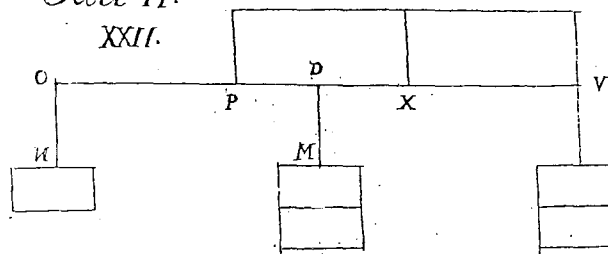
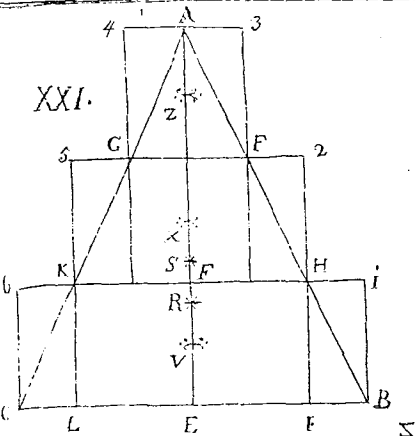
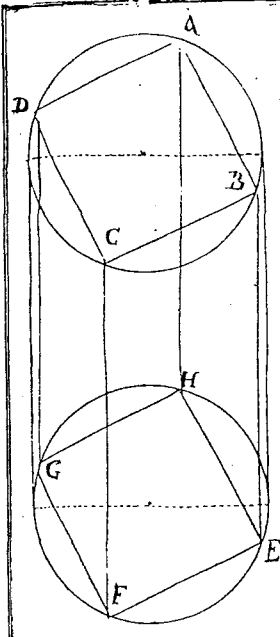
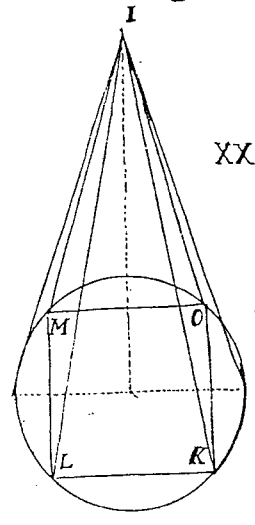
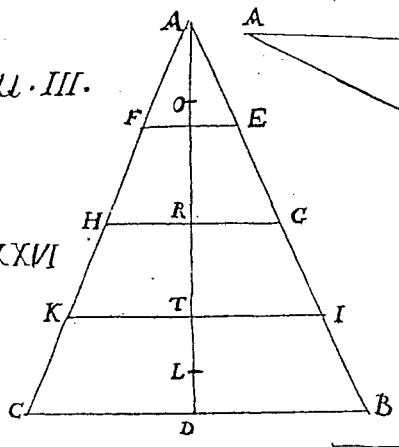
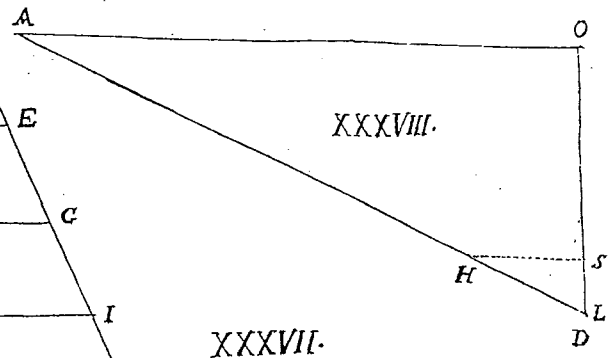
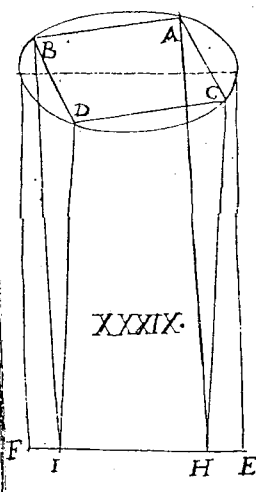
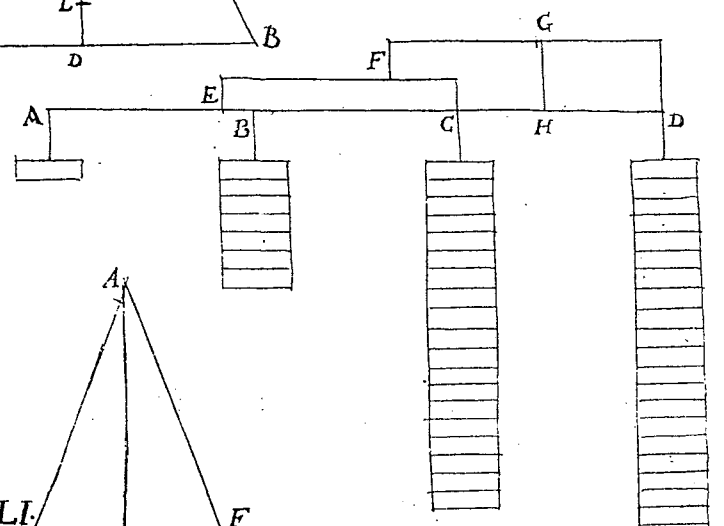
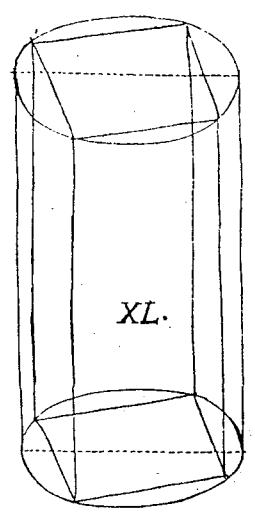
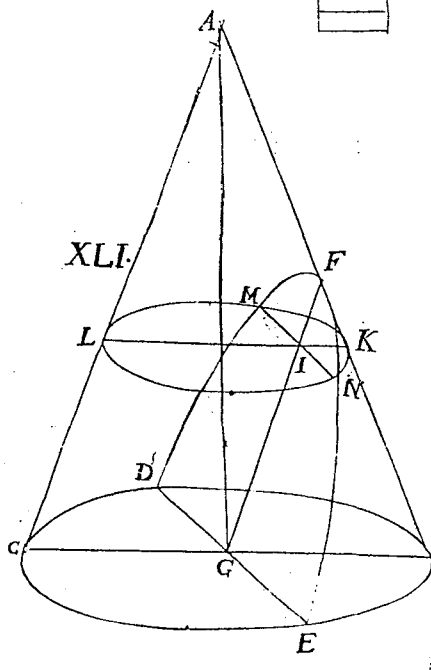
In più luoghi pertanto, massime sul mare si pratica diversamente, cioè col metodo rapportato da Mr. De Bellidor, ed è, che volendo fondare nel mare, eletto il sito si caricano più bastimenti di pietre, e gionti al sito cominciano a scaricare le medesime, per vedere d' uguagliare le monstruosità irregolari, ma queste si getteranno in un sito molto più ampio, affine d' aver luogo, oltre la scarpa, che da per loro si fanno, di un considerabile ritaglio, per assicurarne maggiormente la base; di poi avendo in pronto tutti i materiali, cioè di calce, pozzolana, e pietre

insieme

insieme mischiate, si getteranno là sopra, e questo gettandosi a gran copia, farà una mastice tale, che renderà l'opera di solidità durevole, ed abbenchè non si potesse travagliar di continuo, non le sarà nocivo di ripigliarlo in più fiate sino quasi a livello dell' acque; di poi per più assicurarsi della solidità dell' intrapresa, sarà ben fatto il lasciarlo per più anni esposto all' inconstanza de' flutti, affinchè maggiormente s'assodi; sulla qual manifattura farassi una soda craticola con grossi travi, prima posti per traverso, poi per lungo, ben inchiodati nelle loro testate, sopra la quale si stabilirà la base dell'edifizio. Quanto poi alli ritaglj, che nel corso dell' edificare deono farsi alle muraglie, certa cosa è, che non vi è concorde opinione tra gli Autori, avvegnachè in que' casi ciascuno deve regolarsi con giudizio tale, che la fabbrica si mantenga senza peli, e fissure, essendo infallibile, che ogni muro tanto avrà più di sodezza, allora quando sarà più dilatato nella sua base.

Quanto alle maniere di murare, credo, che sarà piuttosto cosa nojosa il trattarne, essendo ispezione piuttosto de' Capi Maestri, che degli Architetti il far construrre, e ligare a dovere una muraglia, tanto più, che venendo il caso, l' Architetto devesi assicurare coll' assistenza d' un abile Soprastante, tuttavia rapporterò quivi le varie maniere de' muri descritti da Palladio, e Vitruvio, e prima descriveremo la reticolata segnata nella tavola colla lettera A, della quale a' tempi nostri non se ne serve alcuno,

cuno, la quale faceasi con quadrelli di cotto posti in angolo, alla quale facevano le cantonate di mattoni posti in piano, di poi di distanza in distanza facevano continuare le cintole per ispianare i corsi del muro. La seconda è l'incerta segnata colla lettera B, della quale si servono a' tempi nostri per fare le muraglie di recinto, ed in più luoghi per le fondamenta, ed è composta di pietre, e mattoni, dei quali fassene pur anche le cinture ad una poca distanza colle cantonate, le quali pietre devonsi collocare nel modo ad esse più comodo. Di pietre quadrate sarà facile lo intenderne la dimostrazione, avvegnacchè mettendole in opera, le une per lo longo, le altre per lo traverso si accomoderanno in guisa, che le commissure superiori rispondano alla metà delle lunghezze inferiori, come dal muro D si può vedere. Il muro parte di pietre quadrate, e parte di cementi, farassi come nel muro C in forma di cassette, le quali si riempiranno di cementi, i quali si spianeranno di tratto in tratto con un ordine intiero di pietre grandi. L'ultimo è quello fatto tutto di cementi, il quale procurerassi di rendere alla maggior solidità possibile nell'accomodar le pietre a dovere, al qual muro dovrassegli almeno fare le cantonate di pietra quadrata, o almeno di mattoni, per darle maggior sussistenza, l'esempio del quale vedesi nel muro E.

Tau. I.

Tau. II.
XXI.
XXII.
XXIIII.
XXIII.
XXV.
XXVI
XXVII.
XXVIII
XXIX.
XXXI.
XXX.
XXXII.
XXXIV
XXXIII

Tau. III.
XXXV.
XXXVI
XXXVII.
XXXVIII.
XXXIX.
XL.
XLI.
XLII.
XLIII.
XLIV.

Tau. IV.
XLV.
XLVI.
XLVII.
XLVIII.
XLIX.
L.
LI.
LII.
LIII.
LIV.
LV.
LVI.
LVII.
LVIII.

Tab. V
LIX
LX
LXI
LXII
LXIII
LXIV
LXV
LXVI
LXVII
LXVIII
LXVIIII

Fig. I
Tau. I. Par. II
III
II.
IV.
V

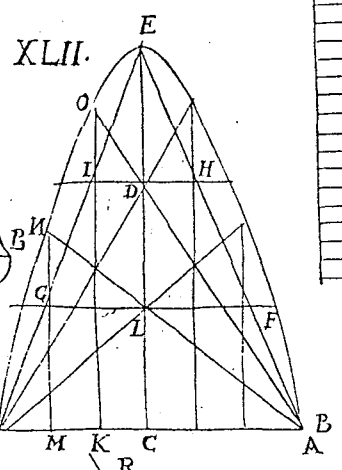
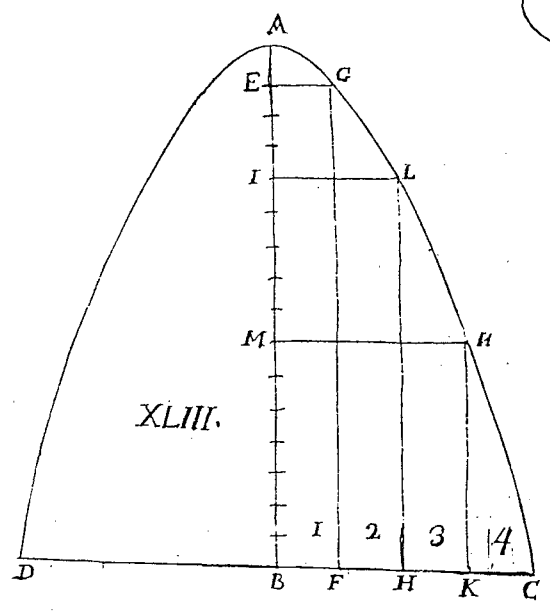
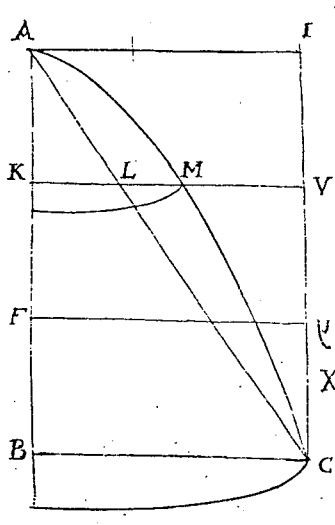
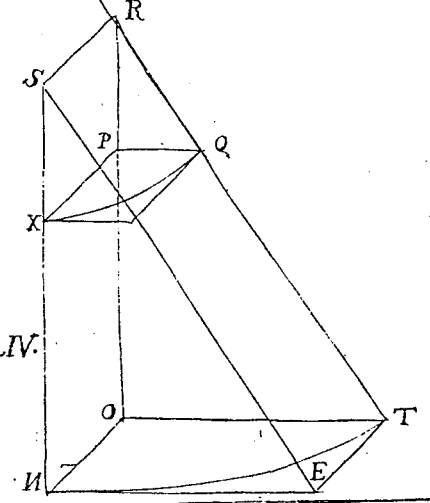
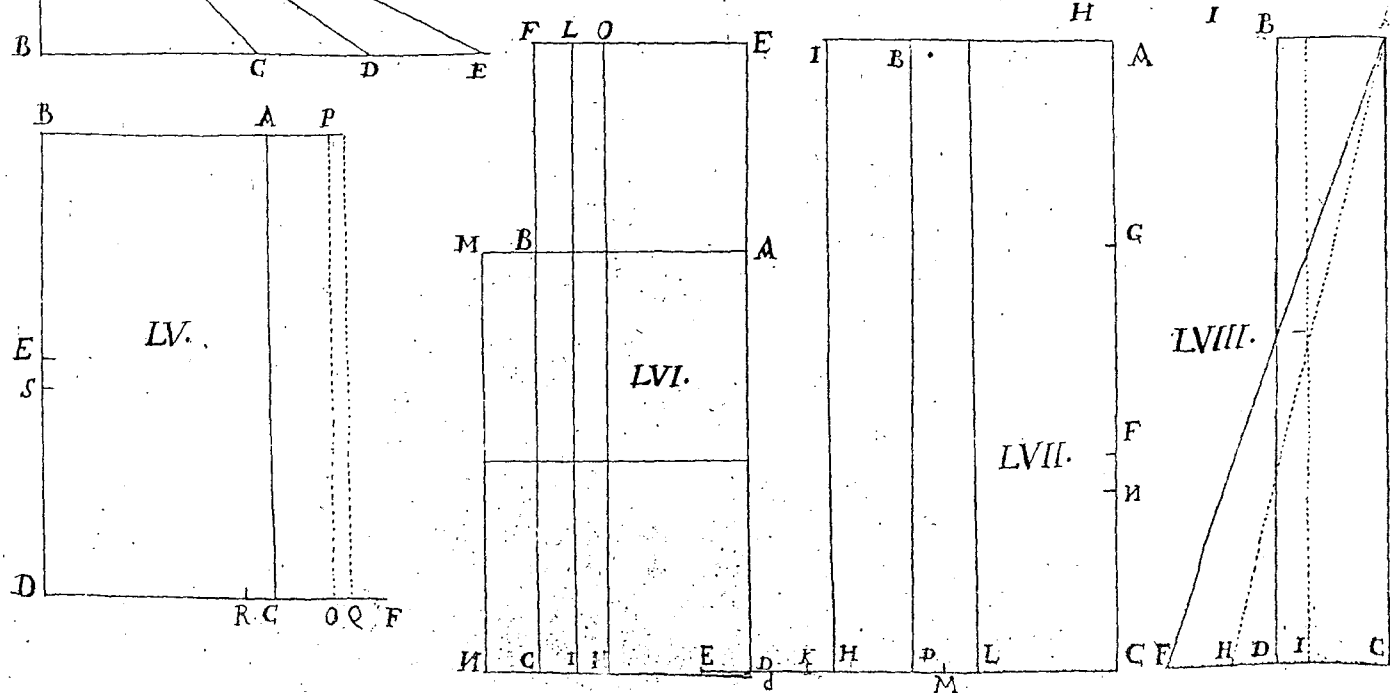
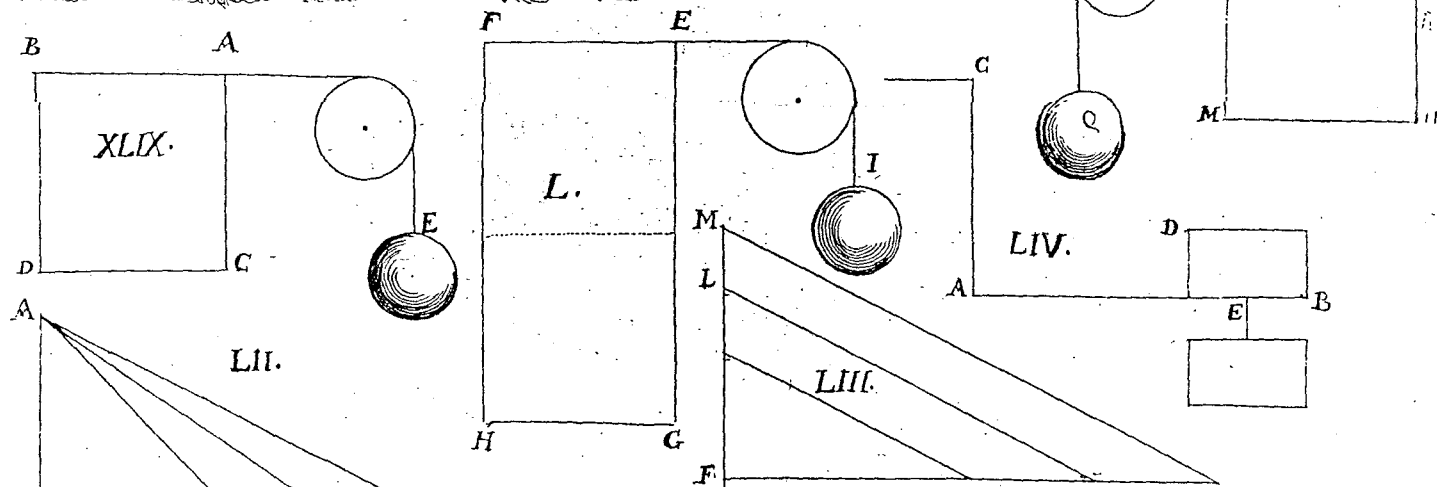
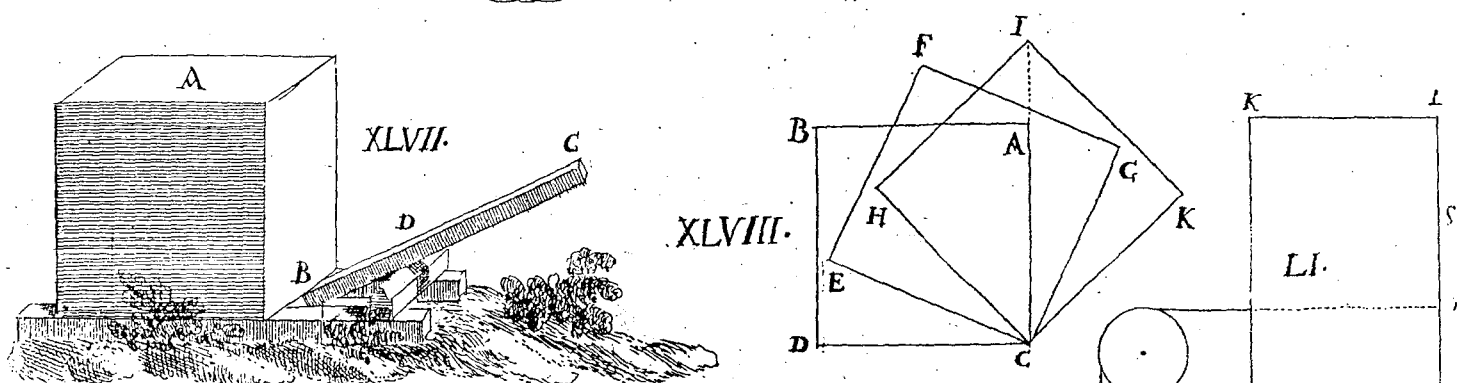
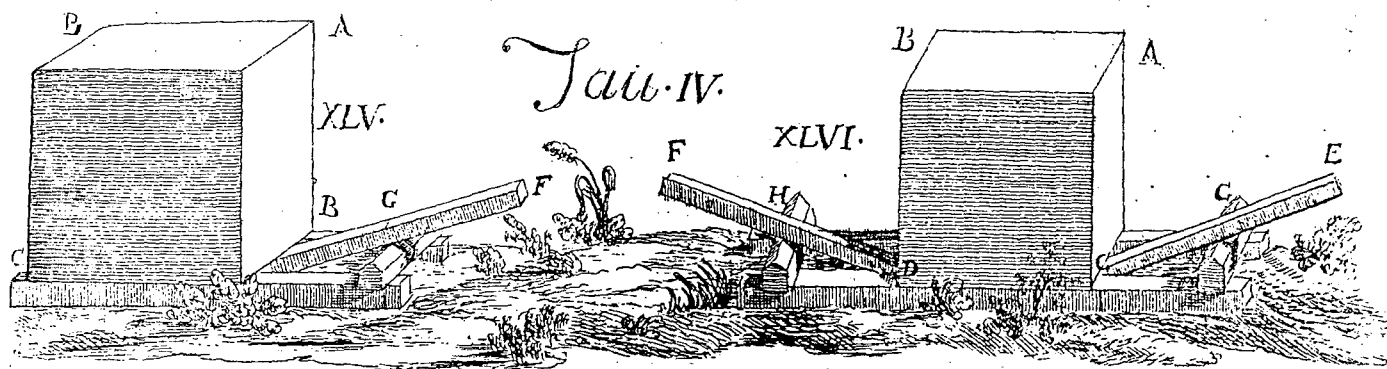
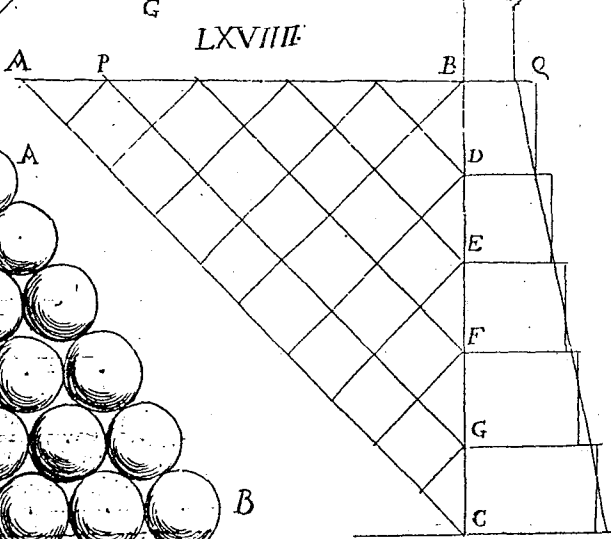
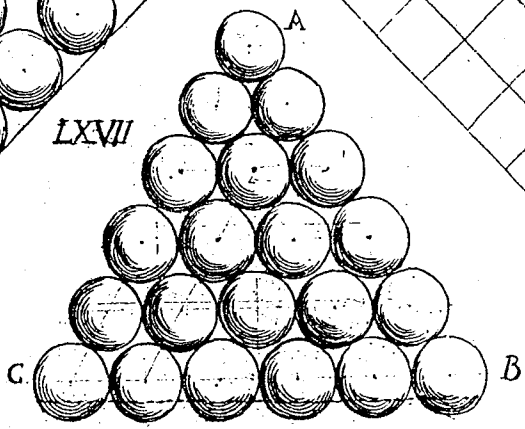
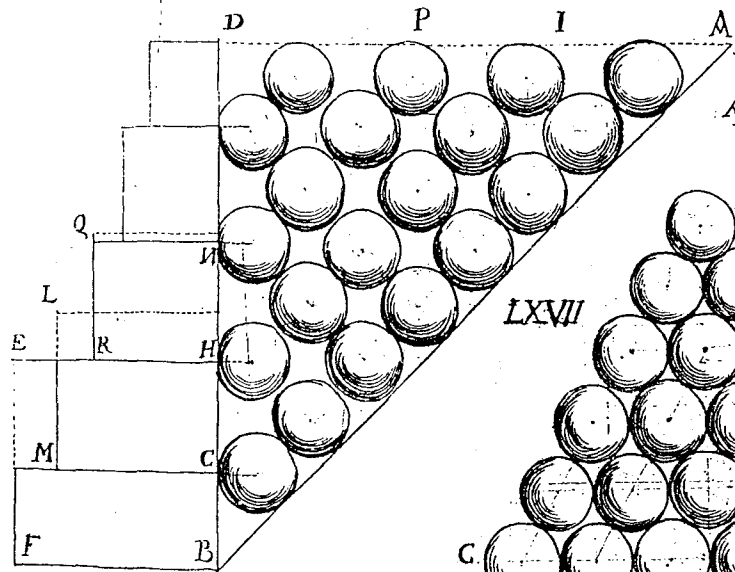
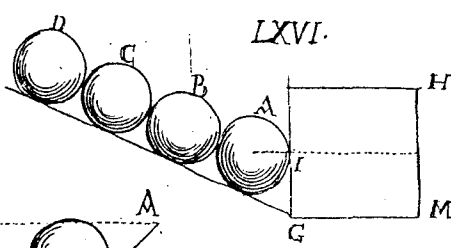
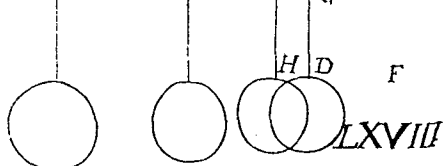
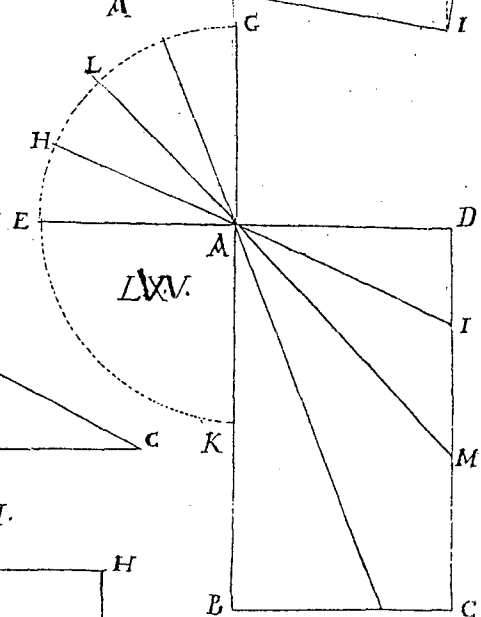
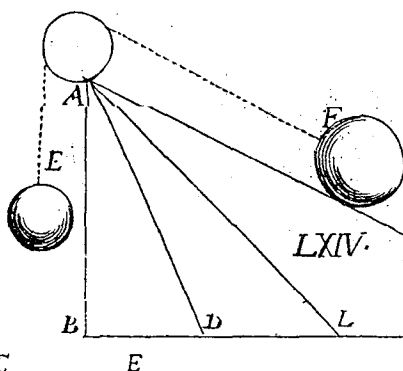
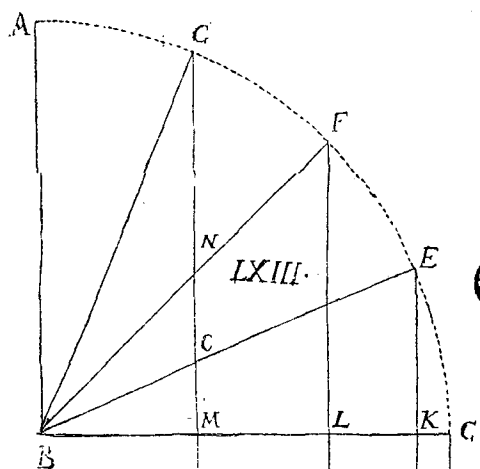
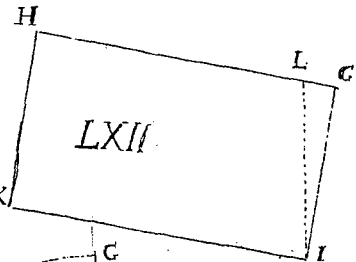
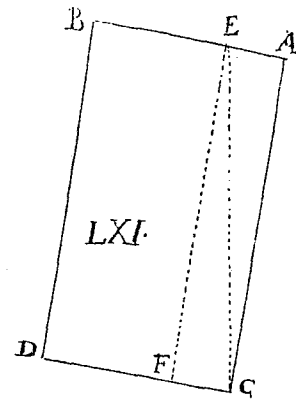
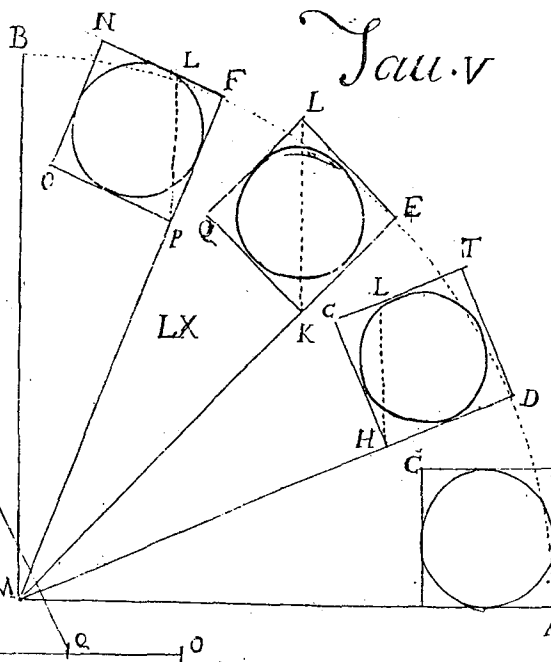
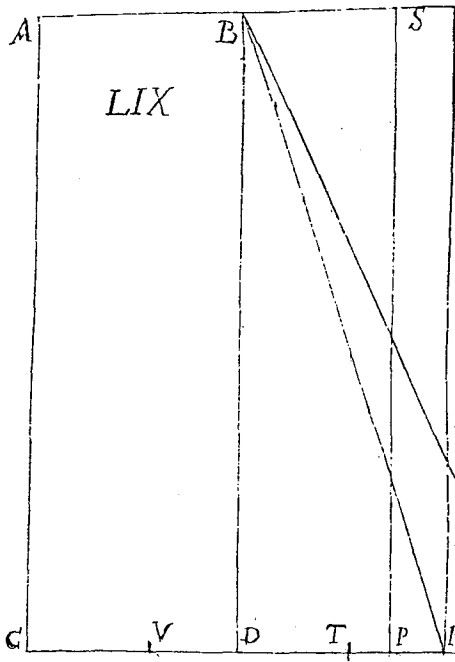
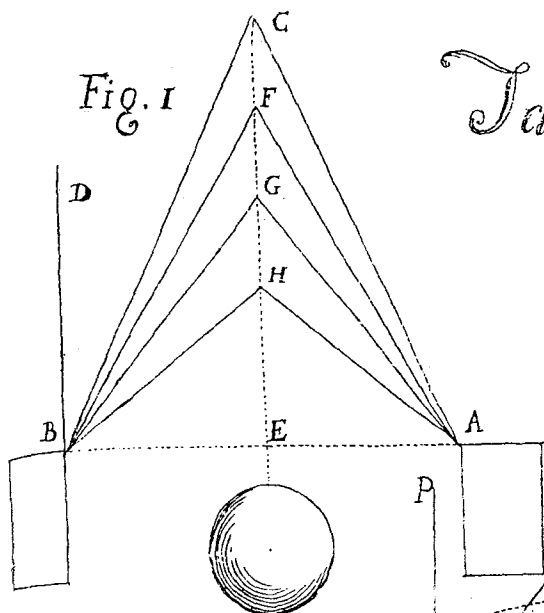
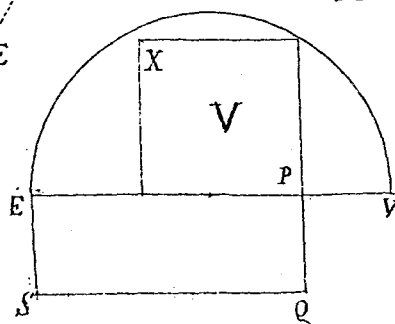
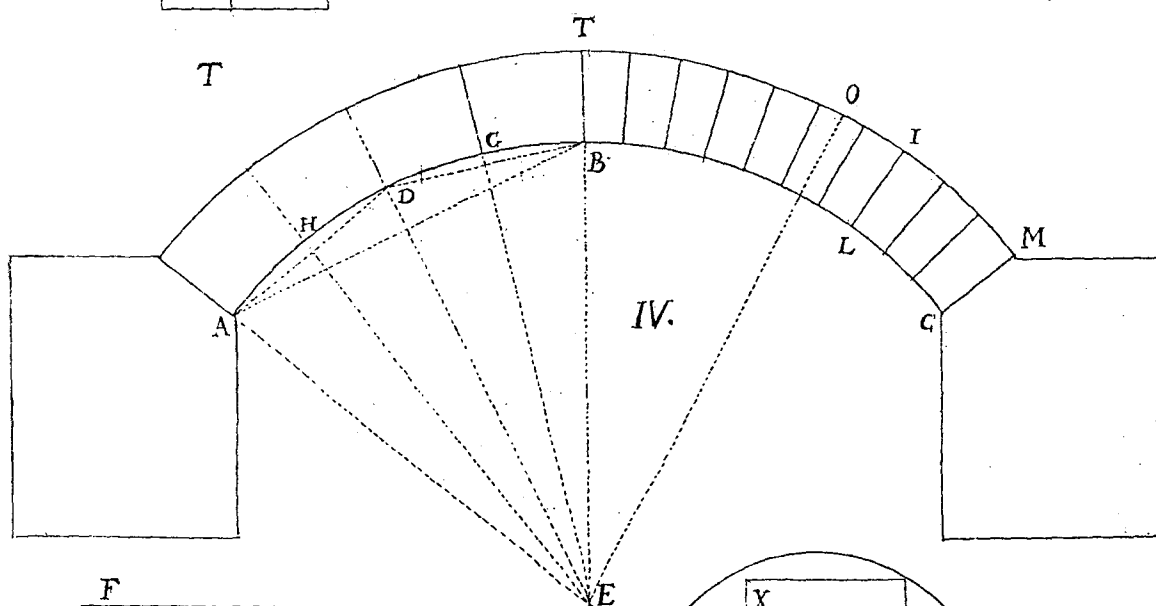
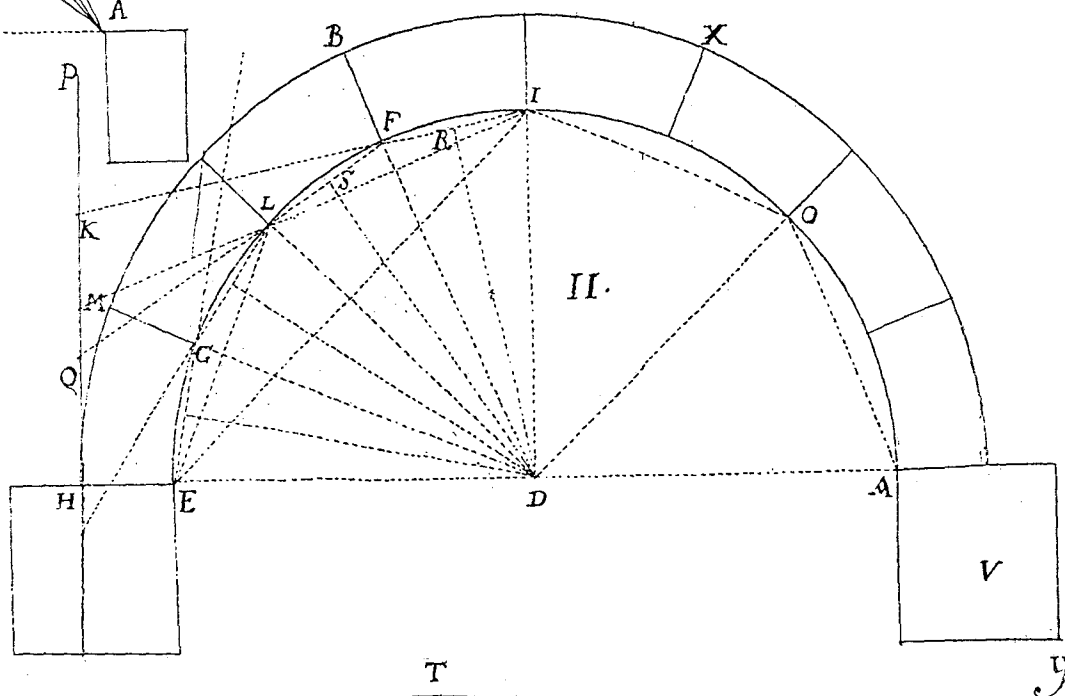
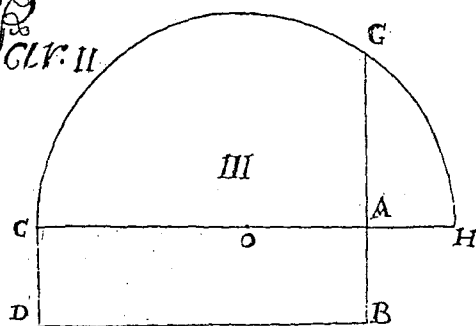
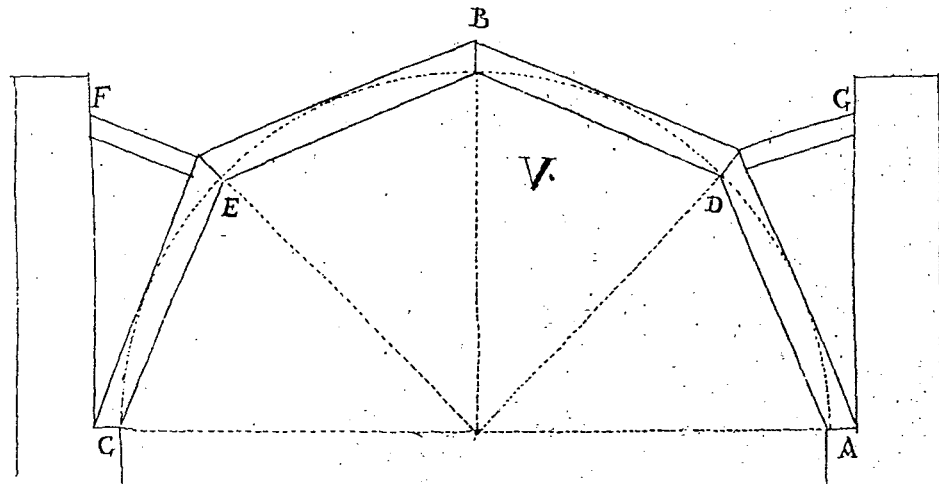
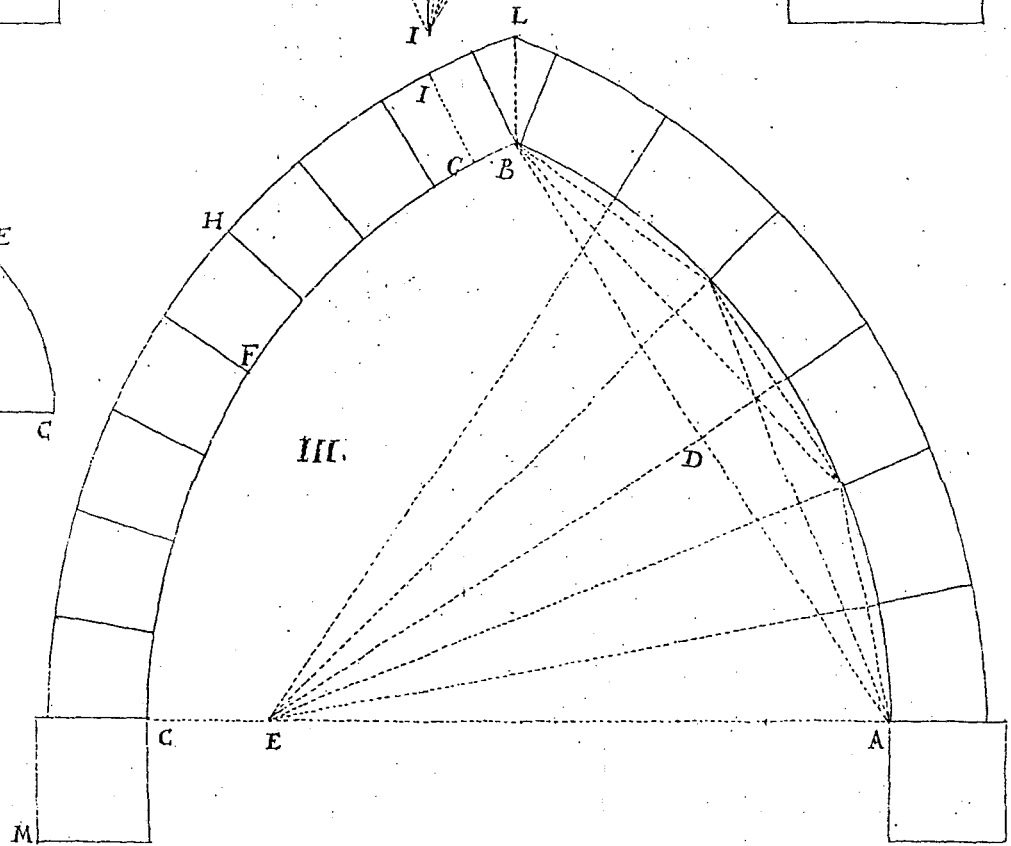
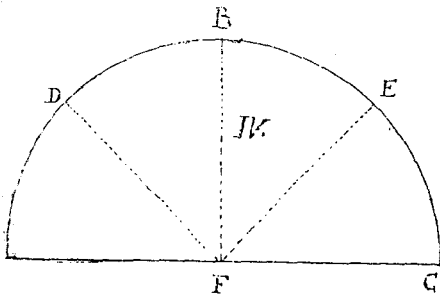
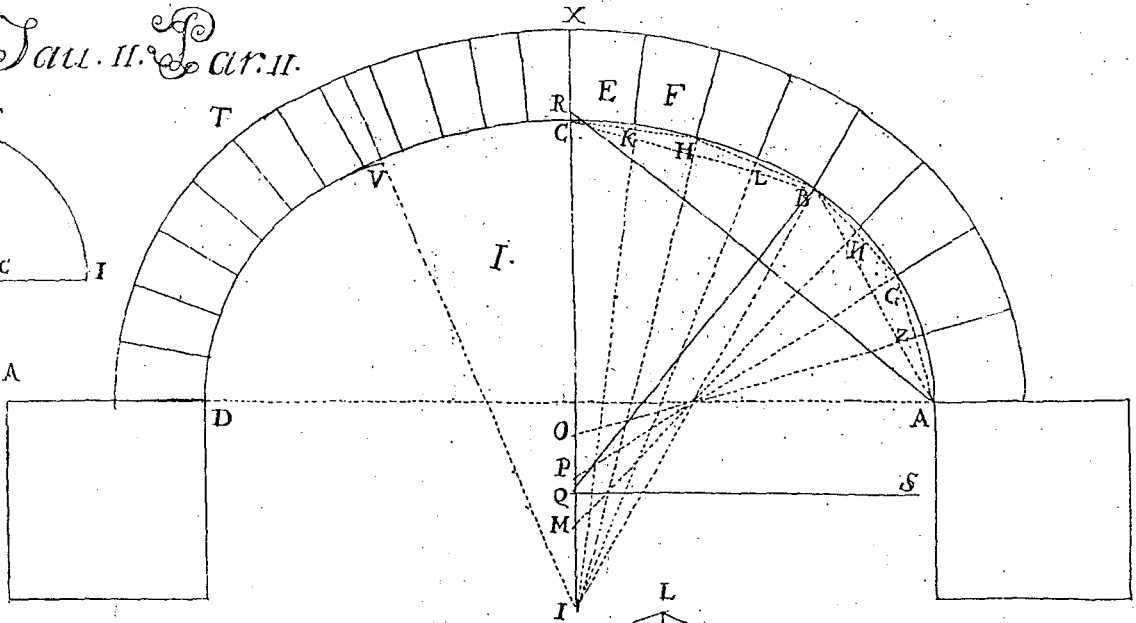
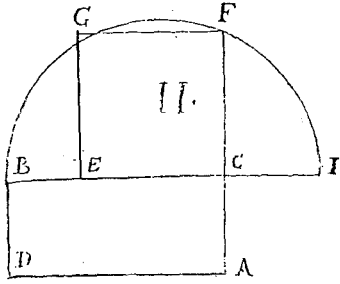
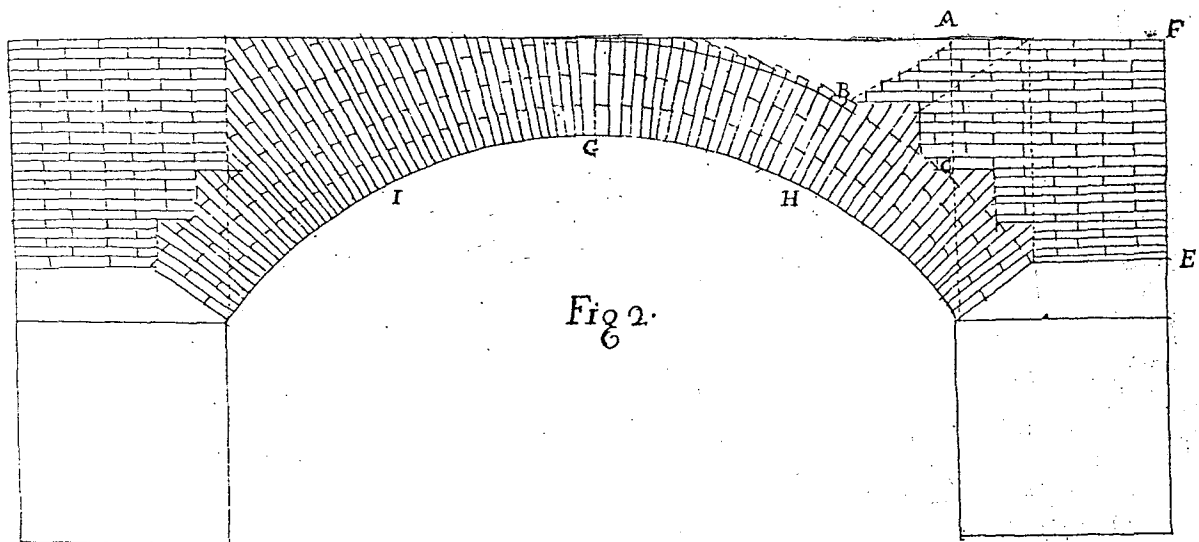
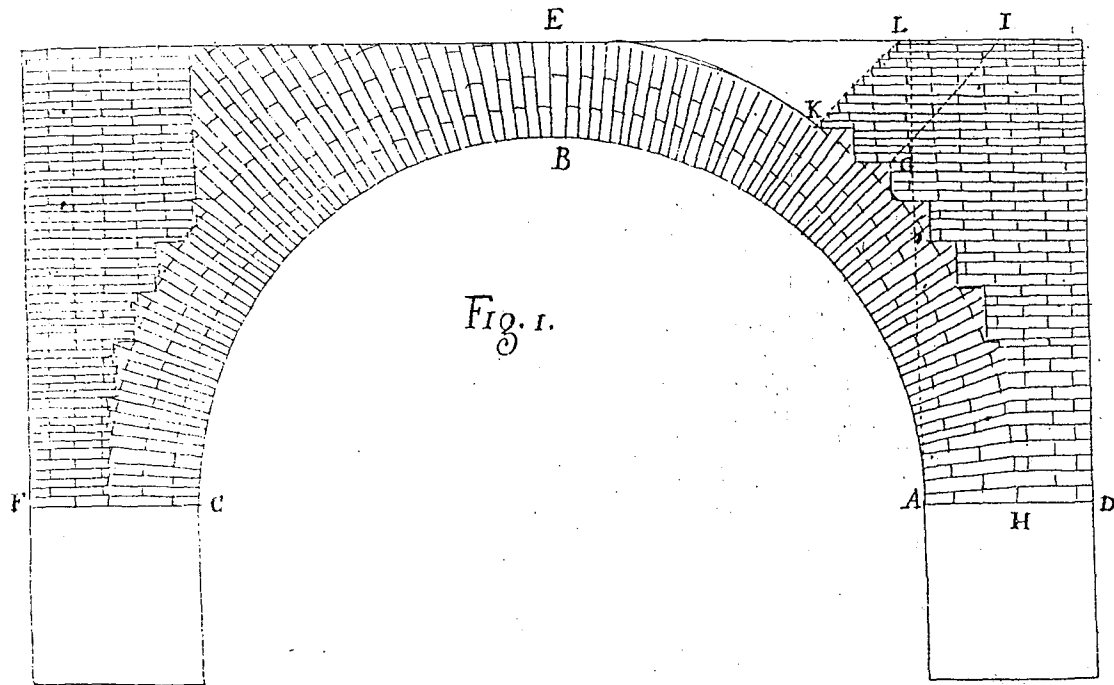
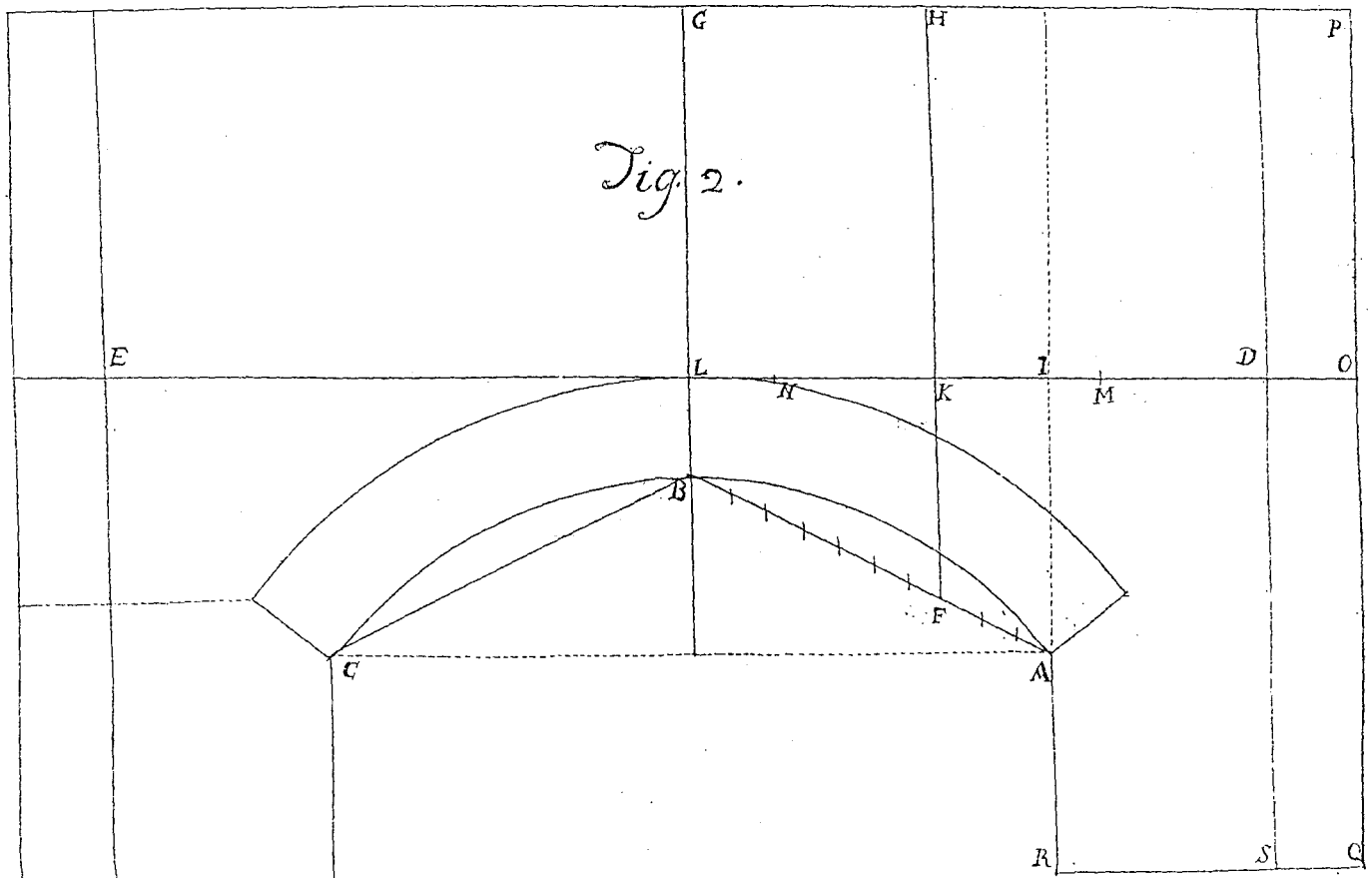
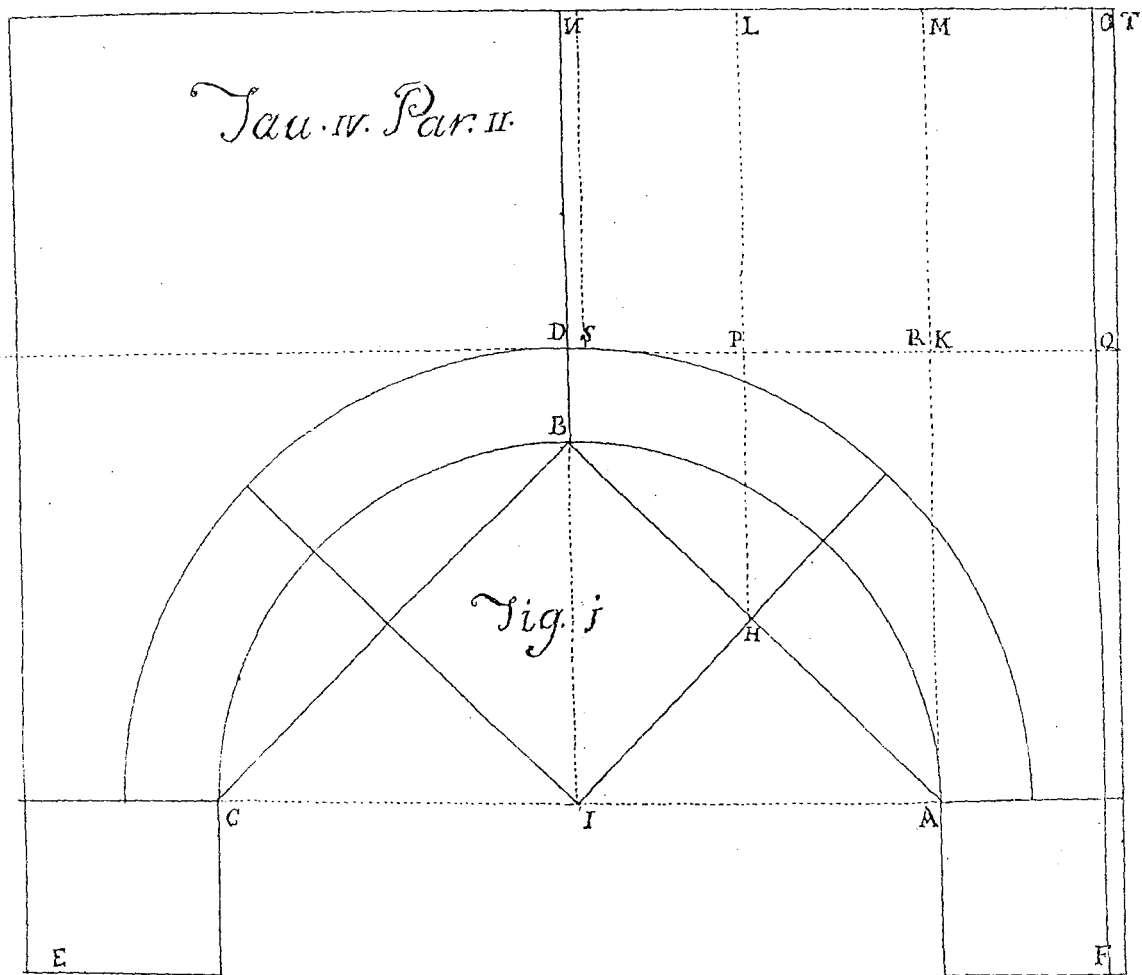
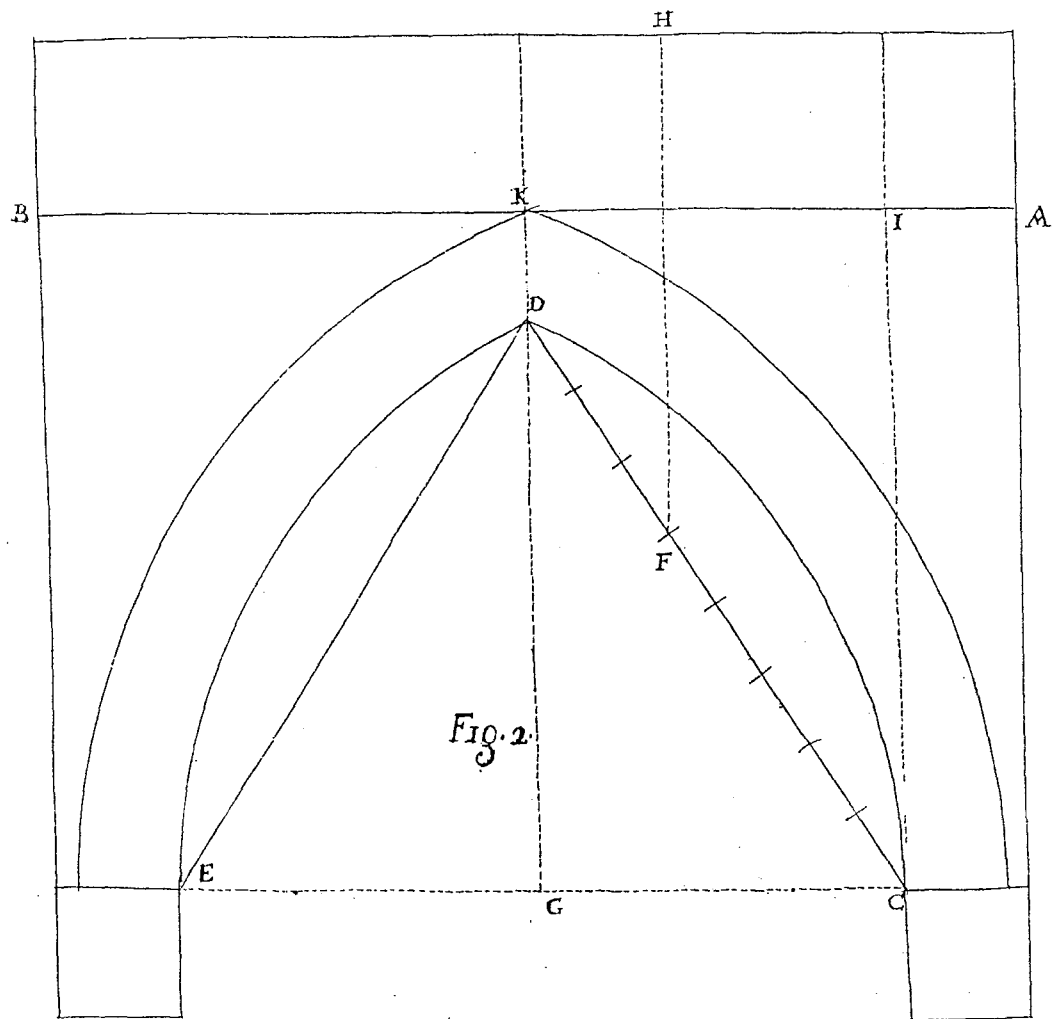
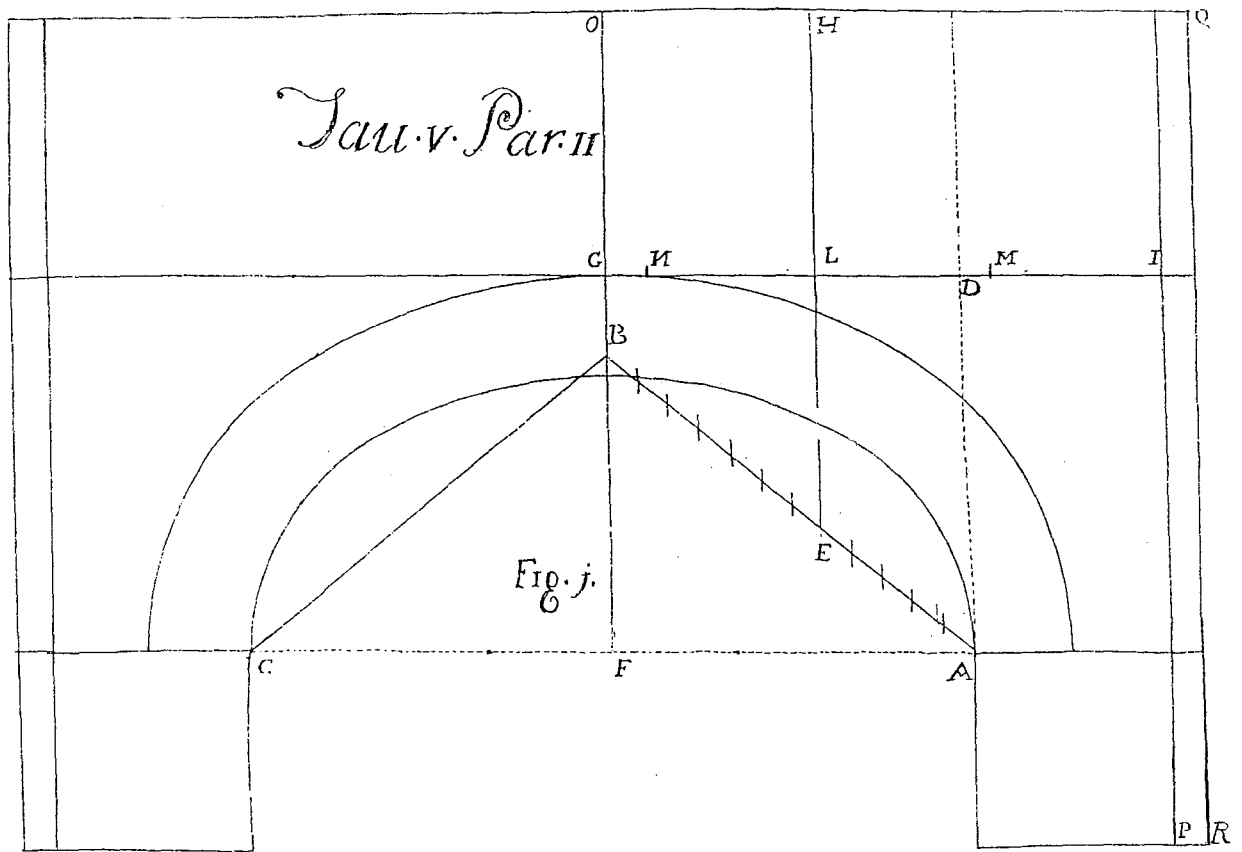
Tav. II. Par. II.
I.
II.
III.
IV.
V.

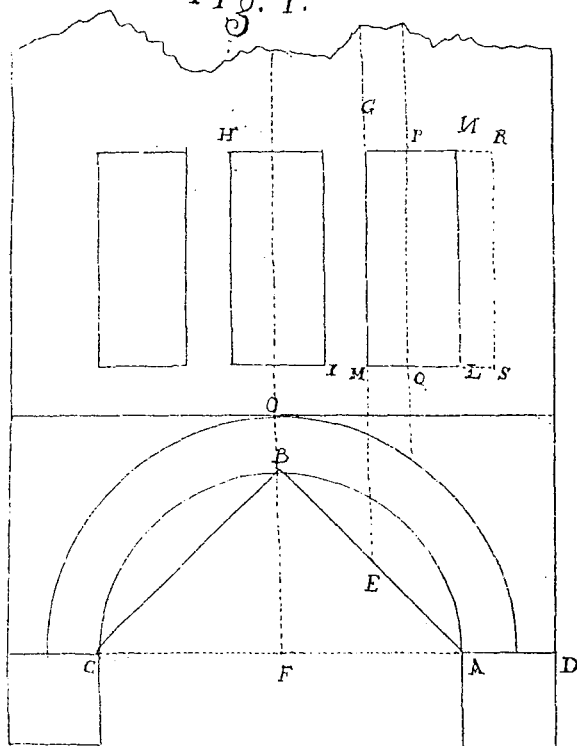
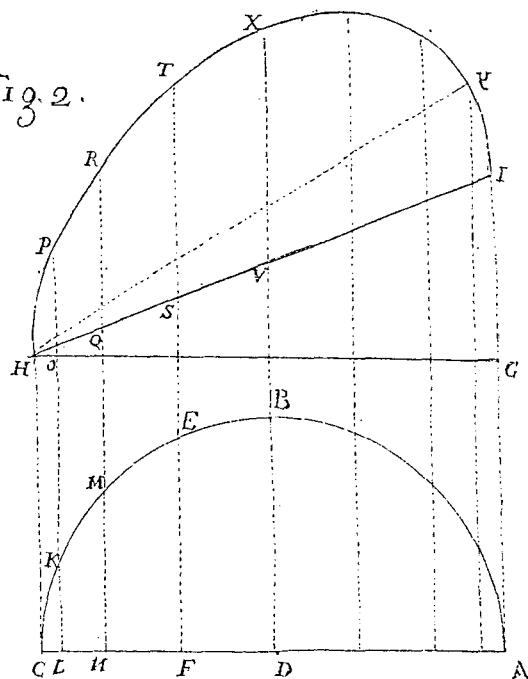
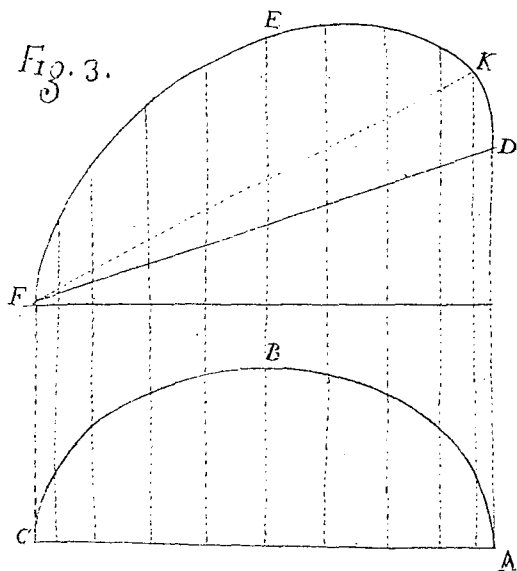
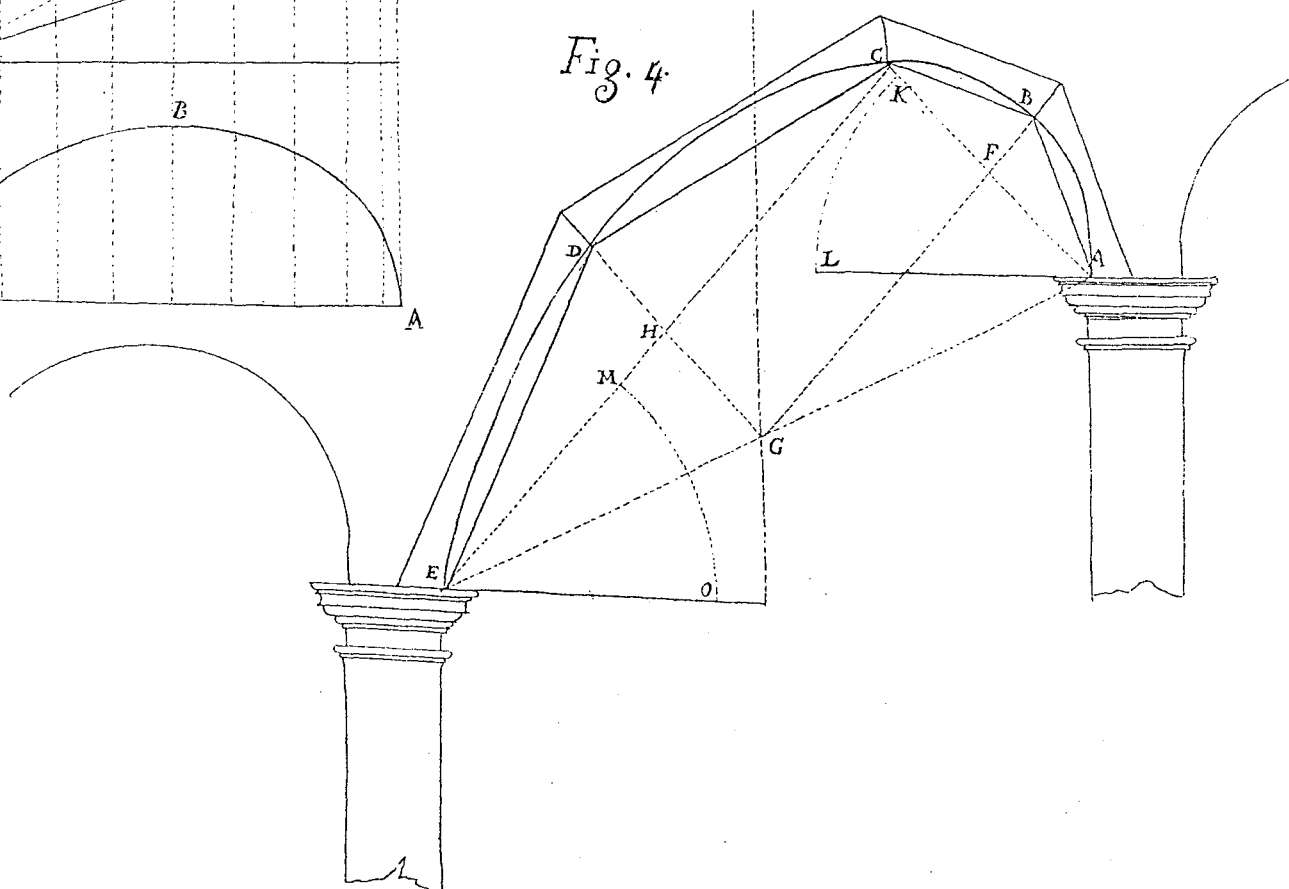
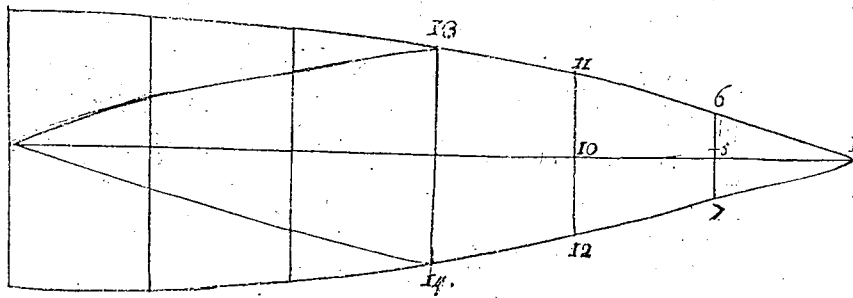
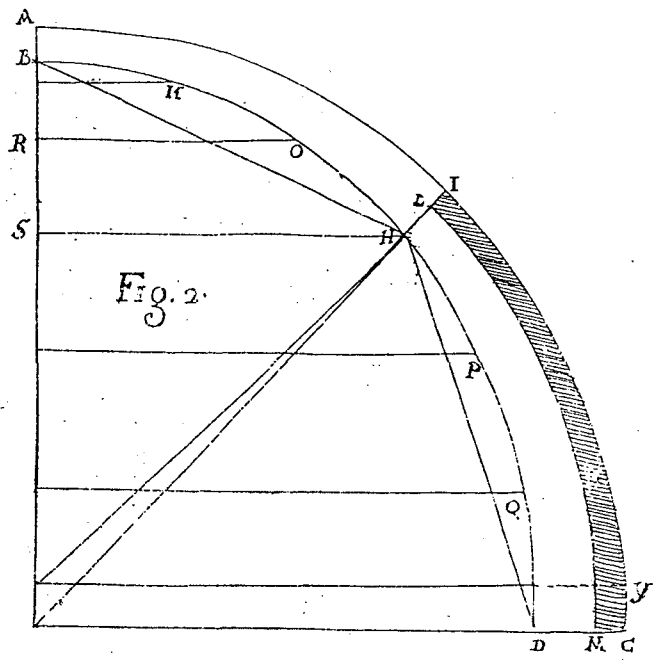
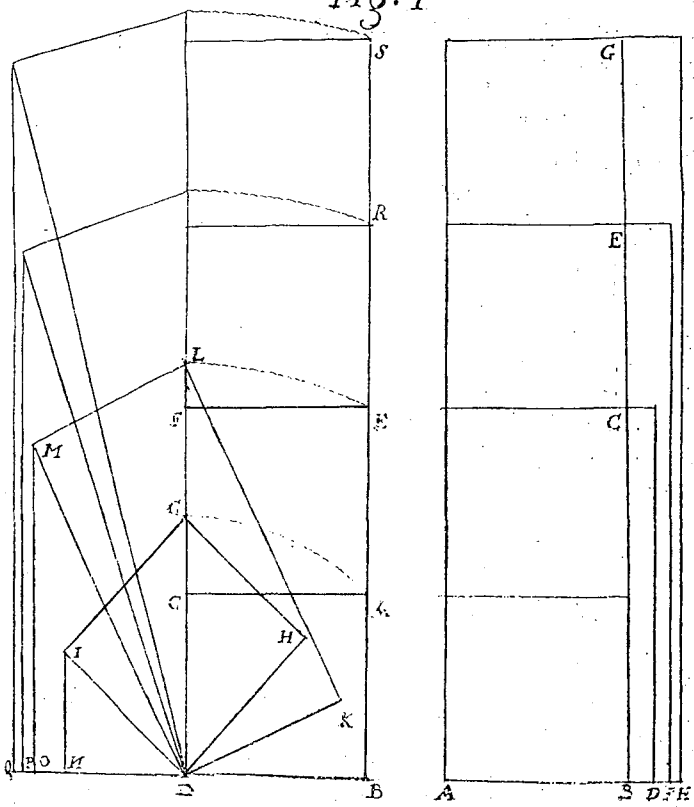
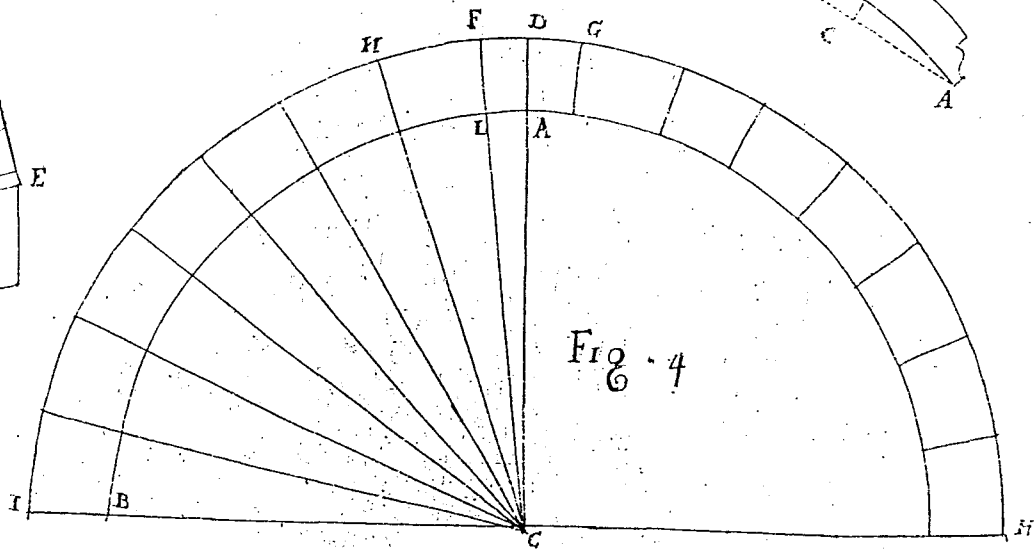
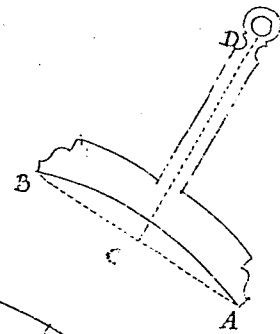
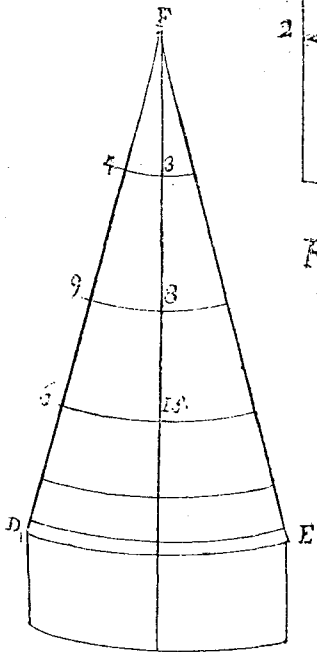
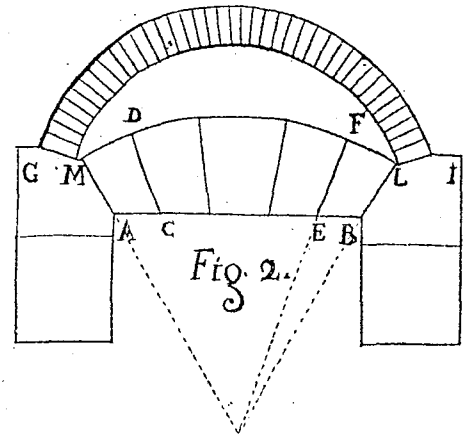
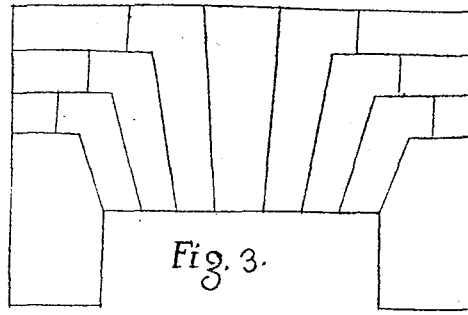
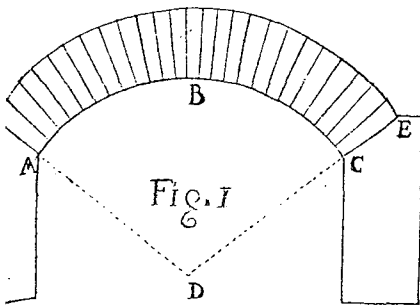
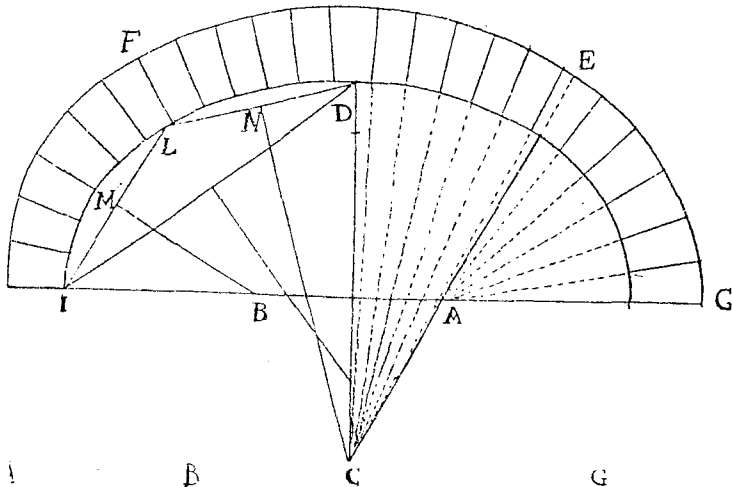
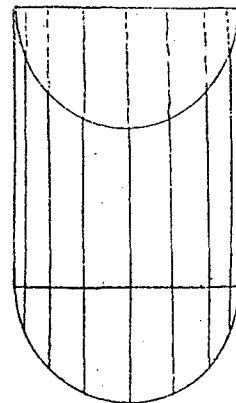
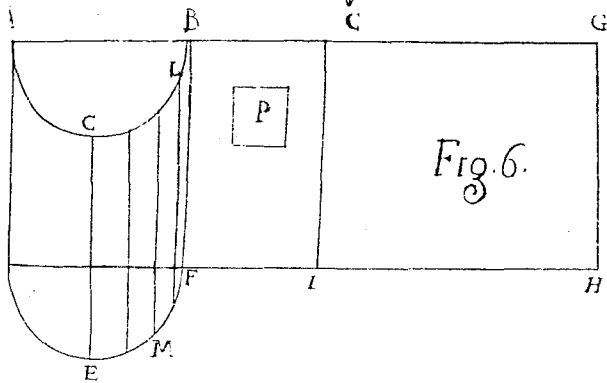
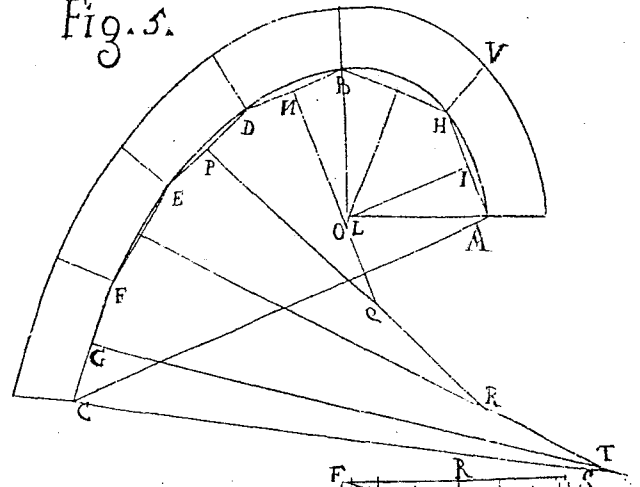
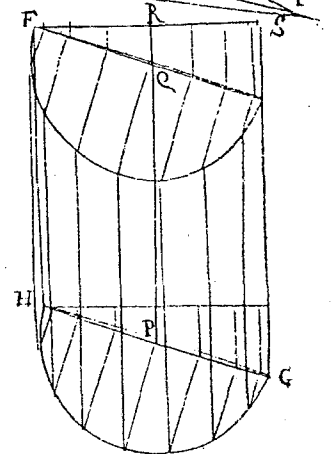
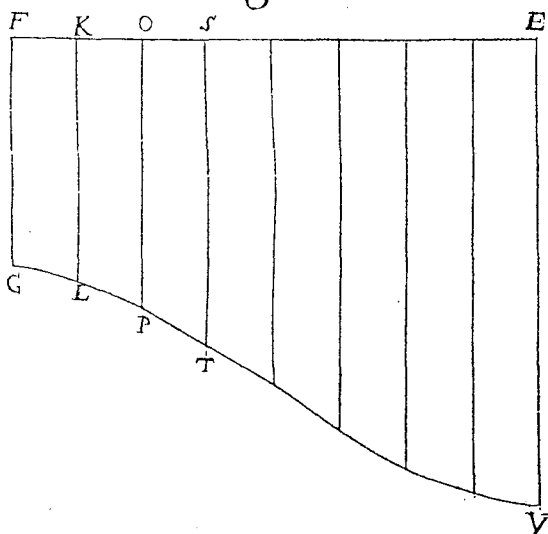
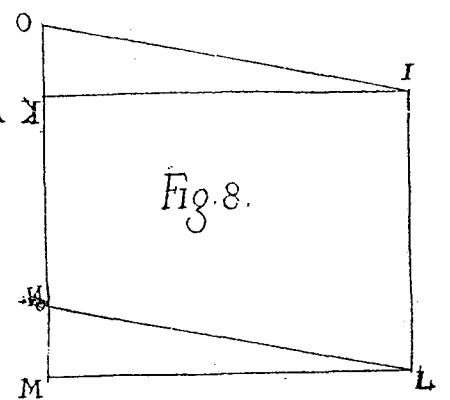
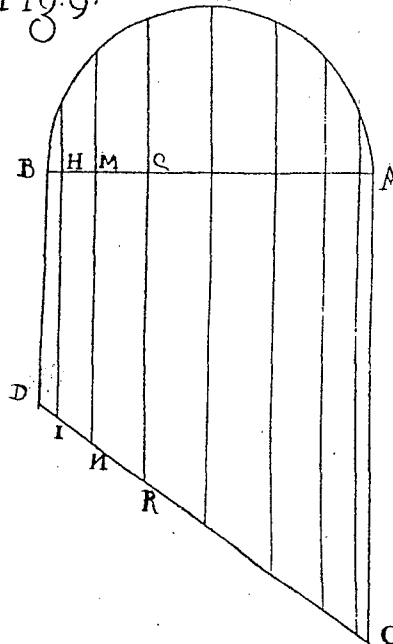
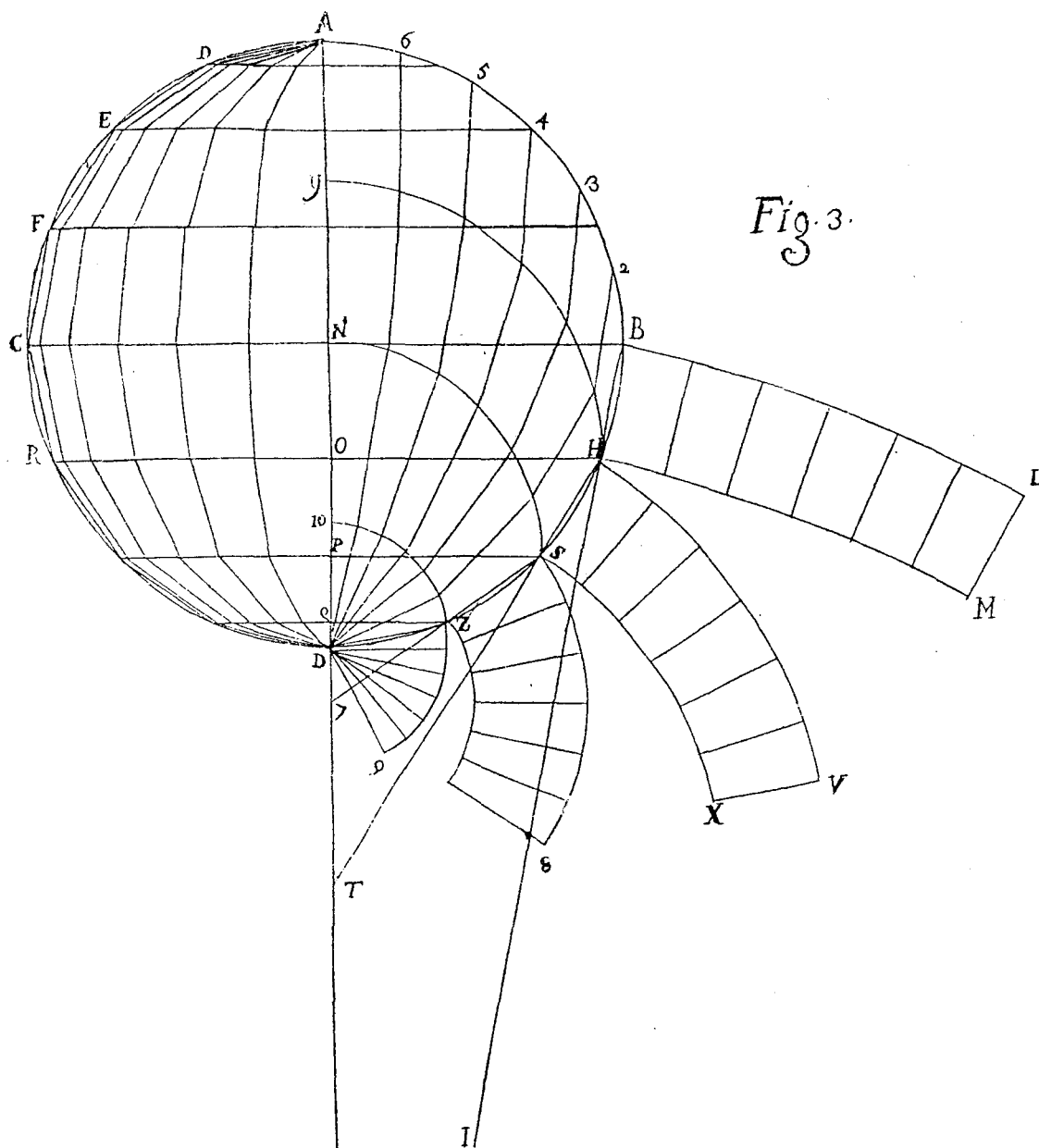
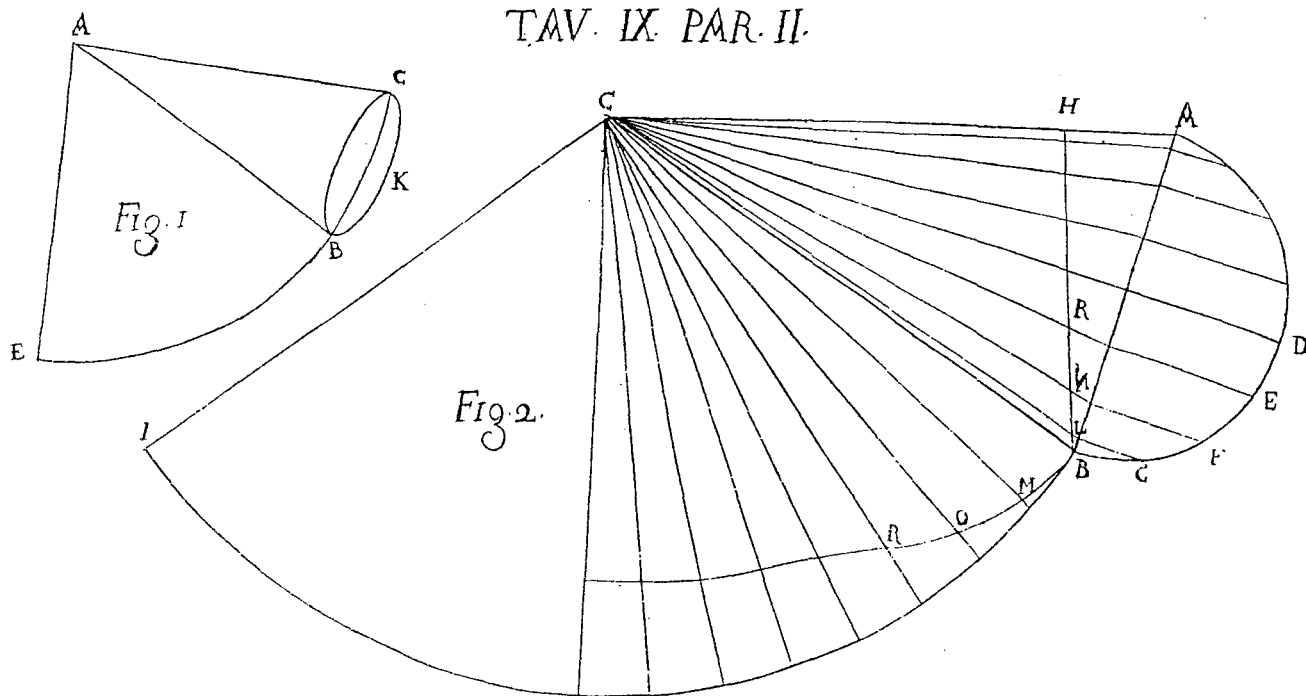
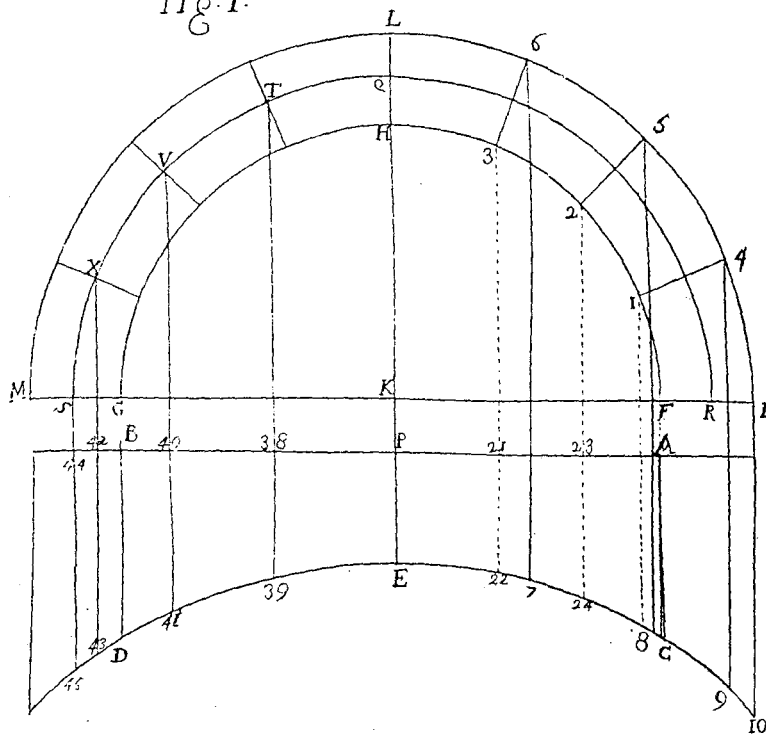
Tau. 3. Par. 2.

Tau. IV. Par. II.
Fig. 1
N
L
M
O
T
D
S
P
R
K
Q
B
H
C
I
A
E
F
Fig. 2.
G
H
P
E
L
N
K
I
M
D
O
B
F
C
A
R
S
Q

Tau·V·Par II
O
H
Q
G
N
L
M
I
D
B
E
Fig. j.
C
F
A
P
R
H
B
K
I
A
D
F
Fig. 2.
E
G
C

Tau. 6. Par. 2.

Fig. 1.
H G P N R
I M Q L S
O
B
E
C F A D
Fig. 2.
X
T
Y
R
I
P
V
S
Q
H O G
B
E
M
K
C L N F D A
Fig. 3.
E
K
D
F
B
C A
Fig. 4.
C
K
B
F
D
L
A
H
M
G
E
O

Tav. 7. Par. 2.
Fig. 1
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4

TAV. VIII. P. II.
Fig. 1
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.

TAV. IX. PAR. II.
Fig. 1
Fig. 2.
Fig. 3.

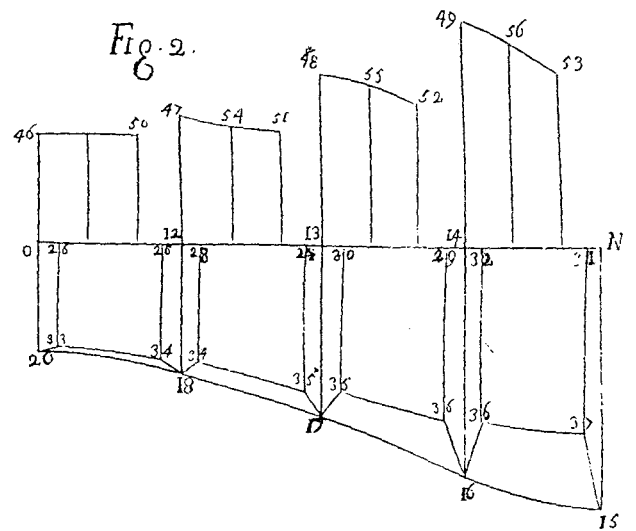



Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.

Fig· 2·
Fig 3
Fig· 1·

Fig I
Fig·2·
Fig·3·
Fig·4·

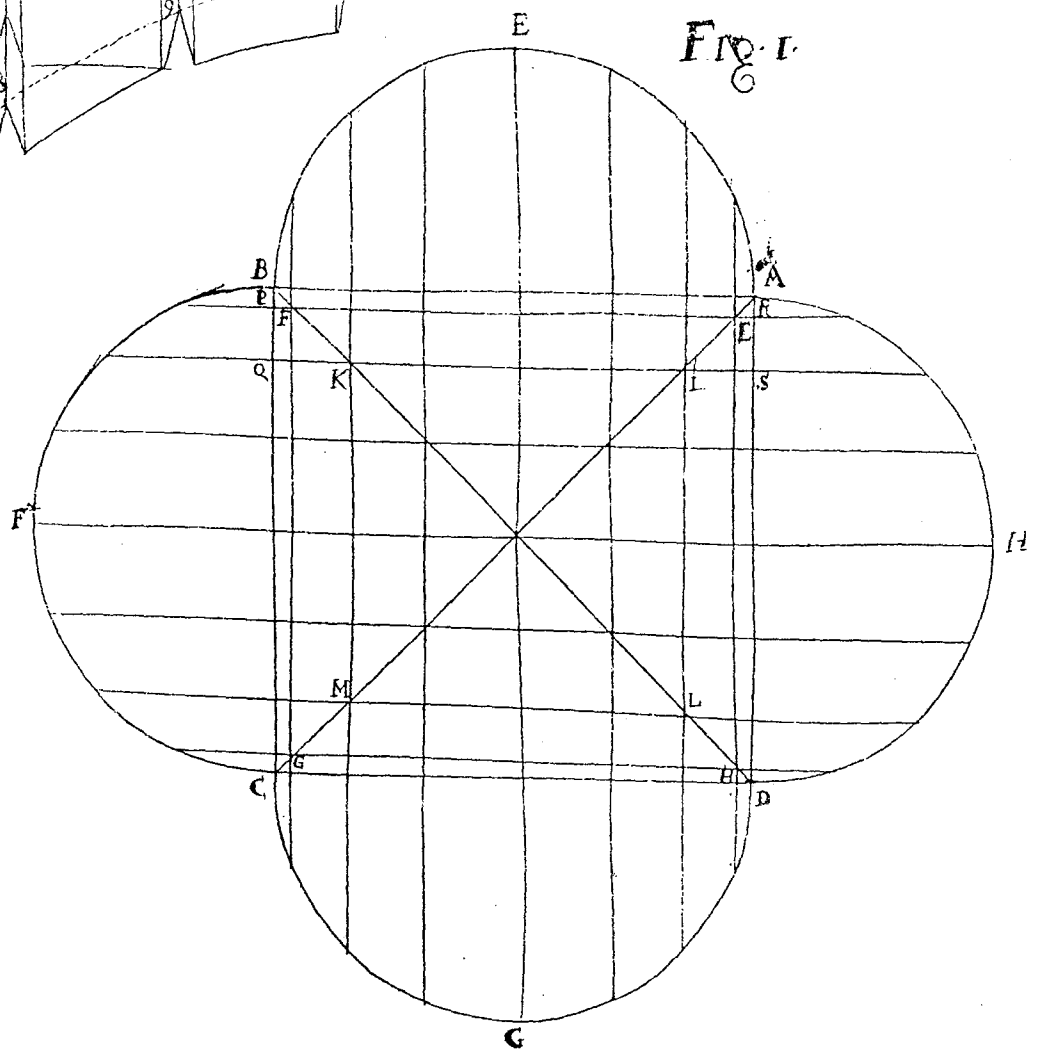
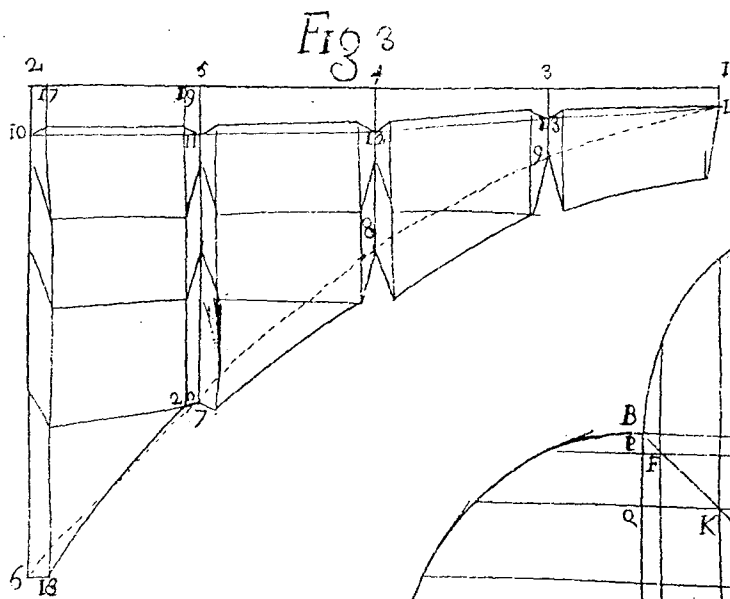
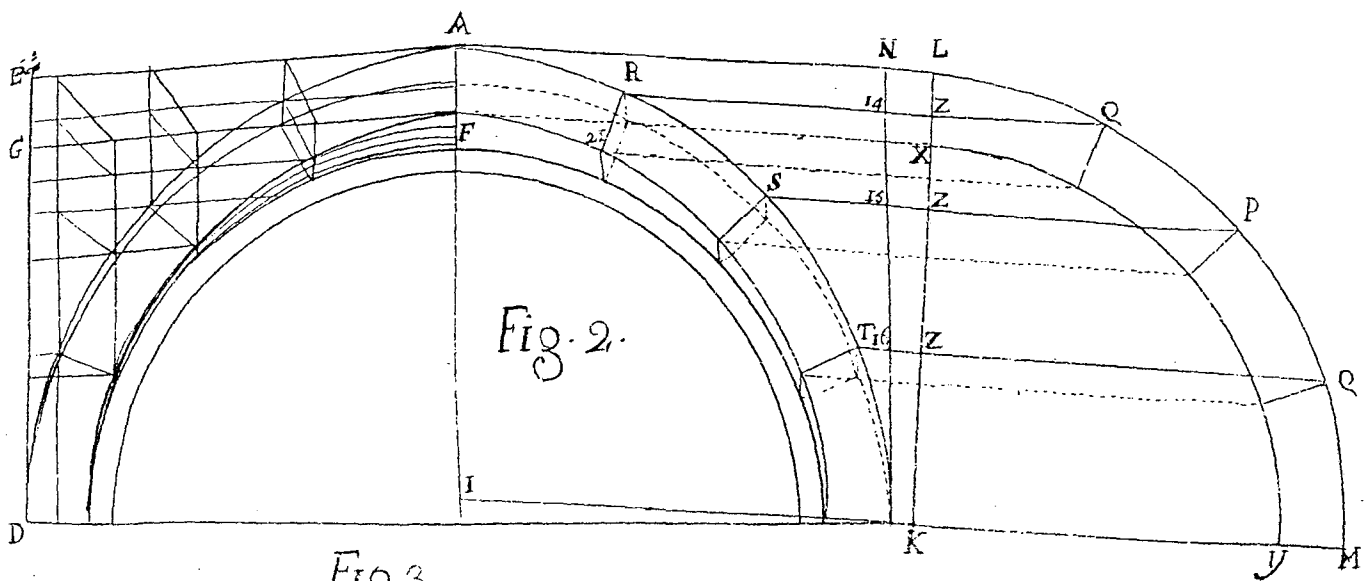
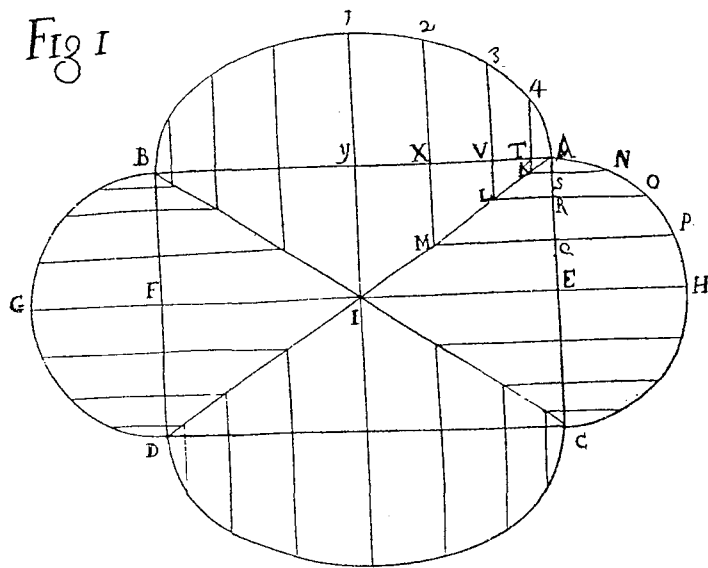
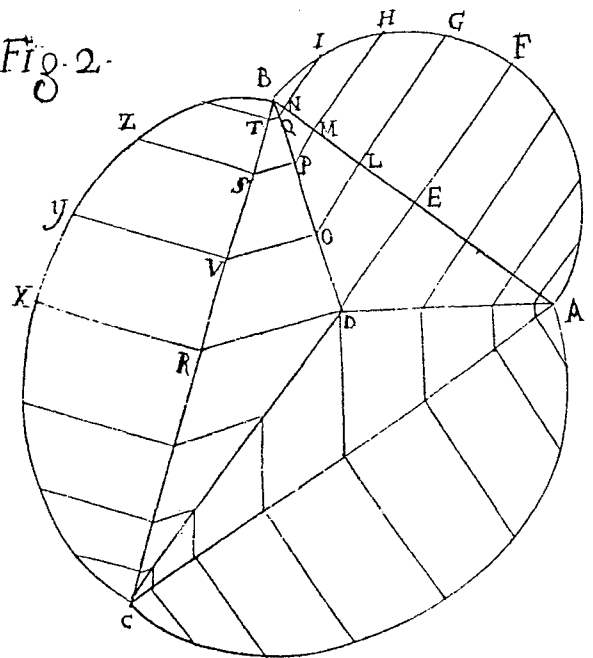
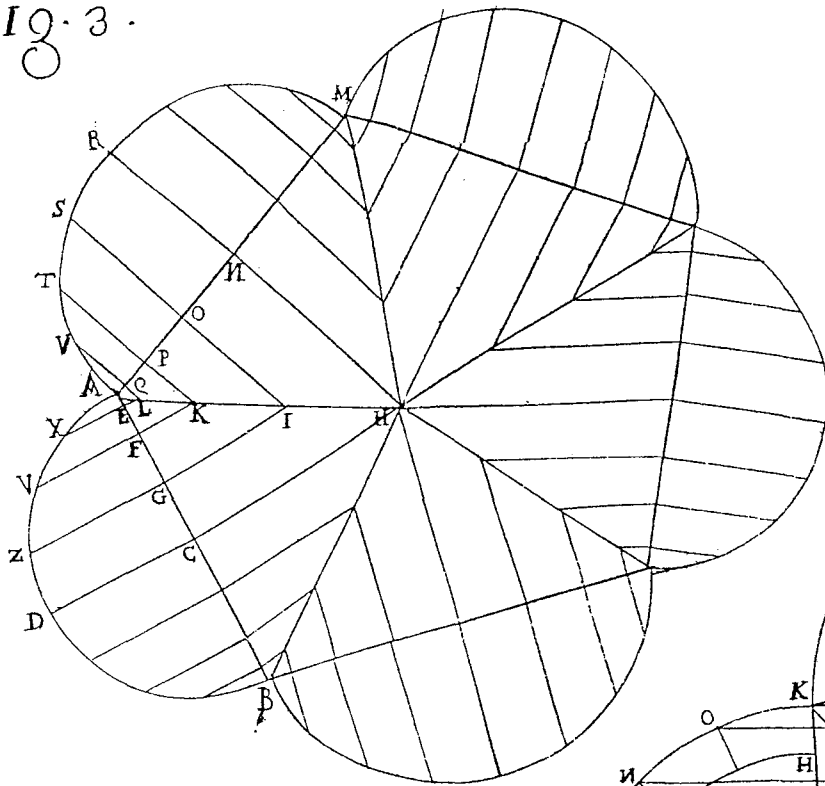
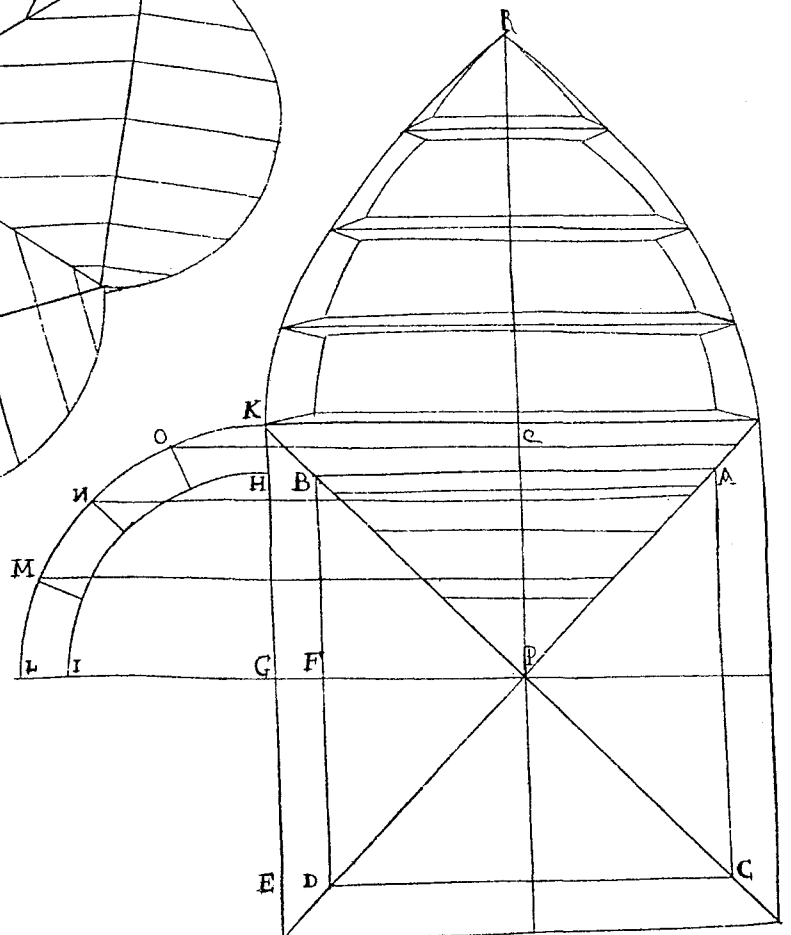
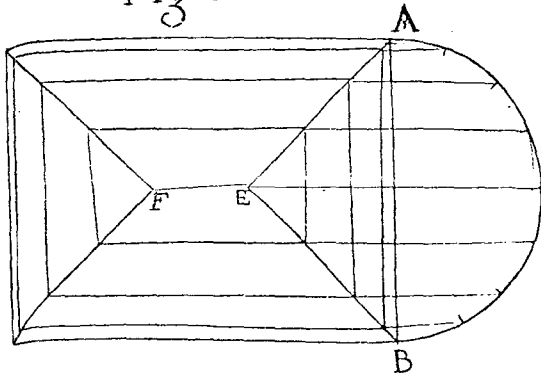



Fig: I.
TAV·XIII· PAR·II·
Fig· 2·
Fig·3·

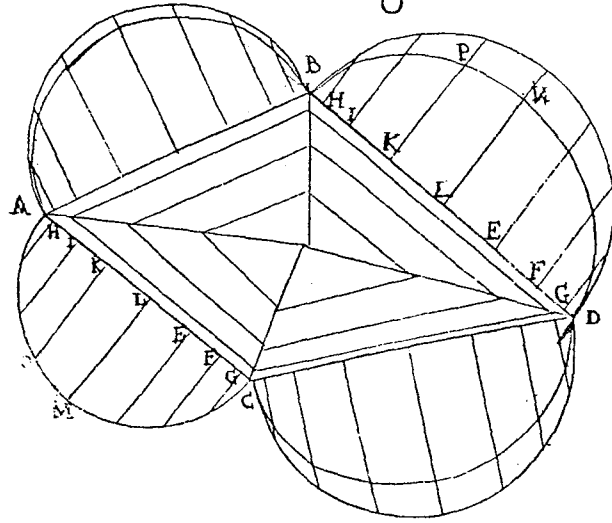
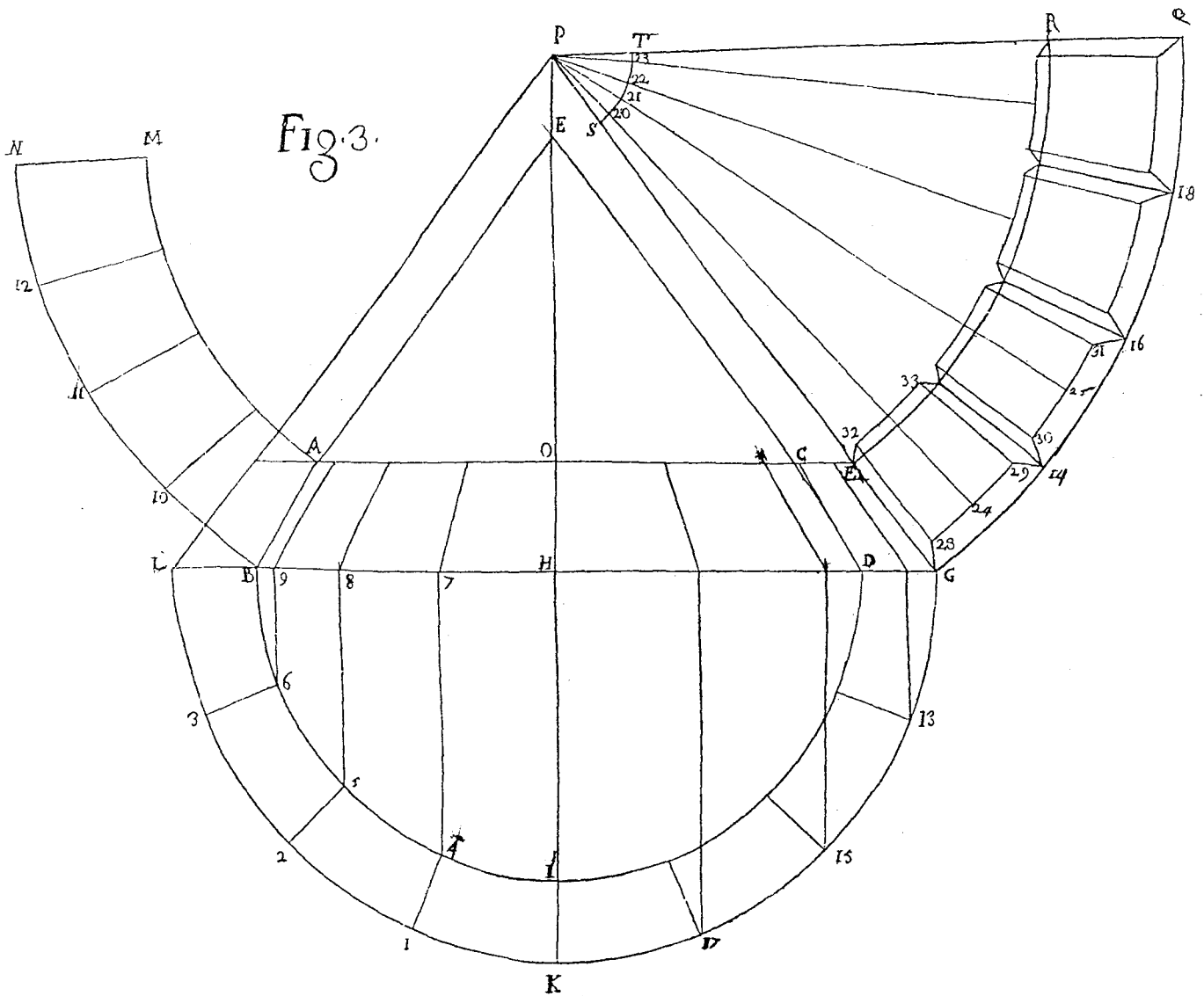
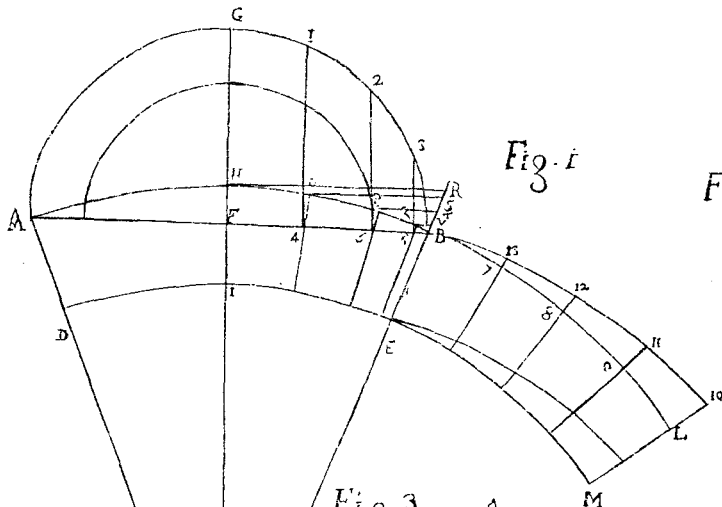
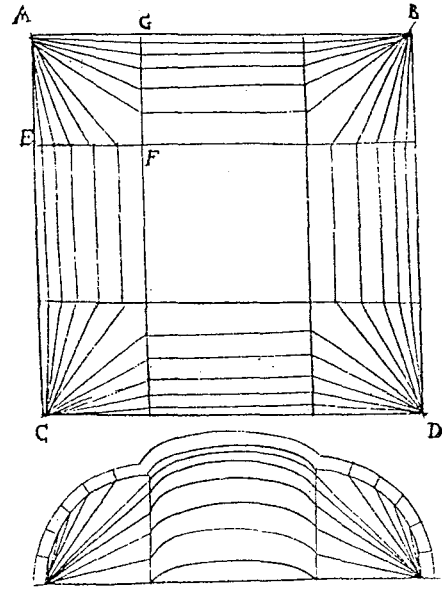
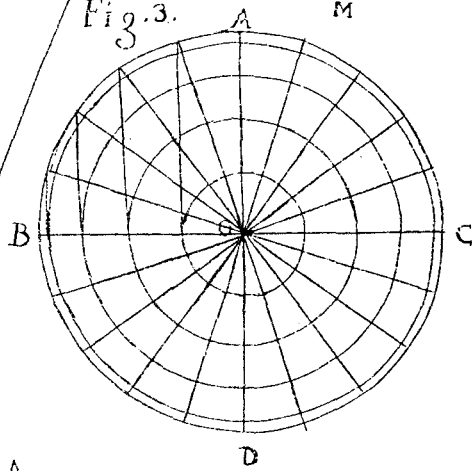



Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.

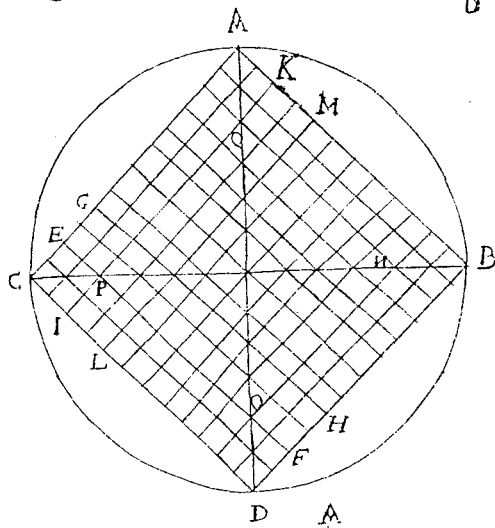
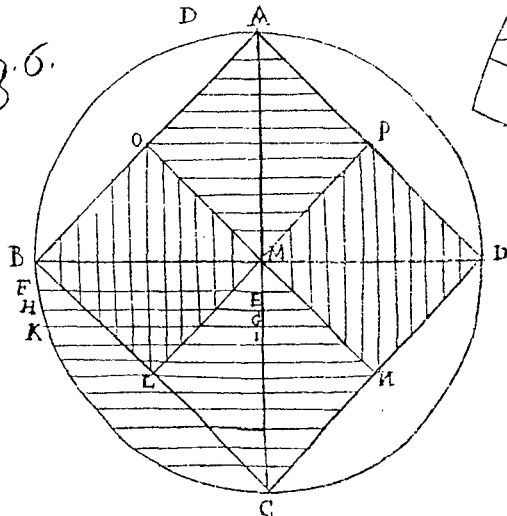
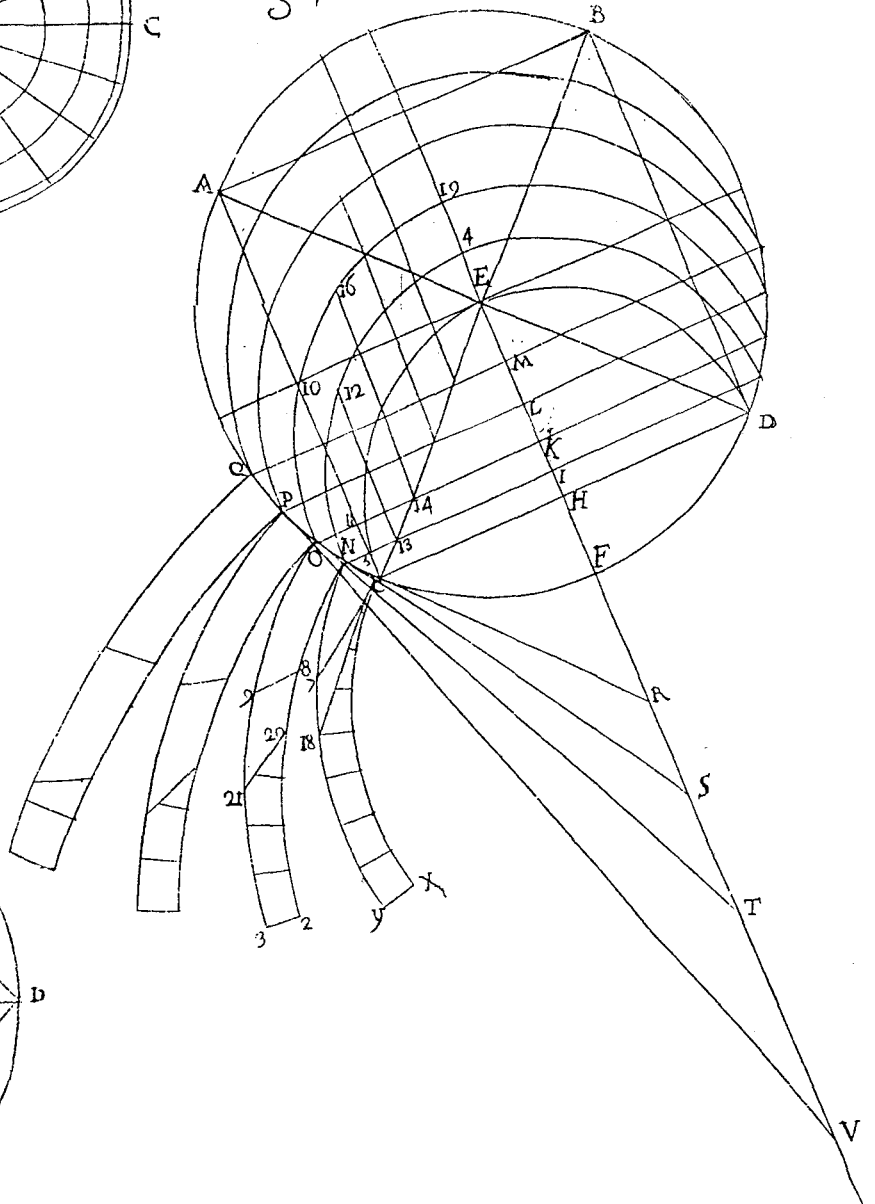
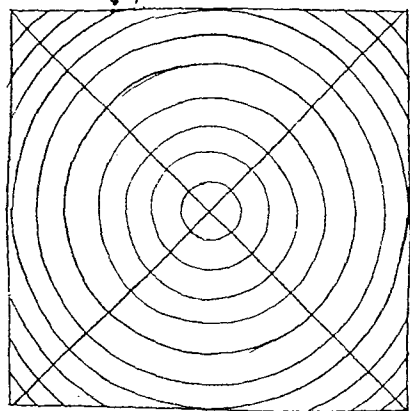
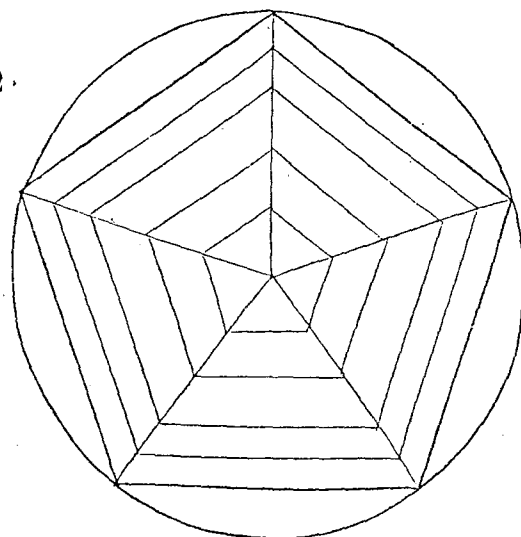
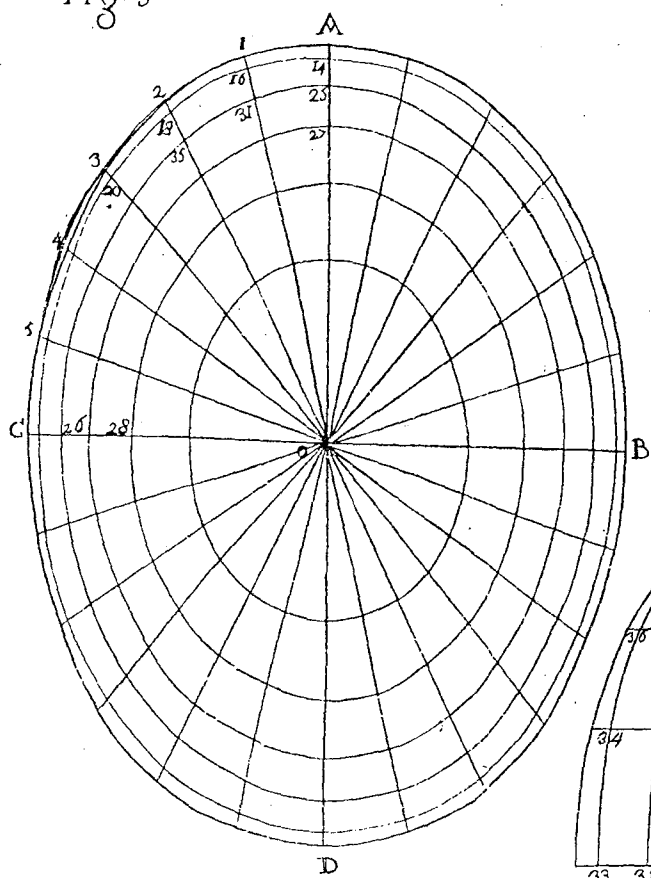



Fig. 1.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

TAV·I· PAR·III·

TAV· II PAR· III.
Fig·1·
Fig·2·
Fig·3·
Fig·4·
Fig·5·
Fig·6·
Fig·7·
Fig·8·

TAV. III
PAR. III
Fig. 1.
I
L
K
M
B
F
E
A
D
G
Fig. 2.
E
D
C
B
A
Fig. 3.
I
K
L
M
H
G
F
C
B
E
D
A
Fig. 4.
C
E
N
M
A
I
L
K
H
F
D
B
G
Fig. 5.
B
N
G
E
I
L
H
K
C
F
D
A

TAV·IV· PAR·III·
H
F
I
Fig I
P
Q
M
K
O
R
A
B
C
D
E
S
V
Fig·2·
I
B
K
Fig·3·
H
B
K
I
Fig·4·
C
E
A
E
C
D
D
B
F
F
B
Fig·5·
C
A
B
D
E
F
G
I
H
Fig·6

TAV V PAR III
Fig 1
Fig 2
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.